

# ભૌતિકવિજ્ઞાન

ભાગ I

ધોરણ XII



ગુજરાત રાજ્યના શિક્ષણવિભાગના પત્ર-ક્રમાંક  
મશબ/1219/119-125/છ, તા. 16-02-2019 - થી મંજૂર

# ભૌતિકવિજ્ઞાન

ભાગ I

ધોરણ XII



## પ્રતિજ્ઞાપત્ર

ભારત મારો દેશ છે.  
બધાં ભારતીયો મારાં ભાઈબહેન છે.  
હું મારા દેશને ચાહું છું અને તેના સમૃદ્ધ અને  
વૈવિધ્યપૂર્ણ વારસાનો મને ગર્વ છે.  
હું સદાય તેને લાયક બનવા પ્રયત્ન કરીશ.  
હું મારાં માતાપિતા, શિક્ષકો અને વડીલો પ્રત્યે આદર રાખીશ  
અને દરેક જણ સાથે સત્યતાથી વર્તીશ.  
હું મારા દેશ અને દેશબાંધવોને મારી નિષ્ઠા અર્પું છું.  
તેમનાં કલ્યાણ અને સમૃદ્ધિમાં જ મારું સુખ રહ્યું છે.

રાજ્ય સરકારની વિનામૂલ્યે યોજના હેઠળનું પુસ્તક



રાષ્ટ્રીય શૈક્ષિક અનુસંધાન ઓર પ્રશિક્ષણ પરિષદ  
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING



ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ  
'વિદ્યાયન', સેક્ટર 10-એ, ગાંધીનગર-382010

© NCERT, નવી દિલ્લી તથા ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, ગાંધીનગર  
આ પાઠ્યપુસ્તકના સર્વ હક NCERT, નવી દિલ્લી તથા ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળને  
હસ્તક છે. આ પાઠ્યપુસ્તકનો કોઈ પણ ભાગ કોઈ પણ રૂપમાં NCERT, નવી દિલ્લી અને  
ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળની લેખિત પરવાનગી વગર પ્રકાશિત કરી શકાશે નહિ.

### અનુવાદ

પ્રો. ડો. પી. એન. ગજજર  
પ્રો. એમ. એસ. રામી  
પ્રો. ડો. એન. કે. ભટ્ટ  
ડો. દીપક એચ. ગદાણી  
શ્રી કે. ડી. પટેલ

### સમીક્ષા

પ્રો. ડો. પી. બી. ઠાકોર  
ડો. જી. એમ. સુતરિયા  
ડો. તરુણ આર. ત્રિવેદી  
શ્રી અશ્વિન એફ. ડોરિયા  
શ્રી દિનેશ વી. સુથાર  
ડો. મુકેશ એન. ગાંધી  
શ્રી સી. ડી. પટેલ  
શ્રી પી. એમ. પટેલ  
શ્રી મયૂર એમ. રાવલ  
શ્રી વાસુદેવ બી. રાવલ  
શ્રી પરિતોષ એન. ભટ્ટ  
શ્રી મહેશભાઈ ધાંધલા  
શ્રી આનંદ એન. ઠક્કર  
શ્રી નગીન એમ. પટેલ  
શ્રી એ. જી. મોમીન

### ભાષાશુદ્ધિ

પ્રો. ડો. દીપક બી. ભટ્ટ

### સંયોજન

ડો. ચિરાગ એચ. પટેલ  
(વિષય સંયોજક : ભૌતિકવિજ્ઞાન)

### નિર્માણ-સંયોજન

ડો. કમલેશ એન. પરમાર  
(નાયબ નિયામક : શૈક્ષણિક)

### મુદ્રણ-આયોજન

ડો. કમલેશ એન. પરમાર  
(નાયબ નિયામક : ઉત્પાદન)

### પ્રસ્તાવના

રાષ્ટ્રીય સ્તરે સમાન અભ્યાસક્રમ રાખવાની સરકારશ્રીની નીતિના અનુસંધાને  
ગુજરાત સરકાર તથા ગુજરાત માધ્યમિક અને ઉચ્ચતર માધ્યમિક શિક્ષણ બોર્ડ દ્વારા  
તા. 25-10-2017ના ઠરાવ ક્રમાંક મશબ/1217/1036/છ - થી  
શાળા કક્ષાએ NCERTના પાઠ્યપુસ્તકોનો સીધો જ અમલ કરવાનો  
નિર્ણય કરવામાં આવ્યો તેને અનુલક્ષીને NCERT, નવી દિલ્લી દ્વારા પ્રકાશિત  
**ધોરણ XIIના ભૌતિકવિજ્ઞાન (ભાગ I)** વિષયના પાઠ્યપુસ્તકનો ગુજરાતીમાં  
અનુવાદ કરીને વિદ્યાર્થીઓ સમક્ષ મુક્તા ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ  
આનંદ અનુભવે છે.

આ પાઠ્યપુસ્તકનો અનુવાદ તથા તેની સમીક્ષા નિષ્ણાત પ્રાધ્યાપકો અને  
શિક્ષકો પાસે કરાવવામાં આવ્યા છે અને સમીક્ષકોનાં સૂચનો અનુસાર હસ્તપ્રતમાં  
યોગ્ય સુધારા-વધારા કર્યા પછી આ પાઠ્યપુસ્તક પ્રસિદ્ધ કરતાં પહેલા આ  
પાઠ્યપુસ્તકની મંજૂરી માટે એક સ્ટેટ લેવલની કમિટીની રચના કરવામાં આવી.  
આ કમિટીની સાથે NCERTના પ્રતિનિધી તરીકે RIE, ભોપાલથી ઉપસ્થિત  
રહેલા નિષ્ણાતોની એક દ્વિદિવસીય કાર્ય શિબીરનું આયોજન કરવામાં આવ્યું  
અને પાઠ્યપુસ્તકને અંતિમ સ્વરૂપ આપવામાં આવ્યું છે. જેમાં  
ડો. એસ. કે. મકવાણા (RIE, ભોપાલ), ડો. કલ્પના મસ્કી (RIE, ભોપાલ),  
ડો. પી. એન. ગજજર, પ્રો. એમ. એસ. રામી, ડો. જી. એમ. સુતરિયા,  
શ્રી સી. ડી. પટેલ, ડો. એમ. એન. ગાંધી અને શ્રી મયૂર એમ. રાવલે ઉપસ્થિત  
રહી પોતાના કીમતી સૂચનો અને માર્ગદર્શન પૂરા પાડ્યા છે.

પ્રસ્તુત પાઠ્યપુસ્તકને રસપ્રદ, ઉપયોગી અને ક્ષતિરહિત બનાવવા માટે  
મંડળ દ્વારા પૂરતી કાળજી લેવામાં આવી છે, તેમ છતાં શિક્ષણમાં રસ ધરાવનાર  
વ્યક્તિઓ પાસેથી ગુણવત્તા વધારે તેવાં સૂચનો આવકાર્ય છે.

NCERT, નવી દિલ્લીના સહકાર બદલ તેમના આભારી છીએ.

એચ. એન. યાવડા

નિયામક

તા. 27-10-2021

કાર્યવાહક પ્રમુખ

ગાંધીનગર

પ્રથમ આવૃત્તિ : 2019, પુન:મુદ્રણ : 2020, 2021, 2022

પ્રકાશક : ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, 'વિદ્યાયન', સેક્ટર - ૧૦-એ, ગાંધીનગર વતી એચ. એન. યાવડા, નિયામક.

મુદ્રક :

## FOREWORD

The National Curriculum Framework (NCF), 2005 recommends that children's life at school must be linked to their life outside the school. This principle marks a departure from the legacy of bookish learning which continues to shape our system and causes a gap between the school, home and community. The syllabi and textbooks developed on the basis of NCF signify an attempt to implement this basic idea. They also attempt to discourage rote learning and the maintenance of sharp boundaries between different subject areas. We hope these measures will take us significantly further in the direction of a child-centred system of education outlined in the National Policy on Education (NPE), 1986.

The success of this effort depends on the steps that school principals and teachers will take to encourage children to reflect on their own learning and to pursue imaginative activities and questions. We must recognise that, given space, time and freedom, children generate new knowledge by engaging with the information passed on to them by adults. Treating the prescribed textbook as the sole basis of examination is one of the key reasons why other resources and sites of learning are ignored. Inculcating creativity and initiative is possible if we perceive and treat children as participants in learning, not as receivers of a fixed body of knowledge.

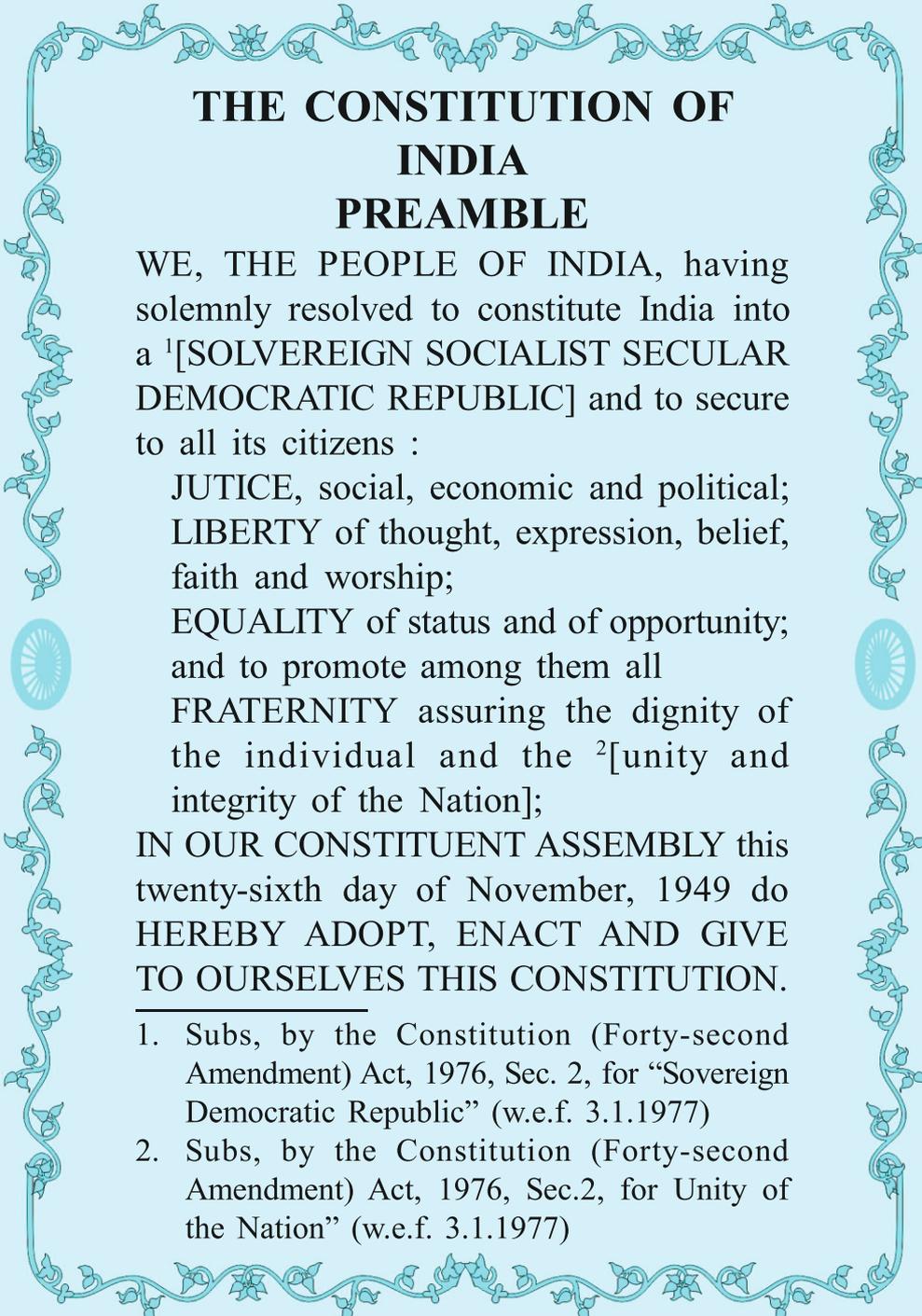
These aims imply considerable change in school routines and mode of functioning. Flexibility in the daily time-table is as necessary as rigour in implementing the annual calendar so that the required number of teaching days are actually devoted to teaching. The methods used for teaching and evaluation will also determine how effective this textbook proves for making children's life at school a happy experience, rather than a source of stress or boredom. Syllabus designers have tried to address the problem of curricular burden by restructuring and reorienting knowledge at different stages with greater consideration for child psychology and the time available for teaching. The textbook attempts to enhance this endeavour by giving higher priority and space to opportunities for contemplation and wondering, discussion in small groups, and activities requiring hands-on experience.

The National Council of Educational Research and Training (NCERT) appreciates the hard work done by the textbook development committee responsible for this book. We wish to thank the Chairperson of the advisory group in science and mathematics, Professor J.V. Narlikar and the Chief Advisor for this book, Professor A.W. Joshi for guiding the work of this committee. Several teachers contributed to the development of this textbook; we are grateful to their principals for making this possible. We are indebted to the institutions and organisations which have generously permitted us to draw upon their resources, material and personnel. We are especially grateful to the members of the National Monitoring Committee, appointed by the Department of Secondary and Higher Education, Ministry of Human Resource Development under the Chairpersonship of Professor Mrinal Miri and Professor G.P. Deshpande, for their valuable time and contribution. As an organisation committed to systemic reform and continuous improvement in the quality of its products, NCERT welcomes comments and suggestions which will enable us to undertake further revision and refinement.

*Director*

New Delhi  
20 December 2006

National Council of Educational  
Research and Training



## THE CONSTITUTION OF INDIA PREAMBLE

WE, THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a <sup>1</sup>[SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC] and to secure to all its citizens :

JUSTICE, social, economic and political;  
LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship;

EQUALITY of status and of opportunity;  
and to promote among them all  
FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the <sup>2</sup>[unity and integrity of the Nation];

IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY this twenty-sixth day of November, 1949 do HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.

1. Subs, by the Constitution (Forty-second Amendment) Act, 1976, Sec. 2, for “Sovereign Democratic Republic” (w.e.f. 3.1.1977)
2. Subs, by the Constitution (Forty-second Amendment) Act, 1976, Sec.2, for Unity of the Nation” (w.e.f. 3.1.1977)

## TEXTBOOK DEVELOPMENT COMMITTEE

### CHAIRPERSON, ADVISORY GROUP FOR TEXTBOOKS IN SCIENCE AND MATHEMATICS

J.V. Narlikar, *Emeritus Professor*, Inter-University Centre for Astronomy and Astrophysics (IUCAA), Ganeshkhind, Pune University Campus, Pune

### CHIEF ADVISOR

A.W. Joshi, Honorary Visiting Scientist, National Centre for Radio Astrophysics (NCRA), Pune University Campus, Pune (Formerly *Professor* at Department of Physics, University of Pune)

### MEMBERS

A.K. Ghatak, *Emeritus Professor*, Department of Physics, Indian Institute of Technology, New Delhi

Alika Khare, *Professor*, Department of Physics, Indian Institute of Technology, Guwahati

Anjali Kshirsagar, *Reader*, Department of Physics, University of Pune, Pune

Anuradha Mathur, *PGT*, Modern School, Vasant Vihar, New Delhi

Atul Mody, *Lecturer (S.G.)*, VES College of Arts, Science and Commerce, Mumbai

B.K. Sharma, *Professor*, DESM, NCERT, New Delhi

Chitra Goel, *PGT*, Rajkiya Pratibha Vikas Vidyalaya, Tyagraj Nagar, New Delhi

Gagan Gupta, *Reader*, DESM, NCERT, New Delhi

H.C. Pradhan, *Professor*, Homi Bhabha Centre of Science Education (TIFR), Mumbai

N. Panchapakesan, *Professor (Retd.)*, Department of Physics and Astrophysics, University of Delhi, Delhi

R. Joshi, *Lecturer (S.G.)*, DESM, NCERT, New Delhi

S.K. Dash, *Reader*, DESM, NCERT, New Delhi

S. Rai Choudhary, *Professor*, Department of Physics and Astrophysics, University of Delhi, Delhi

S.K. Upadhyay, *PGT*, Jawahar Navodaya Vidyalaya, Muzaffar Nagar

S.N. Prabhakara, *PGT*, DM School, Regional Institute of Education (NCERT), Mysore

V.H. Raybagkar, *Reader*, Nowrosjee Wadia College, Pune

Vishwajeet Kulkarni, *Teacher (Grade I)*, Higher Secondary Section, Smt. Parvatibai Chowgule College, Margao, Goa

### MEMBER-COORDINATOR

V.P. Srivastava, *Reader*, DESM, NCERT, New Delhi

# Constitution of India

## Part IV A (Article 51 A)

### Fundamental Duties

It shall be the duty of every citizen of India —

- (a) to abide by the Constitution and respect its ideals and institutions, the National Flag and the National Anthem;
- (b) to cherish and follow the noble ideals which inspired our national struggle for freedom;
- (c) to uphold and protect the sovereignty, unity and integrity of India;
- (d) to defend the country and render national service when called upon to do so;
- (e) to promote harmony and the spirit of common brotherhood amongst all the people of India transcending religious, linguistic and regional or sectional diversities; to renounce practices derogatory to the dignity of women;
- (f) to value and preserve the rich heritage of our composite culture;
- (g) to protect and improve the natural environment including forests, lakes, rivers, wildlife and to have compassion for living creatures;
- (h) to develop the scientific temper, humanism and the spirit of inquiry and reform;
- (i) to safeguard public property and to abjure violence;
- (j) to strive towards excellence in all spheres of individual and collective activity so that the nation constantly rises to higher levels of endeavour and achievement;
- \* (k) who is a parent or guardian, to provide opportunities for education to his child or, as the case may be, ward between the age of six and fourteen years.

---

**Note:** The Article 51A containing Fundamental Duties was inserted by the Constitution (42nd Amendment) Act, 1976 (with effect from 3 January 1977).

\* (k) was inserted by the Constitution (86th Amendment) Act, 2002 (with effect from 1 April 2010).



## ACKNOWLEDGEMENTS

The National Council of Educational Research and Training acknowledges the valuable contribution of the individuals and organisations involved in the development of Physics Textbook for Class XII. The Council also acknowledges the valuable contribution of the following academics for reviewing and refining the manuscripts of this book:

Anu Venugopalan, *Lecturer*, School of Basic and Applied Sciences, GGSIP University, Delhi; A.K. Das, *PGT*, St. Xavier's Senior Secondary School, Delhi; Bharati Kukkal, *PGT*, Kendriya Vidyalaya, Pushp Vihar, New Delhi; D.A. Desai, *Lecturer (Retd.)*, Ruparel College, Mumbai; Devendra Kumar, *PGT*, Rajkiya Pratibha Vikas Vidyalaya, Yamuna Vihar, Delhi; I.K. Gogia, *PGT*, Kendriya Vidyalaya, Gole Market, New Delhi; K.C. Sharma, *Reader*, Regional Institute of Education (NCERT), Ajmer; M.K. Nandy, *Associate Professor*, Department of Physics, Indian Institute of Technology, Guwahati; M.N. Bapat, *Reader*, Regional Institute of Education (NCERT), Mysuru; R. Bhattacharjee, *Assistant Professor*, Department of Electronics and Communication Engineering, Indian Institute of Technology, Guwahati; R.S. Das, *Vice-Principal (Retd.)*, Balwant Ray Mehta Senior Secondary School, Lajpat Nagar, New Delhi; Sangeeta D. Gadre, *Reader*, Kirori Mal College, Delhi; Suresh Kumar, *PGT*, Delhi Public School, Dwarka, New Delhi; Sushma Jaireth, *Reader*, Department of Women's Studies, NCERT, New Delhi; Shyama Rath, *Reader*, Department of Physics and Astrophysics, University of Delhi, Delhi; Yashu Kumar, *PGT*, Kulachi Hans Raj Model School, Ashok Vihar, Delhi.

The Council also gratefully acknowledges the valuable contribution of the following academics for the editing and finalisation of this book: B.B. Tripathi, *Professor (Retd.)*, Department of Physics, Indian Institute of Technology, New Delhi; Dipan K. Ghosh, *Professor*, Department of Physics, Indian Institute of Technology, Mumbai; Dipanjan Mitra, *Scientist*, National Centre for Radio Astrophysics (TIFR), Pune; G.K. Mehta, *Raja Ramanna Fellow*, Inter-University Accelerator Centre, New Delhi; G.S. Visweswaran, *Professor*, Department of Electrical Engineering, Indian Institute of Technology, New Delhi; H.C. Kandpal, *Head*, Optical Radiation Standards, National Physical Laboratory, New Delhi; H.S. Mani, *Raja Ramanna Fellow*, Institute of Mathematical Sciences, Chennai; K. Thyagarajan, *Professor*, Department of Physics, Indian Institute of Technology, New Delhi; P.C. Vinod Kumar, *Professor*, Department of Physics, Sardar Patel University, Vallabh Vidyanagar, Gujarat; S. Annapoorni, *Professor*, Department of Physics and Astrophysics, University of Delhi, Delhi; S.C. Dutta Roy, *Emeritus Professor*, Department of Electrical Engineering, Indian Institute of Technology, New Delhi; S.D. Joglekar, *Professor*, Department of Physics, Indian Institute of Technology, Kanpur; and V. Sundara Raja, *Professor*, Sri Venkateswara University, Tirupati.

The Council also acknowledges the valuable contributions of the following academics for refining the text in 2017: A.K. Srivastava, *Assistant Professor*, DESM, NCERT, New Delhi; Arnab Sen, *Assistant Professor*, NERIE, Shillong; L.S. Chauhan, *Assistant Professor*, RIE, Bhopal; O.N. Awasthi, *Professor (Retd.)*, RIE, Bhopal; Rachna Garg, *Professor*, DESM, NCERT, New Delhi; Raman Namboodiri, *Assistant Professor*, RIE, Mysuru; R.R. Koireng, *Assistant Professor*, DCS, NCERT, New Delhi; Shashi Prabha, *Professor*, DESM, NCERT, New Delhi; and S.V. Sharma, *Professor*, RIE, Ajmer.

Special thanks are due to Hukum Singh, *Professor and Head*, DESM, NCERT for his support.

The Council also acknowledges the support provided by the APC office and the administrative staff of the DESM; Deepak Kapoor, *Incharge*, Computer Station; Inder Kumar, *DTP Operator*; Mohd. Qamar Tabrez, *Copy Editor*; Ashima Srivastava, *Proof Reader* in shaping this book.

The contributions of the Publication Department in bringing out this book are also duly acknowledged.

# CONSTITUTION OF INDIA

## Part III (Articles 12 – 35)

(Subject to certain conditions, some exceptions  
and reasonable restrictions)

guarantees these

## Fundamental Rights

### Right to Equality

- before law and equal protection of laws;
- irrespective of religion, race, caste, sex or place of birth;
- of opportunity in public employment;
- by abolition of untouchability and titles.

### Right to Freedom

- of expression, assembly, association, movement, residence and profession;
- of certain protections in respect of conviction for offences;
- of protection of life and personal liberty;
- of free and compulsory education for children between the age of six and fourteen years;
- of protection against arrest and detention in certain cases.

### Right against Exploitation

- for prohibition of traffic in human beings and forced labour;
- for prohibition of employment of children in hazardous jobs.

### Right to Freedom of Religion

- freedom of conscience and free profession, practice and propagation of religion;
- freedom to manage religious affairs;
- freedom as to payment of taxes for promotion of any particular religion;
- freedom as to attendance at religious instruction or religious worship in educational institutions wholly maintained by the State.

### Cultural and Educational Rights

- for protection of interests of minorities to conserve their language, script and culture;
- for minorities to establish and administer educational institutions of their choice.

### Right to Constitutional Remedies

- by issuance of directions or orders or writs by the Supreme Court and High Courts for enforcement of these Fundamental Rights.



## PREFACE

It gives me pleasure to place this book in the hands of the students, teachers and the public at large (whose role cannot be overlooked). It is a natural sequel to the Class XI textbook which was brought out in 2006. This book is also a trimmed version of the textbooks which existed so far. The chapter on thermal and chemical effects of current has been cut out. This topic has also been dropped from the CBSE syllabus. Similarly, the chapter on communications has been substantially curtailed. It has been rewritten in an easily comprehensible form.

Although most other chapters have been based on the earlier versions, several parts and sections in them have been rewritten. The Development Team has been guided by the feedback received from innumerable teachers across the country.

In producing these books, Class XI as well as Class XII, there has been a basic change of emphasis. Both the books present physics to students without assuming that they would pursue this subject beyond the higher secondary level. This new view has been prompted by the various observations and suggestions made in the National Curriculum Framework (NCF), 2005. Similarly, in today's educational scenario where students can opt for various combinations of subjects, we cannot assume that a physics student is also studying mathematics. Therefore, physics has to be presented, so to say, in a standalone form.

As in Class XI textbook, some interesting box items have been inserted in many chapters. They are not meant for teaching or examinations. Their purpose is to catch the attention of the reader, to show some applications in daily life or in other areas of science and technology, to suggest a simple experiment, to show connection of concepts in different areas of physics, and in general, to break the monotony and enliven the book.

Features like Summary, Points to Ponder, Exercises and Additional Exercises at the end of each chapter, and Examples have been retained. Several concept-based Exercises have been transferred from end-of-chapter Exercises to Examples with Solutions in the text. It is hoped that this will make the concepts discussed in the chapter more comprehensible. Several new examples and exercises have been added. Students wishing to pursue physics further would find Points to Ponder and Additional Exercises very useful and thoughtful. To provide *resources beyond the textbook* and to encourage *eLearning*, each chapter has been provided with some relevant website addresses under the title *ePhysics*. These sites provide additional material on specific topics and also provide learners with opportunities for interactive demonstrations/experiments.

The intricate concepts of physics must be understood, comprehended and appreciated. Students must learn to ask questions like 'why', 'how', 'how do we know it'. They will find almost always that the question 'why' has no answer within the domain of physics and science in general. But that itself is a learning experience, is it not? On the other hand, the question 'how' has been reasonably well answered by physicists in the case of most natural phenomena. In fact, with the understanding of how things happen, it has been possible to make use of many phenomena to create technological applications for the use of humans.

For example, consider statements in a book, like 'A negatively charged electron is attracted by the positively charged plate', or 'In this experiment, light (or electron) behaves like a wave'. You will realise that it is not possible to answer 'why'. This question belongs to the domain of philosophy or metaphysics. But we can answer 'how', we can find the force acting,

we can find the wavelength of the photon (or electron), we can determine how things behave under different conditions, and we can develop instruments which will use these phenomena to our advantage.

It has been a pleasure to work for these books at the higher secondary level, along with a team of members. The Textbook Development Team, Review Team and Editing Teams involved college and university teachers, teachers from Indian Institutes of Technology, scientists from national institutes and laboratories, as well as, higher secondary teachers. The feedback and critical look provided by higher secondary teachers in the various teams are highly laudable. Most box items were generated by members of one or the other team, but three of them were generated by friends and well-wishers not part of any team. We are thankful to Dr P.N. Sen of Pune, Professor Roopmanjari Ghosh of Delhi and Dr Rajesh B Khaparde of Mumbai for allowing us to use their box items, respectively, in Chapters 3, 4 (Part I) and 9 (Part II). We are thankful to the members of the review and editing workshops to discuss and refine the first draft of the textbook. We also express our gratitude to Prof. Krishna Kumar, *Director*, NCERT, for entrusting us with the task of presenting this textbook as a part of the national effort for improving science education. I also thank Prof. G. Ravindra, *Joint Director*, NCERT, for his help from time-to-time. Prof. Hukum Singh, *Head*, Department of Education in Science and Mathematics, NCERT, was always willing to help us in our endeavour in every possible way.

We welcome suggestions and comments from our valued users, especially students and teachers. We wish our young readers a happy journey into the exciting realm of physics.

A. W. JOSHI  
*Chief Advisor*  
Textbook Development Committee

# અનુક્રમણિકા



FOREWORD

iv

PREFACE

x

શિક્ષકો માટે નોંધ

xii

## પ્રકરણ 1

### વિદ્યુતભારો અને ક્ષેત્રો (ELECTRIC CHARGES AND FIELDS)

1.1	પ્રસ્તાવના	1
1.2	વિદ્યુતભાર	1
1.3	વાહકો અને અવાહકો	5
1.4	પ્રેરણ દ્વારા વિદ્યુતભારિત કરવું	6
1.5	વિદ્યુતભારના મૂળભૂત ગુણધર્મો	8
1.6	કુલંબનો નિયમ	10
1.7	ઘણા વિદ્યુતભારો વચ્ચે બળો	15
1.8	વિદ્યુતક્ષેત્ર	18
1.9	વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ	23
1.10	વિદ્યુત ફ્લક્સ	25
1.11	વિદ્યુત ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી)	27
1.12	સમાન બાહ્યક્ષેત્રમાં મૂકેલ ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી)	31
1.13	સતત વિદ્યુતભાર વિતરણ	32
1.14	ગોસનો નિયમ	33
1.15	ગોસના નિયમના ઉપયોગો	37

## પ્રકરણ 2

### સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસિટન્સ (ELECTROSTATIC POTENTIAL AND CAPACITANCE)

2.1	પ્રસ્તાવના	51
2.2	સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન	53
2.3	બિંદુવત્ વિદ્યુતભારને લીધે સ્થિતિમાન	54
2.4	વિદ્યુત ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી)ને લીધે સ્થિતિમાન	55
2.5	વિદ્યુતભારોના તંત્રને લીધે સ્થિતિમાન	57
2.6	સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠો	60
2.7	વિદ્યુતભારોના તંત્રની સ્થિતિઊર્જા	61
2.8	બાહ્ય ક્ષેત્રમાં સ્થિતિઊર્જા	64
2.9	સુવાહકોનું સ્થિત વિદ્યુતશાસ્ત્ર	67

2.10	ડાયઇલેક્ટ્રીક અને ધ્રુવીભવન	71
2.11	કેપેસિટરો અને કેપેસિટન્સ	73
2.12	સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટર	74
2.13	કેપેસિટન્સ પર ડાયઇલેક્ટ્રીકની અસર	75
2.14	કેપેસિટરોનું સંયોજન	78
2.15	કેપેસિટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા	80

### પ્રકરણ 3

#### પ્રવાહ વિદ્યુત (CURRENT ELECTRICITY)

3.1	પ્રસ્તાવના	93
3.2	વિદ્યુતપ્રવાહ	93
3.3	સુવાહકોમાં વિદ્યુતપ્રવાહો	94
3.4	ઓહ્મનો નિયમ	95
3.5	ઇલેક્ટ્રોનની ડ્રિફ્ટ ગતિ અને અવરોધકતાનું ઉદ્ભવ	97
3.6	ઓહ્મના નિયમની મર્યાદાઓ	101
3.7	જુદા-જુદા દ્રવ્યો માટે અવરોધકતા	101
3.8	અવરોધકતાનો તાપમાન પરનો આધાર	103
3.9	વિદ્યુત ઊર્જા અને પાવર (કાર્યત્વરા)	105
3.10	અવરોધકોનું સંયોજન-શ્રેણી અને સમાંતર	107
3.11	વિદ્યુતકોષ, <i>emf</i> , આંતરિક અવરોધ	110
3.12	કોષોના શ્રેણી અને સમાંતર જોડાણ	113
3.13	કિર્યોફના નિયમો	115
3.14	વ્હીટ્સ્ટન બ્રિજ	118
3.15	મીટરબ્રિજ	120
3.16	પોટેન્શિયોમીટર	122

### પ્રકરણ 4

#### ગતિમાન વિદ્યુતભારો અને ચુંબકત્વ (MOVING CHARGES AND MAGNETISM)

4.1	પ્રસ્તાવના	132
4.2	ચુંબકીયબળ	133
4.3	ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ	137
4.4	સંયુક્ત એવા વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રોમાં ગતિ	140
4.5	વિદ્યુતપ્રવાહ ખંડના કારણે મળતું ચુંબકીયક્ષેત્ર, બાયો-સાવરનો નિયમ	143
4.6	વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વર્તુળાકાર પ્રવાહગાળાની અક્ષ પર ચુંબકીયક્ષેત્ર	145
4.7	એમ્પિયરનો સર્કિટલ (બંધ ગાળાનો) નિયમ	147
4.8	સોલેનોઇડ અને ટોરોઇડ	150
4.9	બે સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહ વચ્ચે લાગતું બળ, એમ્પિયર	154
4.10	વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળા (પ્રવાહગાળા) પર લાગતું ટોર્ક, ચુંબકીય ડાઇપોલ	157
4.11	ચલિત ગૂંચળાવાળું ગેલ્વેનોમીટર	163

## પ્રકરણ 5

### ચુંબકત્વ અને દ્રવ્ય (MAGNETISM AND MATTER)

5.1	પ્રસ્તાવના	173
5.2	ગર્જિયો ચુંબક	174
5.3	ચુંબકત્વ અને ગોસનો નિયમ	181
5.4	પૃથ્વીનું ચુંબકત્વ	185
5.5	મેગ્નેટાઈઝેશન અને મેગ્નેટિક તીવ્રતા	189
5.6	દ્રવ્યોના ચુંબકીય ગુણધર્મો	191
5.7	કાયમી ચુંબકો અને વિદ્યુતચુંબકો	195

## પ્રકરણ 6

### વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ (ELECTROMAGNETIC INDUCTION)

6.1	પ્રસ્તાવના	204
6.2	ફેરેડે અને હેન્રીના પ્રયોગો	205
6.3	ચુંબકીય ફ્લક્સ	206
6.4	ફેરેડેનો પ્રેરણનો નિયમ	207
6.5	લેન્ઝનો નિયમ અને ઊર્જા સંરક્ષણ	210
6.6	ગતિકીય વિદ્યુતચાલક બળ	212
6.7	ઊર્જા વિચારણા : એક માત્રાત્મક અભ્યાસ	215
6.8	ઘૂમરી પ્રવાહો	218
6.9	પ્રેરકત્વ	219
6.10	AC જનરેટર	224

## પ્રકરણ 7

### પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ (ALTERNATING CURRENT)

7.1	પ્રસ્તાવના	233
7.2	અવરોધકને લાગુ પાડેલ AC વોલ્ટેજ	234
7.3	ઘૂમતા સદિશો (ફેઝર્સ) વડે AC પ્રવાહ અને વોલ્ટેજની રજૂઆત	237
7.4	ઈન્ડક્ટર (પ્રેરક ગૂંચળું)ને લાગુ પાડેલ AC વોલ્ટેજ	237
7.5	કેપેસિટર (સંધારક)ને લાગુ પાડેલ AC વોલ્ટેજ	241
7.6	LCR શ્રેણી પરિપથને લાગુ પાડેલ AC વોલ્ટેજ	244
7.7	AC પરિપથમાં પાવર : પાવર ફેક્ટર	252
7.8	LC દોલનો	255
7.9	ટ્રાન્સફોર્મર્સ	259

## પ્રકરણ 8

### વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો (ELECTRO MAGNETIC WAVES)

8.1	પ્રસ્તાવના	269
8.2	સ્થાનાંતર પ્રવાહ	270
8.3	વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો	274
8.4	વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટ	280

### જવાબો (ANSWERS)

288

## COVER DESIGN

(Adapted from <http://nobelprize.org> and  
the Nobel Prize in Physics 2006)

---

---

Different stages in the evolution of  
the universe.

---

---

## BACK COVER

(Adapted from <http://www.iter.org> and  
<http://www.dae.gov.in>)

---

---

Cut away view of *International Thermonuclear Experimental Reactor* (ITER) device.  
The man in the bottom shows the scale.

ITER is a joint international research and development project that aims to demonstrate the scientific and technical feasibility of fusion power.

India is one of the seven full partners in the project, the others being the European Union (represented by EURATOM), Japan, the People's Republic of China, the Republic of Korea, the Russian Federation and the USA. ITER will be constructed in Europe, at Cadarache in the South of France and will provide 500 MW of fusion power.

Fusion is the energy source of the sun and the stars. On earth, fusion research is aimed at demonstrating that this energy source can be used to produce electricity in a safe and environmentally benign way, with abundant fuel resources, to meet the needs of a growing world population.

For details of India's role, see *Nuclear India*, Vol. 39, Nov. 11-12/  
May-June 2006, issue available at Department of Atomic Energy (DAE) website mentioned above.

---

---

પ્રકરણ એક



# વિદ્યુતભારો અને ક્ષેત્રો

## (ELECTRIC CHARGES AND FIELDS)

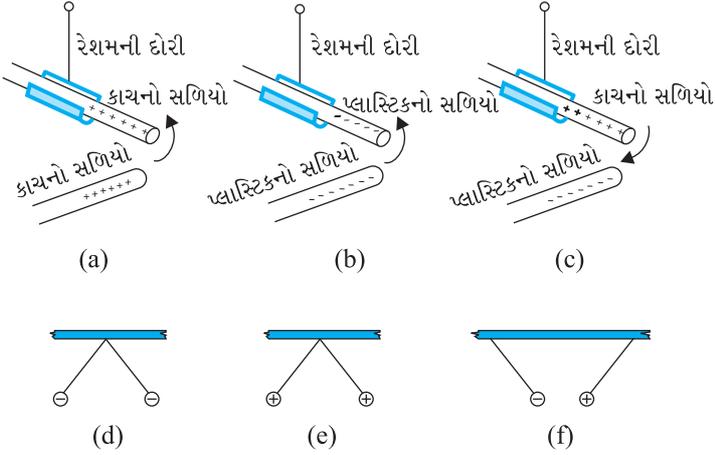


### 1.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

આપણે પહેરેલાં સિન્થેટિક કપડાં અથવા સ્વેટર ઉતારતી વખતે, ખાસ કરીને સૂકા હવામાનમાં આપણને સૌને તણખા જોવાનો અથવા તડતડ અવાજ સાંભળવાનો અનુભવ છે. પોલિયેસ્ટર સાડી જેવા મહિલાઓના કપડામાં તો આવું લગભગ અનિવાર્યપણે થતું જ હોય છે. તમે કદી આ ઘટનાની સમજૂતી મેળવવાનો પ્રયત્ન કર્યો છે ? વિદ્યુતવિભાર (Electric Discharge)નું બીજું સામાન્ય ઉદાહરણ એ મેઘગર્જના વખતે દેખાતી વીજળી છે. કારનો દરવાજો ખોલતાં કે બસમાં આપણી બેઠક પરથી લપસ્યા બાદ બસનો લોખંડનો સળિયો પકડતાં આપણને વિદ્યુત આંચકો (Shock) પણ લાગે છે. આવા અનુભવોનું કારણ આપણા શરીર મારફતે થતો વિદ્યુતવિભાર (વિદ્યુતભાર વિસર્જન) છે, જે અવાહક સપાટીઓના ઘસાવાથી એકત્રિત થયો હતો. તમે કદાચ એવું સાંભળ્યું પણ હશે કે સ્થિતવિદ્યુત ઉત્પન્ન થવાને લીધે આવું થાય છે. આપણે આ અને પછીના પ્રકરણમાં આ જ મુદ્દાની ચર્ચા કરવાના છીએ. સ્થિત એટલે એવું કંઈક કે જે ગતિ કરતું ન હોય કે સમય સાથે બદલાતું ન હોય. સ્થિતવિદ્યુતશાસ્ત્રમાં સ્થિત વિદ્યુતભારોથી ઉદ્ભવતાં બળો, ક્ષેત્રો અને સ્થિતિમાનો વિશે અભ્યાસ કરીશું.

### 1.2 વિદ્યુતભાર (ELECTRIC CHARGE)

ઊન સાથે કે રેશમી કાપડ સાથે ઍંબરને ઘસતાં તે હલકા પદાર્થોને આકર્ષે છે, એવી હકીકતની શોધનું માન ઐતિહાસિક રીતે ઈ. પૂ. 600માં ગ્રીસમાં આવેલા Thales of Miletusને જાય છે. વિદ્યુત (Electricity) એવું નામ ગ્રીક શબ્દ ઈલેક્ટ્રોન - જેનો અર્થ છે ઍંબર-પરથી અપાયું છે. દ્રવ્યની ઘણી એવી જોડીઓ જાણવા મળી હતી કે જેમને ઘસવાથી તેઓ ઘાસના તણખલા,



**આકૃતિ 1.1** સળિયાઓ અને બરુની ગોળીઓ : સજાતિય વિદ્યુતભારો એકબીજાને અપાકર્ષે છે અને વિજાતિય વિદ્યુતભારો આકર્ષે છે.

આકર્ષે છે. તે જ રીતે બિલાડીના ચામડા (ફર, Fur) સાથે ઘસેલા પ્લાસ્ટિકના બે સળિયા પણ એકબીજાને અપાકર્ષે છે [આકૃતિ 1.1(b)]. પણ ફરને આકર્ષે છે. બીજી તરફ પ્લાસ્ટિકનો સળિયો કાચના સળિયાને આકર્ષે છે [આકૃતિ 1.1(c)] અને રેશમ કે ઊન કે જેની સાથે કાચના સળિયાને ઘસેલા હતા તેને (રેશમ કે ઊનને) અપાકર્ષે છે. કાચનો સળિયો બિલાડીના ચામડાને અપાકર્ષે છે.

જો ફર સાથે ઘસેલો પ્લાસ્ટિકનો સળિયો, રેશમ કે નાયલોનની દોરી સાથે લટકાવેલ બે નાની બરુની ગોળીઓ (Pith Balls) (હાલના સમયમાં તો આપણે પોલીસ્ટીરીન બોલ્સ વાપરી શકીએ)ને અડકાડવામાં આવે તો ગોળીઓ એકબીજાને અપાકર્ષે છે [આકૃતિ 1.1(d)]. અને સળિયા સાથે પણ અપાકર્ષણ અનુભવે છે. જો બરુની ગોળીઓને રેશમ સાથે ઘસેલા કાચના સળિયાને અડકાડવામાં આવે તો આવી જ અસર જણાય છે [આકૃતિ 1.1(e)]. એક નાટકીય અવલોકન એવું મળે છે કે કાચના સળિયા સાથે અડકાડેલી બરુની ગોળી, પ્લાસ્ટિકના સળિયા સાથે અડકાડેલી બીજી બરુની ગોળીને આકર્ષે છે [આકૃતિ 1.1(f)].

આ દેખીતી રીતે સરળ લાગતી હકીકતો, વર્ષોનાં પ્રયત્નો અને કાળજીપૂર્વકના પ્રયોગો અને તેમના વિશ્લેષણ પરથી સ્થાપિત થયેલી હતી. જુદા જુદા વિજ્ઞાનીઓ દ્વારા ઘણા કાળજીપૂર્વકના અભ્યાસોને અંતે એવો નિષ્કર્ષ મેળવવામાં આવ્યો હતો કે જે અસ્તિત્વ (Entity)ને વિદ્યુતભાર કહેવામાં આવે છે તેના ફક્ત બે જ પ્રકાર છે. કાચ કે પ્લાસ્ટિકનો સળિયો, રેશમ, ફર, બરુની ગોળી જેવા પદાર્થો વિદ્યુતભારિત (Electrified) થયેલા છે. ઘસવાની ક્રિયા દરમ્યાન તેઓ વિદ્યુતભાર પ્રાપ્ત કરે છે. બરુની ગોળી પરના પ્રયોગો સૂચવે છે કે વિદ્યુતભારિત થવાની ક્રિયા (Electrification) બે પ્રકારની છે અને આપણને એમ જણાય છે કે (i) સજાતિય વિદ્યુતભારો એકબીજાને અપાકર્ષે છે અને (ii) વિજાતિય વિદ્યુતભારો એકબીજાને આકર્ષે છે. પ્રયોગોએ એ પણ દર્શાવ્યું કે બરુની ગોળીના સંપર્ક વખતે વિદ્યુતભાર સળિયા પરથી ગોળી પર સ્થાનાંતર પામે છે. આમ, બરુની ગોળીઓ સંપર્કથી વિદ્યુતભારિત થઈ છે એમ કહેવાય છે. બે પ્રકારના વિદ્યુતભારોને જુદા પાડતા ગુણધર્મને વિદ્યુતભારનું ધ્રુવત્વ (Polarity) કહે છે.

જ્યારે કાચનો સળિયો રેશમ સાથે ઘસવામાં આવે છે ત્યારે સળિયો એક પ્રકારનો વિદ્યુતભાર અને રેશમ બીજા પ્રકારનો વિદ્યુતભાર પ્રાપ્ત કરે છે. ઘસવાથી વિદ્યુતભારિત થતા બે પદાર્થોની કોઈપણ જોડ માટે આ સાચું છે. હવે જો વિદ્યુતભારિત સળિયો, જેની સાથે તેને ઘસેલો હતો તે રેશમના સંપર્કમાં લાવવામાં આવે તો તેઓ એકબીજાને આકર્ષતા નથી. અગાઉ જ્યારે વિદ્યુતભારિત થયા હતા ત્યારે જેમને આકર્ષતા કે અપાકર્ષકતા હતા તેવા હલકા પદાર્થોને પણ તેઓ હવે આકર્ષતા કે અપાકર્ષકતા નથી.

બરુની ગોળી (Pith Ball), કાગળના ટુકડા જેવા હલકા પદાર્થોને આકર્ષી શકતા હતા. આવી અસર અનુભવવા માટે તમે નીચેની પ્રવૃત્તિ ઘેર કરી શકો છો. સફેદ કાગળની લાંબી, પાતળી પટ્ટીઓ કાપીને હળવેથી તેમની ઈસ્ટ્રી કરો. તેમને ટી.વી.ના પડદા અથવા કમ્પ્યુટરના મોનીટરની નજીક લાવો. તમે જોશો કે પટ્ટીઓ પડદા તરફ આકર્ષાય છે. હકીકતમાં તેઓ થોડીવાર પડદાને ચોંટીને રહે છે.

એવું અવલોકિત થયું હતું કે ઊન કે રેશમના કાપડ સાથે ઘસેલા કાચના બે સળિયા એકબીજાની નજીક લાવતાં તેઓ એકબીજાને અપાકર્ષે છે [આકૃતિ 1.1(a)]. ઊનના બે રેસાઓ કે રેશમી કાપડના બે ટુકડાઓ કે જેમની સાથે સળિયાઓને ઘસ્યા હતા તેઓ પણ એકબીજાને અપાકર્ષે છે. જો કે કાચનો સળિયો અને ઊન એકબીજાને

## વિદ્યુતભારો અને ક્ષેત્રો

આમ, ઘસવાથી વિદ્યુતભાર પ્રાપ્ત કરેલો હોય તેવા વિદ્યુતભારિત પદાર્થોને એકબીજાના સંપર્કમાં લાવવામાં આવતાં પ્રાપ્ત કરેલ વિદ્યુતભાર ગુમાવી દે છે. આ અવલોકનો પરથી તમે શું નિષ્કર્ષ તારવશો ? તે આપણને એટલું જ જણાવે છે કે પદાર્થોએ પ્રાપ્ત કરેલા વિજાતીય વિદ્યુતભારો એકબીજાની અસરને નાબુદ કરે છે. આથી વિદ્યુતભારોને ધન અને ઋણ એવાં નામ અમેરિકન વિજ્ઞાની બેન્જામીન ફ્રેન્કલીન દ્વારા અપાયાં હતાં. આપણે જાણીએ છીએ કે જ્યારે એક ધન સંખ્યામાં તેટલું જ માન ધરાવતી ઋણ સંખ્યા ઉમેરવામાં આવે તો સરવાળો શૂન્ય થાય છે. વિદ્યુતભારોને ધન અને ઋણ એવાં નામ આપવામાં કદાચ આ તર્ક હશે. રૂઢિગત રીતે કાચના સળિયા અથવા બિલાડીના ફર પરનો વિદ્યુતભાર ધન અને પ્લાસ્ટિકના સળિયા અથવા રેશમ પરનો વિદ્યુતભાર ઋણ ગણવામાં આવે છે. જો કોઈ પદાર્થ વિદ્યુતભાર ધરાવતો હોય તો વિદ્યુતભારિત હોવાનું કહેવાય છે. જ્યારે તેની પાસે કોઈ વિદ્યુતભાર નથી હોતો ત્યારે તેને વિદ્યુત તટસ્થ હોવાનું કહેવાય છે.

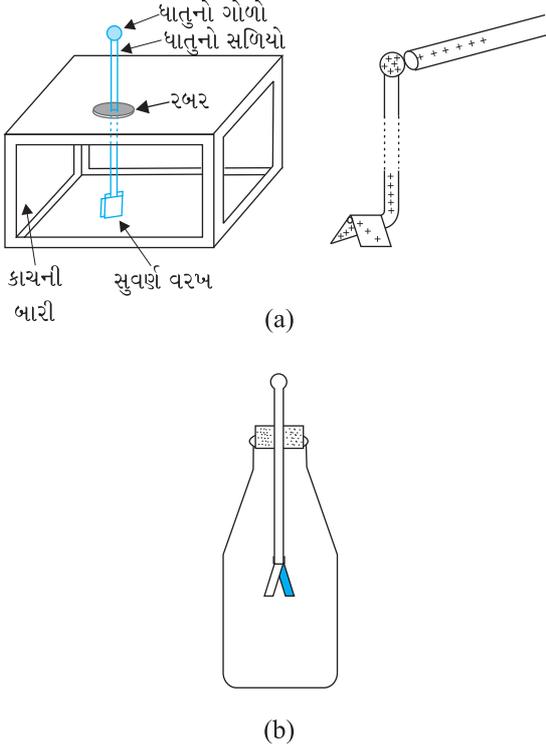
### વિદ્યુત અને ચુંબકત્વનું એકીકીકરણ

પ્રાચીન સમયમાં, વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ બે જુદા વિષયો ગણાતા હતા. વિદ્યુત કાચના સળિયા, બિલાડીના ફર, બેટરીઓ, વીજળી એ બધામાં વિદ્યુતભારો અંગેની વાત કરતું જ્યારે ચુંબકત્વ ચુંબકની, લોખંડના ભૂકા, ચુંબકીય સોય વગેરે સાથેની આંતરક્રિયા વિષેની સમજૂતી આપતું હતું. 1820માં ડેન્માર્કના વિજ્ઞાની ઓર્સ્ટેડને જણાયું કે, ચુંબકીય સોયની નજીક (ઉપર કે નીચે) મૂકેલા તારમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહનું વહન કરતાં ચુંબકીય સોયનું કોણાવર્તન થાય છે. એમ્પિયર અને ફેરેડેએ આ અવલોકનને એમ કહીને સમર્થન આપ્યું કે ગતિમાન વિદ્યુતભારો ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે અને ગતિમાન ચુંબકો વિદ્યુત ઉત્પન્ન કરે છે. જ્યારે સ્કોટલેન્ડના ભૌતિકવિજ્ઞાની મેક્સવેલ અને ડચ ભૌતિકવિજ્ઞાની લોરેન્ટ્ઝે રજૂ કરેલ સિદ્ધાંતમાં તેમણે આ બે વિષયોનું એકબીજા પરનું અવલંબન (Dependence) દર્શાવ્યું ત્યારે એકીકીકરણ સિદ્ધ થયું હતું. આ ક્ષેત્રને વિદ્યુતચુંબકત્વ કહે છે. આપણી આસપાસ બનતી મોટાભાગની ઘટનાઓ વિદ્યુતચુંબકત્વ દ્વારા સમજાવી શકાય છે. આપણે વિચારી શકીએ તેવું દરેક બળ-જેમકે, ઘર્ષણ, દ્રવ્યને એકસાથે જકડી રાખનાર પરમાણુઓ વચ્ચેનું રાસાયણિક બળ અને સજીવોના કોષમાં આકાર લેતી પ્રક્રિયાઓને રજૂ કરતાં બળો-વિદ્યુતચુંબકીય બળમાંથી ઉદ્ભવે છે. વિદ્યુતચુંબકીય બળ એ કુદરતના મૂળભૂત બળોમાંનું એક છે.

યંત્રશાસ્ત્રમાં ન્યૂટનનાં ગતિનાં સમીકરણો અને ગુરુત્વાકર્ષણ જે ભાગ ભજવે છે તેવો જ ભાગ પ્રચલિત (Classical) વિદ્યુતચુંબકત્વમાં, મેક્સવેલે રજૂ કરેલાં ચાર સમીકરણો ભજવે છે. તેણે એવી પણ દલીલ કરી કે, પ્રકાશ વિદ્યુતચુંબકીય પ્રકૃતિ ધરાવે છે અને તેની ઝડપ, માત્ર વિદ્યુત અને ચુંબકીય માપનો પરથી મેળવી શકાય છે. તેણે જણાવ્યું કે, પ્રકાશનું વિજ્ઞાન વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ સાથે ગાઢ રીતે સંકળાયેલું છે.

વિદ્યુત અને ચુંબકત્વનું વિજ્ઞાન આધુનિક સંસ્કૃતિનો પાયો છે. વિદ્યુતપાવર, દૂરસંચાર, રેડિયો અને ટેલિવિઝન અને બીજાં આપણા રોજિંદા જીવનમાં વપરાતાં અનેક ઉપકરણો આ વિજ્ઞાનના સિદ્ધાંતો પર રચાયેલાં છે. ગતિમાં રહેલા વિદ્યુતભારિત કણો વિદ્યુત અને ચુંબકીય બંને બળો લગાડે છે, તેમ છતાં જે નિર્દેશ ફેમમાં બધાં વિદ્યુતભારો સ્થિર છે તેમાં બળો માત્ર વિદ્યુતિય હોય છે. તમે જાણો છો કે ગુરુત્વબળ એ ગુરુ-અવધિ (Long Range) બળ છે. જ્યારે કણો વચ્ચેનું અંતર ખૂબ મોટું હોય ત્યારે પણ તેની અસર જણાય છે, કારણ કે આ બળ આંતરક્રિયા કરનારા પદાર્થો વચ્ચેના અંતરના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં ઘટે છે. આ પ્રકરણમાં આપણે શીબીશું કે વિદ્યુતબળ પણ એટલું જ સર્વવ્યાપી અને ગુરુત્વબળ કરતાં માનના કેટલાય કમ જેટલું વધુ પ્રબળ છે. (સંદર્ભ : પ્રકરણ-1, ધોરણ XI, ભૌતિકવિજ્ઞાન પાઠ્યપુસ્તક)

પદાર્થ પરના વિદ્યુતભારની પરખ કરવા માટેનું એક સાદું ઉપકરણ એ સુવર્ણ-વરખ વિદ્યુતદર્શક (Gold-leaf Electroscope) છે [આકૃતિ 1.2(a)]. તે એક બોક્સમાં રાખેલા ધાતુના ઉર્ધ્વ સળિયાના નીચેના છેડે પાતળા સુવર્ણ વરખ ધરાવતી રચના છે. જ્યારે વિદ્યુતભારિત પદાર્થ ટોચ પરના ધાતુના ગોળાને સ્પર્શે છે, ત્યારે વિદ્યુતભાર વહન પામીને વરખો પર જાય છે અને તેઓ એકબીજાથી દૂર જાય છે (ફંટાય છે). દૂર જવાનું પ્રમાણ વિદ્યુતભારના જથ્થાનું સૂચક છે.



આકૃતિ 1.2 વિદ્યુતદર્શક (a) સુવર્ણ-વરખવાળું વિદ્યુતદર્શક (b) સાદા વિદ્યુતદર્શકની સંજ્ઞાત્મક આકૃતિ

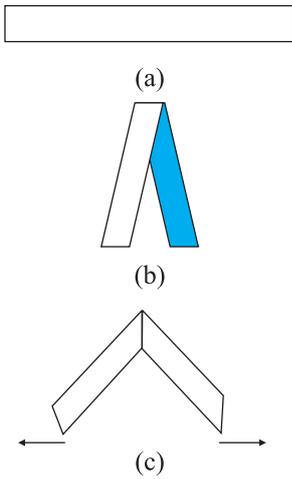
વિદ્યાર્થીઓ નીચે પ્રમાણે સાદું વિદ્યુતદર્શક બનાવી શકે છે (આકૃતિ 1.2(b)). પડદા માટેનો એલ્યુમિનિયમનો એક પાતળો સળિયો લો, જેના છેડે પડદા લગાડવાના ગોળા લગાડેલા હોય. લગભગ 20 cm લંબાઈનો ટુકડો કાપો, તેના એક છેડે ગોળો હોય અને કાપેલા છેડાને સપાટ (ચપટો) બનાવો. આ સળિયાને રાખી શકે તેવી મોટી બાટલી અને તેના ખુલ્લા છેડામાં ચુસ્ત બેસે તેવો બૂચ લો. પડદાના સળિયાને સહેલાઈથી પકડી રાખે તેવું છિદ્ર બૂચમાં પાડો. બૂચમાં થઈ સળિયાને, કાપેલો ભાગ નીચે તરફ રહે અને ગોળાવાળો છેડો બૂચની બહાર રહે તેમ સરકાવો. એલ્યુમિનિયમનો પાતળો વરખ (લગભગ 6 cm લંબાઈનો) લઈ તેને મધ્યમાંથી વાળી સળિયાના સપાટ છેડા સાથે સેલ્યુલોઝ ટેપથી જોડો. આ તમારા વિદ્યુતદર્શકના વરખો છે. સળિયાની લગભગ 5 cm લંબાઈ બૂચની બહાર રહે તેમ બૂચને બાટલી પર લગાડો. અંતર માપવા માટે બાટલીમાં અગાઉથી કાગળનો સ્કેલ મૂકી શકાય. વરખો વચ્ચેનું અંતર એ વિદ્યુતભારના જથ્થાનું આશરે માપ છે.

વિદ્યુતદર્શક કેવી રીતે કાર્ય કરે છે તે સમજવા વિદ્યુતભારિત પદાર્થો વચ્ચેનું આકર્ષણ જોવા માટે આપણે વાપરી હતી તે કાગળની પટ્ટીઓ લો. તેમને મધ્યમાંથી વાળો, જેથી વળવાના સ્થાને નિશાની થશે. પટ્ટીને ખોલી, હળવેથી ઈસ્ત્રી કરી, આકૃતિ 1.3માં દર્શાવ્યા મુજબ વળાંકની નિશાની ઉપર રહે તેમ રાખો. પટ્ટીને એવી રીતે પકડો કે વળાંક ચપટીમાં આવે. તમે જોઈ શકશો કે બંને ભાગ એકબીજાથી દૂર જાય છે. આ દર્શાવે છે કે ઈસ્ત્રી કરવાથી પટ્ટીને વિદ્યુતભાર પ્રાપ્ત થયો છે. જ્યારે તમે અડધેથી વાળો છો

ત્યારે બંને અડધા ભાગો પર સમાન વિદ્યુતભાર હોય છે. તેથી તેઓ એકબીજાને અપાકર્ષે છે. આવી જ અસર વરખવાળા વિદ્યુતદર્શકમાં જોવા મળે છે. વિદ્યુતભારિત પદાર્થને સળિયાના છેડે ગોળા સાથે સ્પર્શ કરાવતાં વિદ્યુતભાર સળિયા પર અને તેની સાથે જોડેલા એલ્યુમિનિયમના વરખો પર સ્થાનાંતર પામે છે. વરખોનું છૂટા પડવાનું પ્રમાણ તેમના પરના વિદ્યુતભારના જથ્થા પર આધારિત છે. આપણે પ્રથમ તો એ સમજાવે કે દ્રવ્ય પદાર્થો વિદ્યુતભાર કેમ પ્રાપ્ત કરે છે.

તમે જાણો છો કે બધું દ્રવ્ય પરમાણુ અને/અથવા અણુઓનું બનેલું છે. સામાન્યતઃ દ્રવ્યો વિદ્યુતીય રીતે તટસ્થ હોવા છતાં તેઓ વિદ્યુતભાર ધરાવે છે, પરંતુ તેમના વિદ્યુતભારો બરાબર સમતોલિત થયેલ છે. ઘન પદાર્થમાં અણુઓને એકબીજા સાથે જકડી રાખનારાં બળો, પરમાણુઓને એકબીજા સાથે જકડી રાખનારાં બળો, ગુંદરનું આસક્તિ (Adhesive) બળ, પૃષ્ઠતાણ સાથે સંકળાયેલાં બળો એ બધાં મૂળભૂત રીતે વિદ્યુત પ્રકારનાં છે, જે વિદ્યુતભારો વચ્ચેનાં બળોથી ઉદ્ભવેલાં છે. આમ, વિદ્યુતબળ સર્વવ્યાપી છે અને આપણા જીવન સાથે સંકળાયેલ દરેક ક્ષેત્રને ઘેરી વળેલું છે. આથી, એ જરૂરી છે કે આપણે આ બળ વિશે વધુ જાણીએ.

કોઈ તટસ્થ પદાર્થને વિદ્યુતભારિત કરવા માટે આપણે એક પ્રકારનો વિદ્યુતભાર ઉમેરવાની કે દૂર કરવાની જરૂર પડે છે. જ્યારે આપણે એમ કહીએ કે પદાર્થ વિદ્યુતભારિત થયેલો છે ત્યારે આપણે આ વધારાના અથવા ખૂટતા વિદ્યુતભારની વાત કરીએ છીએ. ઘન પદાર્થોમાં, પરમાણુ સાથે ઓછી પ્રબળતાથી બંધિત હોય, તેમાંના કેટલાંક ઈલેક્ટ્રોન, એકથી બીજા પદાર્થ પર સ્થાનાંતર પામતા વિદ્યુતભાર છે. આમ, પદાર્થ કેટલાક ઈલેક્ટ્રોનને ગુમાવીને ઘન વિદ્યુતભારિત બને છે. તેવી જ રીતે પદાર્થ ઈલેક્ટ્રોનને પ્રાપ્ત કરીને ઋણ વિદ્યુતભારિત બને છે. જ્યારે આપણે કાચના સળિયાને રેશમ સાથે



આકૃતિ 1.3 કાગળની પટ્ટીનો પ્રયોગ

ઘસીએ છીએ ત્યારે સળિયામાંથી કેટલાક ઇલેક્ટ્રોન રેશમ પર સ્થાનાંતર પામે છે. આમ, સળિયો ધન વિદ્યુતભારિત અને રેશમ ઋણ વિદ્યુતભારિત બને છે. ઘસવાની ક્રિયામાં કોઈ નવો વિદ્યુતભાર ઉત્પન્ન થતો નથી. વળી, સ્થાનાંતર પામતા ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યા, પદાર્થની અંદરના ઇલેક્ટ્રોનની કુલ સંખ્યાનો એક ઘણો નાનો ભાગ છે. આ ઉપરાંત દ્રવ્યમાં ઓછી પ્રબળતાથી બંધિત હોય તેવા ઇલેક્ટ્રોન જ ઘસવાની ક્રિયામાં પદાર્થમાંથી સ્થાનાંતર પામે છે. આથી જ્યારે એક પદાર્થને બીજા પદાર્થ સાથે ઘસવામાં આવે છે ત્યારે પદાર્થો વિદ્યુતભારિત થાય છે, આ કારણથી ઘસીને પદાર્થોને વિદ્યુતભારિત થયેલા નોંધવા માટે આપણે કેટલીક જોડ (Pairs)ને જ વળગી રહેવું પડે છે.

### 1.3 વાહકો અને અવાહકો (CONDUCTORS AND INSULATORS)

ધાતુના એક સળિયાને હાથમાં રાખી ઊન સાથે ઘસતાં વિદ્યુતભારિત થયો હોવાનો કોઈ સંકેત જણાતો નથી. જોકે, લાકડાના કે પ્લાસ્ટિકના હેન્ડલ (હાથા)વાળો ધાતુનો સળિયો તેના ધાતુના ભાગને સ્પર્શ્યા સિવાય ઘસવામાં આવે તો તે વિદ્યુતભારિત થયો હોવાનો સંકેત આપે છે. ધારો કે આપણે તાંબાના એક તારને તટસ્થ બરુની ગોળી (Pith Ball) સાથે જોડીએ અને બીજા છેડાને ઋણ વિદ્યુતભારિત પ્લાસ્ટિકના સળિયા સાથે જોડીએ તો આપણને જણાશે કે બરુની ગોળી ઋણ વિદ્યુતભાર પ્રાપ્ત કરે છે. જો આવો જ પ્રયોગ (તાંબાના તારને સ્થાને) નાયલોન દોરી અથવા રબર-બેન્ડ સાથે કરવામાં આવે તો પ્લાસ્ટિકના સળિયા પરથી બરુની ગોળી તરફ કોઈ વિદ્યુતભારનું સ્થાનાંતર થતું નથી. સળિયાથી ગોળી તરફ વિદ્યુતભારનું સ્થાનાંતર કેમ થતું નથી ?

કેટલાંક દ્રવ્યો વિદ્યુતને તેમનામાંથી સહેલાઈથી પસાર થવા દે છે, બીજા થવા દેતા નથી. જેઓ તેમનામાંથી વિદ્યુતને સહેલાઈથી પસાર થવા દે છે તેમને *સુવાહકો/અથવા વાહકો (Conductors)* કહે છે. તેમની પાસે વિદ્યુતભારો (ઇલેક્ટ્રોન) એવા હોય છે કે જે દ્રવ્યમાં ગતિ કરવા માટે લગભગ મુક્ત હોય છે. ધાતુઓ, માનવ તથા પ્રાણી શરીરો અને પૃથ્વી વાહકો છે. કાચ, પોર્સેલીન, પ્લાસ્ટિક, નાયલોન, લાકડું જેવી મોટાભાગની અધાતુઓ તેમનામાંથી વિદ્યુતના પસાર થવાને મોટો અવરોધ દાખવે છે. તેમને *અવાહકો (Insulators)* કહે છે. મોટાભાગના પદાર્થો ઉપર\* જણાવેલ બેમાંથી એક વર્ગમાં આવે છે.

જ્યારે કોઈ વિદ્યુતભાર સ્થાનાંતરિત થઈને સુવાહક પર જાય છે ત્યારે તે તરત જ સુવાહકની સમગ્ર સપાટી પર વિતરિત થઈ જાય છે. એથી ઉલટું, જ્યારે અવાહક પર કોઈ વિદ્યુતભાર મૂકવામાં આવે ત્યારે તે, તે જ સ્થાને રહે છે. આવું કેમ થાય છે તે તમે હવે પછીના પ્રકરણમાં શીખશો.

દ્રવ્યોનો આ ગુણધર્મ આપણને એ જણાવે છે કે શાથી નાયલોન કે પ્લાસ્ટિકના કાંસકા વડે સૂકા વાળ ઓળતાં અથવા ઘસવાને કારણે તેઓ વિદ્યુતભારિત થાય છે, પણ ચમચી જેવો ધાતુનો પદાર્થ વિદ્યુતભારિત થતો નથી. ધાતુ પરનો વિદ્યુતભાર આપણા શરીર મારફતે જમીનમાં સ્ખલન પામે છે (જતો રહે છે, Leak થાય છે), કારણ કે બંને વિદ્યુતનાં સુવાહક છે.

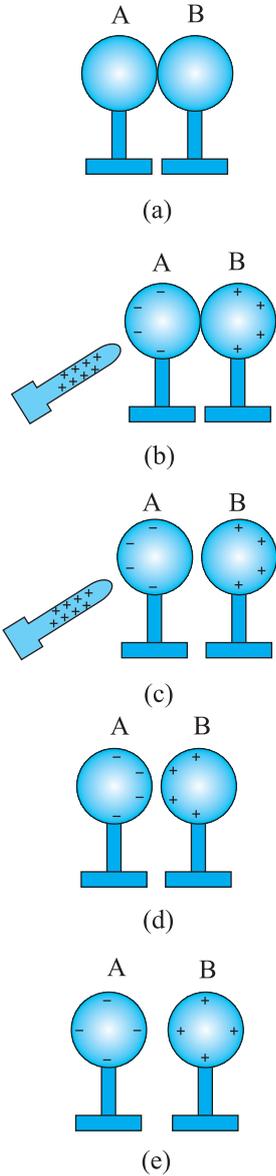
જ્યારે આપણે એક વિદ્યુતભારિત પદાર્થને પૃથ્વીના સંપર્કમાં લાવીએ ત્યારે પદાર્થ પરનો બધો વધારાનો વિદ્યુતભાર ક્ષણિક પ્રવાહ રચી, સંપર્ક કરાવતા સુવાહક (આપણા શરીર જેવા) મારફતે જમીનમાં પસાર થઈ જાય છે. વિદ્યુતભારોની પૃથ્વી સાથે વહેંચણીની આ પ્રક્રિયાને *ગ્રાઉન્ડીંગ (Grounding)* અથવા *અર્થિંગ* કહે છે. અર્થિંગ (Earthing) વિદ્યુત પરિપથો અને ઉપકરણોને એક સલામતી પુરી પાડે છે. એક ધાતુની જાડી પ્લેટ જમીનમાં ઊંડે દાટીને, તે પ્લેટમાંથી જાડા ધાતુના તાર બહાર કાઢી તેમને મકાનોમાં (વિદ્યુતના) મુખ્ય સપ્લાય પાસે અર્થિંગના હેતુ માટે રાખવામાં આવે છે.

\* *અર્ધવાહકો (Semi Conductors)* તરીકે ઓળખાતો એક ત્રીજો વર્ગ પણ છે. તેઓ વિદ્યુતભારોની ગતિને જે અવરોધ દાખવે છે તે સુવાહકો અને અવાહકોના વચ્ચેના ગાળામાં હોય છે.

આપણા મકાનોમાં વિદ્યુતના વાયરીંગમાં ત્રણ તાર હોય છે : જીવંત (Live), તટસ્થ (Neutral) અને અર્થ (Earth). પ્રથમ બે તાર પાવર-સ્ટેશનથી વિદ્યુત લાવે છે અને ત્રીજો તાર દાટેલી પ્લેટ સાથે જોડીને અર્થ કરી દીધેલ (Earthed) હોય છે. વિદ્યુત ઈસ્ત્રી, રેફ્રીજરેટર, T.V. જેવાં ઉપકરણોની ધાતુના આવરણ (Body)ને અર્થ કરેલ તાર સાથે જોડાય છે. જ્યારે કંઈક ખામી સર્જાય અથવા જીવંત તાર ધાતુના આવરણને સ્પર્શે ત્યારે વિદ્યુતભાર, ઉપકરણને નુકસાન કર્યા સિવાય અને માનવોને હાનિ પહોંચાડ્યા સિવાય, જમીનમાં વહી જાય છે, નહિ તો માનવ શરીર સુવાહક છે તેથી હાનિ નિવારી શકાય નહીં.

### 1.4 પ્રેરણ દ્વારા વિદ્યુતભારિત કરવું (CHARGING BY INDUCTION)

જ્યારે આપણે બરુની ગોળી (Pith Ball)ને વિદ્યુતભારિત પ્લાસ્ટીકના સળિયાનો સ્પર્શ કરાવીએ ત્યારે, સળિયા પરના કેટલાક ઋણ વિદ્યુતભારો બરુની ગોળી પર સ્થાનાંતરિત થાય છે અને તે પણ વિદ્યુતભારિત બને છે. આમ, બરુની ગોળી સંપર્કથી વિદ્યુતભારિત થાય છે. હવે પછી તે પ્લાસ્ટીકના સળિયા દ્વારા અપાકર્ષણ પામે છે પણ કાયનો સળિયો કે જે વિરુદ્ધ પ્રકારે વિદ્યુતભારિત છે તેના દ્વારા આકર્ષણ પામે છે. આમ છતાં, વિદ્યુતભારિત સળિયો શા માટે હલકા પદાર્થોને આકર્ષે છે એ એવો પ્રશ્ન છે કે જેનો હજી આપણે જવાબ આપવાનો બાકી છે. આપણે નીચેનો પ્રયોગ કરીને શું થતું હશે તે સમજવાનો પ્રયત્ન કરીએ.



આકૃતિ 1.4 પ્રેરણ દ્વારા વિદ્યુતભારિત કરવું

- (i) આકૃતિ 1.4(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ અવાહક સ્ટેન્ડ પર ટેકવેલા બે ધાતુના ગોળાઓ A અને Bને સંપર્કમાં લાવો.
- (ii) એક ધન વિદ્યુતભારિત સળિયાને કોઈ એક ગોળા દા.ત., Aની નજીક તેને સ્પર્શે નહિ તેનું ધ્યાન રાખીને, લાવો. ગોળામાંના મુક્ત ઇલેક્ટ્રોન સળિયા તરફ આકર્ષાય છે. આને લીધે ગોળા Bની દૂરની સપાટી પર વધારાનો ધન વિદ્યુતભાર ઉત્પન્ન થાય છે. બંને પ્રકારના વિદ્યુતભારો ધાતુના ગોળાઓમાં બંધિત છે અને તેથી છટકી (Escape) શકતા નથી. તેથી તેઓ આકૃતિ 1.2(b)માં દર્શાવ્યા મુજબ સપાટી પર રહે છે. A ગોળાની ડાબી સપાટી પર વધારાનો ઋણ વિદ્યુતભાર અને B ગોળાની જમણી સપાટી પર વધારાનો ધન વિદ્યુતભાર છે. આમ છતાં ગોળાઓમાંના બધા ઇલેક્ટ્રોન Aની ડાબી સપાટી પર એકઠા થયા નથી. જેમ જેમ Aની ડાબી સપાટી પર ઋણ વિદ્યુતભાર જમા થવાનું શરૂ થાય ત્યારે બીજા ઇલેક્ટ્રોન આ જમા થયેલા ઇલેક્ટ્રોન દ્વારા અપાકર્ષણ અનુભવે છે. થોડા સમયમાં, સળિયાના આકર્ષણના બળની અસર અને જમા થયેલા વિદ્યુતભારોને લીધે થતા અપાકર્ષણ બળની અસર હેઠળ, સંતુલન રચાય છે. આકૃતિ 1.4(b) સંતુલન સ્થિતિ દર્શાવે છે. આ પ્રક્રિયાને વિદ્યુતભારનું પ્રેરણ (Induction) કહે છે અને લગભગ તત્ક્ષણ (તરત જ) બને છે. જ્યાં સુધી કાયનો સળિયો ગોળા નજીક રાખેલ હોય ત્યાં સુધી એકઠો થયેલો વિદ્યુતભાર સપાટી પર રહે છે. જો સળિયાને દૂર કરવામાં આવે તો વિદ્યુતભારો પર કોઈ બાહ્યબળ લાગતું નથી અને તેઓ તેમની મૂળ તટસ્થ અવસ્થામાં પુનઃ વિતરિત થાય છે.
- (iii) આકૃતિ 1.4(c)માં દર્શાવ્યા મુજબ, A ગોળાની નજીક કાયના સળિયાને હજી પકડી રાખીને બે ગોળાઓને થોડા અંતરે અલગ કરો. બે ગોળાઓ વિરુદ્ધ પ્રકારે (વિજાતીય રીતે) વિદ્યુતભારિત થયેલા જણાય છે અને એકબીજાને આકર્ષે છે.
- (iv) સળિયાને દૂર કરો. આકૃતિ 1.4(d)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ગોળા પરના વિદ્યુતભાર પુનઃ ગોઠવણી પામે છે. હવે ગોળાઓને સારા એવા દૂર કરો. તેમની ઉપરના વિદ્યુતભારો તેમની સપાટી પર નિયમિત રીતે વિતરીત થાય છે, આકૃતિ 1.4(e).

આ પ્રક્રિયામાં ધાતુના દરેક ગોળા સમાન અને વિજાતીય રીતે (વિરુદ્ધ પ્રકારે) વિદ્યુતભારિત થાય છે. આ પ્રેરણ દ્વારા વિદ્યુતભારિત કરવાની ક્રિયા છે. ધન વિદ્યુતભારિત કાયનો સળિયો તેનો કોઈ વિદ્યુતભાર ગુમાવતો નથી, જે સંપર્ક દ્વારા વિદ્યુતભારિત કરવાની ક્રિયા કરતાં અલગ છે.

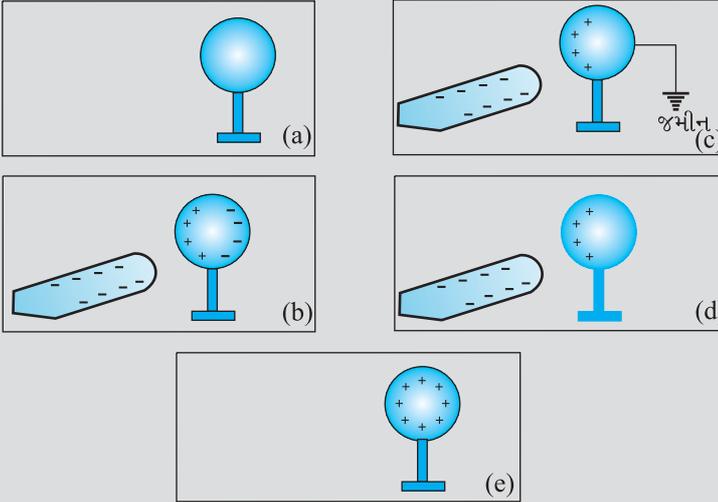
જ્યારે વિદ્યુતભારિત સળિયા, હલકા પદાર્થોની નજીક લાવવામાં આવે ત્યારે આવી અસર થાય છે. સળિયો પદાર્થ પર નજીકની સપાટી પર વિજાતીય વિદ્યુતભાર પ્રેરિત કરે છે અને સજાતીય વિદ્યુતભાર

## વિદ્યુતભારો અને ક્ષેત્રો

પદાર્થની દૂરની સપાટી પર જાય છે. [જ્યારે હલકો પદાર્થ વાહક ન હોય ત્યારે પણ આવું થાય છે. આવું કેવી રીતે થાય છે તેની ક્રિયા હવે પછીના પરિચ્છેદ 1.10 અને 2.10માં સમજાવી છે.] બે પ્રકારના વિદ્યુતભારોના કેન્દ્રો સ્વેજ અલગ થાય છે. આપણે જાણીએ છીએ કે વિરુદ્ધ (વિજાતીય) વિદ્યુતભારો આકર્ષે છે અને સજાતીય વિદ્યુતભારો અપાકર્ષે છે. આમ છતાં, બળનું માન વિદ્યુતભારો વચ્ચેના અંતર પર આધારિત છે, અને આ કિસ્સામાં આકર્ષણ બળ અપાકર્ષણ બળ કરતાં વધુ છે. પરિણામે, કાગળના ટુકડા કે બરુની ગોળી જેવા પદાર્થો હલકા હોવાથી સળિયા તરફ ખેંચાય છે.

**ઉદાહરણ 1.1** એક ધાતુના ગોળાને સ્પર્શ્યા વિના તમે તેને કેવી રીતે ધન વિદ્યુતભારિત કરી શકશો ?

ઉકેલ આકૃતિ 1.5(a) અવાહક સ્ટેન્ડ પર એક વિદ્યુતભારિત ન હોય તેવો ધાતુનો ગોળો દર્શાવે છે. એક ઋણ વિદ્યુતભારિત સળિયો ધાતુના ગોળા પાસે આકૃતિ 1.5(b)માં દર્શાવ્યા મુજબ લાવો. સળિયો ગોળાની નજીક લાવતાં, ગોળામાંના મુક્ત ઇલેક્ટ્રોન અપાકર્ષણને લીધે દૂર જાય છે અને દૂરના છેડે એકઠા થવા માંડે છે. નજીકનો છેડો ઇલેક્ટ્રોનની ઉણપને લીધે ધન વિદ્યુતભારિત બને છે. જ્યારે ધાતુની અંદર મુક્ત ઇલેક્ટ્રોન પરનું ચોખ્ખું (Net) બળ શૂન્ય થાય છે ત્યારે વિદ્યુતભારોની વહેંચણી અટકી જાય છે. ગોળાને વાહક તાર વડે જમીન સાથે જોડો. આકૃતિ 1.5(c)માં દર્શાવ્યા મુજબ ઇલેક્ટ્રોન જમીનમાં વહી જશે અને નજીકના છેડે ધન વિદ્યુતભારો, સળિયા પરના ઋણ વિદ્યુતભારોના આકર્ષણ બળને લીધે ત્યાં ને ત્યાં જ જકડાયેલા રહેશે. ગોળાને જમીનથી અલગ કરો. ધન વિદ્યુતભાર નજીકના છેડે હજી જકડાયેલો જ રહે છે [આકૃતિ 1.5(d)]. વિદ્યુતભારિત સળિયાને દૂર કરો. આકૃતિ 1.5(e)માં દર્શાવ્યા મુજબ ધન વિદ્યુતભાર ગોળા પર નિયમિત રીતે ફેલાઈ જશે.



આકૃતિ 1.5

આ પ્રયોગમાં, ધાતુનો ગોળો પ્રેરણની ઘટના દ્વારા વિદ્યુતભારિત થાય છે અને સળિયો તેનો કોઈ વિદ્યુતભાર ગુમાવતો નથી.

આવાં જ પગલાં દ્વારા ધાતુના ગોળા પાસે ધન વિદ્યુતભારિત સળિયો લાવી, ગોળાને ઋણ વિદ્યુતભારિત કરી શકાય છે. આ કિસ્સામાં જ્યારે ગોળાને તાર મારફતે જમીન સાથે જોડીએ ત્યારે જમીનમાંથી ઇલેક્ટ્રોન ગોળા પર વહન પામશે. આવું કેમ એ તમે સમજાવી શકશો ?



Interactive animation on charging a two-sphere system by induction :  
<http://www.physicsclassroom.com/imedia/estatics/estatic/ifsr.cfm>

## 1.5 વિદ્યુતભારના મૂળભૂત ગુણધર્મો (BASIC PROPERTIES OF ELECTRIC CHARGE)

આપણે જોયું છે કે બે પ્રકારના વિદ્યુતભારો હોય છે, ધન અને ઋણ અને તેમની અસરો એકબીજાને નાબુદ કરે છે. હવે આપણે વિદ્યુતભારના બીજા કેટલાક ગુણધર્મો રજૂ કરીશું.

જો વિદ્યુતભારિત પદાર્થોનાં પરિમાણ (Size) તેમની વચ્ચેનાં અંતરની સરખામણીએ ખૂબ નાનાં હોય તો આપણે તેમને બિંદુવત્ વિદ્યુતભાર ગણીશું. આવા પદાર્થના વિદ્યુતભારનો બધો જથ્થો અવકાશમાં એક બિંદુએ કેન્દ્રિત થયેલો ધારવામાં આવે છે.

### 1.5.1 વિદ્યુતભારનો સરવાળો થાય છે (Additivity of Charges)

હજી આપણે વિદ્યુતભારની માત્રાત્મક વ્યાખ્યા આપી નથી, આપણે તે હવે પછીના પરિચ્છેદમાં આપીશું. હાલ પૂરતું આપણે એમ ધારી લઈશું કે તે કરી શકાય છે અને હવે ત્યાંથી આગળ જઈશું. જો કોઈ તંત્ર બે વિદ્યુતભારો  $q_1$  અને  $q_2$  ધરાવતું હોય તો તંત્રનો કુલ વિદ્યુતભાર  $q_1$  અને  $q_2$ નો માત્ર ભૌજિક સરવાળો કરીને મેળવી શકાય, એટલે કે વિદ્યુતભારોનો વાસ્તવિક સંખ્યાની જેમ સરવાળો થાય છે, અથવા તેઓ પદાર્થના દળની જેમ અદિશ છે. જો તંત્ર  $n$ -વિદ્યુતભારો,  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$  ધરાવતું હોય તો તંત્રનો કુલ વિદ્યુતભાર  $q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n$  છે. વિદ્યુતભારને દળની જેમ માન હોય છે, પણ દળની જેમ જ તેને પણ દિશા હોતી નથી. આમ છતાં દળ અને વિદ્યુતભાર વચ્ચે એક તફાવત છે. દળ હંમેશાં ધન જ હોય છે જ્યારે વિદ્યુતભાર ધન કે ઋણ હોઈ શકે છે. તંત્રમાંના વિદ્યુતભારોનો સરવાળો કરતી વખતે યોગ્ય ચિહ્નો વાપરવાં પડે છે. દાખલા તરીકે કોઈ યાદચ્છિક એકમમાં  $+1, +2, -3, +4$  અને  $-5$  વિદ્યુતભારો ધરાવતા તંત્રનો કુલ વિદ્યુતભાર તે એકમમાં  $(+1) + (+2) + (-3) + (+4) + (-5) = -1$  છે.

### 1.5.2 વિદ્યુતભારનું સંરક્ષણ થાય છે (Charge is Conserved)

આપણે એ હકીકત પ્રત્યે ઈશારો કરી દીધેલ છે કે જ્યારે પદાર્થોને ઘસીને વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે ત્યારે, એક પદાર્થમાંથી ઈલેક્ટ્રોન બીજા પદાર્થમાં સ્થાનાંતરિત (સ્થાન બદલો) થાય છે પરંતુ કોઈ નવો વિદ્યુતભાર ઉત્પન્ન થતો કે નાશ પામતો નથી. વિદ્યુતભારના કણોનું ચિત્ર આપણને વિદ્યુતભારના સંરક્ષણનો ખ્યાલ સમજવા માટે મદદરૂપ છે. જ્યારે આપણે બે પદાર્થોને ઘસીએ છીએ, ત્યારે એક પદાર્થ જેટલો વિદ્યુતભાર મેળવે છે તેટલો જ વિદ્યુતભાર બીજો પદાર્થ ગુમાવે છે. ઘણા વિદ્યુતભારિત પદાર્થોના અલગ કરેલા (Isolated) તંત્રમાં, પદાર્થો વચ્ચેની આંતરક્રિયાને લીધે વિદ્યુતભારોનું પુનઃ વિતરણ (redistribution) થાય છે પરંતુ એવું જણાયું છે કે અલગ કરેલા તંત્રના કુલ વિદ્યુતભારનું સંરક્ષણ થાય છે. વિદ્યુતભારનું સંરક્ષણ પ્રાયોગિક રીતે સ્થાપિત થઈ ચુક્યું છે.

વિદ્યુતભાર ધરાવતા કણો કોઈ પ્રક્રિયામાં ઉત્પન્ન કે નાશ પામી શકે છે પણ કોઈ પણ અલગ કરેલા તંત્ર વડે ધરાવાતો કુલ (Net) વિદ્યુતભાર ઉત્પન્ન કે નાશ કરવાનું શક્ય નથી. કેટલીકવાર કુદરત વિદ્યુતભારિત પદાર્થો ઉત્પન્ન કરે છે : એક ન્યુટ્રોન, પ્રોટોન અને ઈલેક્ટ્રોનમાં રૂપાંતરિત થાય છે. આ રીતે ઉત્પન્ન થયેલા પ્રોટોન અને ઈલેક્ટ્રોન સમાન અને વિરુદ્ધ પ્રકારનો વિદ્યુતભાર ધરાવે છે અને તેમના સર્જન અગાઉ અને પછી એમ બંને સ્થિતિમાં કુલ વિદ્યુતભાર શૂન્ય છે.

### 1.5.3 વિદ્યુતભારનું ક્વોન્ટમીકરણ (Quantisation of Charge)

પ્રાયોગિક રીતે એવું સ્થાપિત થયું છે કે બધા મુક્ત વિદ્યુતભારો  $e$  વડે દર્શાવાતા વિદ્યુતભારના મૂળભૂત એકમના પૂર્ણાંક ગુણાંક જેટલા જ હોય છે. આમ, પદાર્થ પરનો વિદ્યુતભાર  $q$  હંમેશાં નીચે મુજબ રજૂ કરાય છે -

$$q = ne$$

## વિદ્યુતભારો અને ક્ષેત્રો

જ્યાં,  $n$  એ કોઈ પણ ધન કે ઋણ પૂર્ણાંક છે. વિદ્યુતભારનો આ મૂળભૂત એકમ એ ઇલેક્ટ્રોન અથવા પ્રોટોનનો વિદ્યુતભાર છે. પ્રણાલિકા મુજબ ઇલેક્ટ્રોન પરના વિદ્યુતભારને ઋણ ગણવામાં આવે છે, તેથી ઇલેક્ટ્રોન પરના વિદ્યુતભારને  $-e$  તરીકે અને પ્રોટોન પરના વિદ્યુતભારને  $+e$  તરીકે લખવામાં આવે છે.

વિદ્યુતભાર હંમેશાં  $e$ નો પૂર્ણાંક ગુણાંક જ હોય છે તે હકીકતને વિદ્યુતભારનું ક્વોન્ટમીકરણ કહે છે. ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં એવી ઘણીય પરિસ્થિતિઓ હોય છે કે જેમાં અમુક ભૌતિક રાશિઓનું ક્વોન્ટમીકરણ થતું હોય છે. વિદ્યુતભારના ક્વોન્ટમીકરણનું સૌપ્રથમવાર સૂચન, ઈંગ્લીશ પ્રયોગકર્તા ફેરેડેએ તેણે શોધેલા વિદ્યુત વિભાજન (Electrolysis)ના પ્રાયોગિક નિયમો દ્વારા કર્યું હતું. તેને 1912માં મિલિકને પ્રાયોગિક રીતે દર્શાવ્યું હતું.

એકમોની International System (SI)માં, વિદ્યુતભારના એકમને કુલંબ (coulomb) કહે છે અને તેને સંજ્ઞા C દ્વારા દર્શાવાય છે. કુલંબની વ્યાખ્યા વિદ્યુતપ્રવાહના એકમના પદમાં અપાય છે જે તમે આગળ આવનારા પ્રકરણમાં શીખશો. આ વ્યાખ્યાના પદમાં 1 coulomb, એ કોઈ તારમાંથી 1 A (ampere) વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતો હોય તો 1 s માં વહન પામતો વિદ્યુતભાર છે. (જુઓ પ્રકરણ-2, ધોરણ XI, ભૌતિકવિજ્ઞાન પાઠ્યપુસ્તક, ભાગ-1) આ પદ્ધતિમાં વિદ્યુતભારના મૂળભૂત એકમનું મૂલ્ય

$$e = 1.602192 \times 10^{-19} \text{ C છે.}$$

આમ,  $-1 \text{ C}$  વિદ્યુતભારમાં લગભગ  $6 \times 10^{18}$  ઇલેક્ટ્રોન હોય છે.

સ્થિત વિદ્યુતશાસ્ત્રમાં, આટલા મોટા માન ધરાવતા વિદ્યુતભારો સાથે ભાગ્યે જ પનારો પડે છે / કામ પાડવાનું હોય છે અને તેથી આપણે નાના એકમો  $1 \mu\text{C}$  (micro coulomb) =  $10^{-6} \text{ C}$  અથવા  $1 \text{ mC}$  (milli coulomb) =  $10^{-3} \text{ C}$  વાપરીએ છીએ.

જો વિશ્વમાં માત્ર પ્રોટોન અને ઇલેક્ટ્રોન મૂળભૂત વિદ્યુતભારો હોય તો જોવા મળતા અન્ય સઘળા વિદ્યુતભારો  $e$ ના પૂર્ણાંક ગુણાંક જ હોવા જોઈએ. આમ જો કોઈ પદાર્થ  $n_1$  ઇલેક્ટ્રોન અને  $n_2$  પ્રોટોન ધરાવતો હોય તો, પદાર્થ પર વિદ્યુતભારનો કુલ જથ્થો  $n_2 \times e + n_1 \times (-e) = (n_2 - n_1)e$  છે.  $n_1$  અને  $n_2$  પૂર્ણાંકો છે તેથી તેમનો તફાવત પણ પૂર્ણાંક છે. આમ, કોઈ પણ પદાર્થ પરનો વિદ્યુતભાર હંમેશાં  $e$ નો પૂર્ણાંક ગુણાંક જ હોય છે અને તેમાં વધારો કે ઘટાડો પણ  $e$ ના પદમાં (કદમમાં, stepમાં) જ થઈ શકે છે.

પદનું માપ (step size)  $e$  ખૂબ નાનું છે કારણ કે સ્થૂળ (Macroscopic) સ્તરે આપણે કેટલાક  $\mu\text{C}$  વિદ્યુતભારો સાથે કામ કરવાનું હોય છે. આ માપક્રમ પર, પદાર્થ પરનો વિદ્યુતભાર  $e$ ના એકમોમાં જ વધારી કે ઘટાડી શકાય છે, તેવી હકીકત જોઈ શકાતી નથી. વિદ્યુતભારનું કણ (દાણા) જેવું સ્વરૂપ અદૃશ્ય થઈને ફક્ત સતત સ્વરૂપમાં જણાય છે.

આ પરિસ્થિતિને બિંદુઓ અને રેખાના ભૌમિતિક ખ્યાલો સાથે સરખાવી શકાય છે. એક ટુટક રેખા (ટપકાં ટપકાંવાળી રેખા) દૂરથી જોતાં આપણને સળંગ (સતત) દેખાય છે પણ વાસ્તવમાં તે સળંગ નથી. એકબીજાની ખૂબ નજીક રહેલા ઘણાં બિંદુઓ સામાન્યતઃ સળંગ રેખાની છાપ ઉભી કરે છે તેમ નાના નાના ઘણા વિદ્યુતભારો એક સાથે લેતાં સતત વિદ્યુતભાર વિતરણ તરીકે જણાય છે.

સ્થૂળ સ્તરે આપણે વિદ્યુતભાર  $e$ ના માનની સરખામણીએ પ્રચંડ વિદ્યુતભારો સાથે કામ કરવાનું હોય છે.  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  હોવાથી,  $1 \mu\text{C}$  જેટલો વિદ્યુતભાર ઇલેક્ટ્રોન પરના વિદ્યુતભાર કરતાં લગભગ  $10^{13}$  ગણો છે. આ માપક્રમ પર વિદ્યુતભાર માત્ર  $e$ ના એકમોમાં જ વધી કે ઘટી શકે છે તે હકીકત, વિદ્યુતભાર સતત મૂલ્યો ધારણ કરી શકે તેમ કહેવા કરતાં ખાસ કંઈ અલગ નથી. આમ સ્થૂળ સ્તરે, વિદ્યુતભારના ક્વોન્ટમીકરણનું કોઈ વ્યાવહારિક પરિણામ નથી અને તેને અવગણી શકીએ છીએ. સૂક્ષ્મ સ્તરે (Microscopic Level), જ્યાં વિદ્યુતભારો  $e$ ના કેટલાંક દશકો કે શતકો ગણા હોય, એટલે કે,

તેમને ગણી શકાય તેવા હોય તો તેઓ અલગ-અલગ જથ્થાઓમાં જણાય છે અને વિદ્યુતભારના ક્વોન્ટમીકરણને અવગણી શકાતું નથી. સંકળાયેલો માપક્રમ કયો છે તે મહત્ત્વનું છે.

ઉદાહરણ 1.2

**ઉદાહરણ 1.2** એક પદાર્થમાંથી બીજા પદાર્થમાં દર સેકન્ડે  $10^9$  ઇલેક્ટ્રોન જતા હોય તો બીજા પદાર્થ પર કુલ 1 C વિદ્યુતભાર થવા માટે કેટલો સમય લાગશે ?

**ઉકેલ** એક સેકન્ડમાં  $10^9$  ઇલેક્ટ્રોન પદાર્થમાંથી બહાર જાય છે. તેથી એક સેકન્ડમાં બહાર જતો વિદ્યુતભાર  $1.6 \times 10^{-19} \times 10^9 C = 1.6 \times 10^{-10} C$ . 1C વિદ્યુતભાર જમા થવા માટે લાગતો સમય  $1 C \div (1.6 \times 10^{-10} C/s) = 6.25 \times 10^9 s = 6.25 \times 10^9 \div (365 \times 24 \times 3600) = 198 \text{ years}$ . આમ, જે પદાર્થમાંથી  $10^9$  ઇલેક્ટ્રોન દર સેકન્ડે બહાર જતા હોય તેમાંથી 1C વિદ્યુતભાર મેળવવા માટે આપણને લગભગ 200 વર્ષ લાગે. આથી, 1 Coulomb વિદ્યુતભાર ઘણા વ્યાવહારિક હેતુઓ માટે ખૂબ મોટો એકમ છે.

આમ છતાં, એ જાણવું રસપ્રદ છે કે દ્રવ્યના 1 ઘન સેન્ટિમીટર (1 Cubic Centimetre)ના ટુકડામાં લગભગ કેટલા ઇલેક્ટ્રોન રહેલા છે. 1 cmની બાજુવાળા કોપરના ઘન ટુકડામાં લગભગ  $2.5 \times 10^{24}$  ઇલેક્ટ્રોન હોય છે.

ઉદાહરણ 1.3

**ઉદાહરણ 1.3** એક પ્યાલા પાણીમાં કેટલા ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારો હશે ?

**ઉકેલ** આપણે ધારી લઈએ કે એક પ્યાલા પાણીનું દળ 250 g છે. પાણીનો અણુભાર 18 છે.

આમ, 1 mole પાણી ( $6.02 \times 10^{23}$  અણુઓ)નું દળ 18 g છે. આથી, 1 પ્યાલા પાણીમાં અણુઓની સંખ્યા  $(250/18) \times 6.02 \times 10^{23}$  છે. પાણીનો દરેક અણુ બે હાઈડ્રોજન પરમાણુ અને એક ઓક્સિજન પરમાણુ, એટલે કે 10 ઇલેક્ટ્રોન અને 10 પ્રોટોન ધરાવે છે. આથી, કુલ ધન વિદ્યુતભાર અને કુલ ઋણ વિદ્યુતભારનાં માન સમાન છે. તે  $(250/18) \times 6.02 \times 10^{23} \times 10 \times 1.6 \times 10^{-19} C = 1.34 \times 10^7 C$  છે.

## 1.6 કુલંબનો નિયમ (COULOMB'S LAW)

કુલંબનો નિયમ એ બે બિંદુવત્ વિદ્યુતભારો વચ્ચે લાગતા બળ અંગેનું માત્રાત્મક (Quantitative) વિધાન છે. જ્યારે વિદ્યુતભારિત પદાર્થોના રેખીય પરિમાણ, તેમની વચ્ચેના અંતરની સરખામણીએ ખૂબ નાનાં હોય ત્યારે તેમનાં પરિમાણ અવગણી શકાય છે અને વિદ્યુતભારિત પદાર્થોને *બિંદુવત્ વિદ્યુતભારો* તરીકે ગણવામાં આવે છે. કુલંબે બે બિંદુવત્ વિદ્યુતભારો વચ્ચેના બળનું માપન કર્યું અને તેને જણાવ્યું કે તે વિદ્યુતભારો વચ્ચેના અંતરના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં અને બે વિદ્યુતભારોના માનના ગુણાકારના સમપ્રમાણમાં ચલે છે, અને બે વિદ્યુતભારોને જોડતી રેખા પર લાગે છે. આમ, જો શૂન્યાવકાશમાં બે બિંદુવત્ વિદ્યુતભારો  $q_1$  અને  $q_2$  વચ્ચેનું અંતર  $r$  હોય તો તેમની વચ્ચે લાગતા બળ ( $F$ ) નું માન

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \quad (1.1)$$

પરથી મળે છે.

કુલંબ, તેના પ્રયોગો પરથી આ નિયમ પર કેવી રીતે પહોંચ્યો ? કુલંબે ધાતુના બે વિદ્યુતભારિત ગોળા વચ્ચેનું બળ માપવા માટે વળ-તુલા\* (Torsion Balance)નો ઉપયોગ કર્યો હતો. જ્યારે બે ગોળાઓ વચ્ચેનું અંતર દરેક ગોળાની ત્રિજ્યા કરતાં ઘણું મોટું હોય ત્યારે વિદ્યુતભારિત ગોળાઓને બિંદુવત્ વિદ્યુતભાર તરીકે લઈ શકાય છે. જો કે, શરૂઆતમાં ગોળાઓ પરનો વિદ્યુતભાર અજ્ઞાત હતો.

\* વળ-તુલા એ બળ માપવાનું સંવેદી ઉપકરણ છે. પાછળથી તેનો ઉપયોગ કેવેન્ડિશે પણ ન્યૂટનના ગુરુત્વાકર્ષણના નિયમને ચકાસવા માટે બે પદાર્થો વચ્ચેનું અતિનિર્બળ એવું ગુરુત્વબળ માપવા માટે કર્યો હતો.

સમીકરણ (1.1) જેવો સંબંધ તે કેવી રીતે શોધી શક્યો ? કુલંબે નીચેની સરળ રીતે વિચાર્યું : ધારો કે એક ગોળા પરનો વિદ્યુતભાર  $q$  છે. જો તેને બીજા એવા જ (Identical) પણ વિદ્યુતભાર-વિહિન ગોળાના સંપર્કમાં લાવવામાં આવે તો, વિદ્યુતભાર બે ગોળાઓ પર ફેલાઈ જશે. સંમિતિ પરથી દરેક ગોળા પરનો વિદ્યુતભાર  $q/2^*$  થશે. આ પ્રક્રિયાનું પુનરાવર્તન કરીને આપણને  $q/2, q/4$  વગેરે વિદ્યુતભારો મળી શકે. કુલંબે વિદ્યુતભારોની નિશ્ચિત જોડી (Pair) માટે અંતર બદલીને જુદા-જુદા અંતર માટે બળ માપ્યું. પછી તેણે જોડીમાંના વિદ્યુતભારો બદલ્યા અને દરેક જોડી માટે અંતર અચળ રાખ્યું. જુદી-જુદી જોડી માટે અને જુદા-જુદા અંતરો માટે લાગતા બળોની સરખામણી કરીને કુલંબ, સમીકરણ (1.1)ના સંબંધ પર પહોંચ્યો.

કુલંબના નિયમનું સરળ ગાણિતિક વિધાન, ઉપર દર્શાવેલી રીતે શરૂઆતમાં પ્રાયોગિક રીતે મેળવાયું હતું. મૂળ પ્રયોગો દ્વારા તે સ્થૂળ માપકમ પરના પદાર્થો માટે સ્થાપિત થયું હતું, પણ હવે તે પરમાણુથી પણ નાના (Subatomic) સ્તર ( $r \sim 10^{-10} m$ ) માટે પણ સ્થાપિત થયું છે.

કુલંબે, વિદ્યુતભારના સ્પષ્ટ માનની જાણકારી વિના તેનો નિયમ મેળવ્યો હતો. હકીકતમાં, તે ઉલટું છે : કુલંબના નિયમનો ઉપયોગ હવે એકમ વિદ્યુતભારની વ્યાખ્યા આપવા કરી શકાય. સમીકરણ (1.1)માં  $k$  એ હજી સુધી તો યાદચ્છિક અચળાંક છે.  $k$ ની પસંદગી, વિદ્યુતભારના એકમનું માપ નક્કી કરે છે. SI એકમોમાં  $k$ નું મૂલ્ય લગભગ  $9 \times 10^9 \frac{N m^2}{C^2}$  છે. આ પસંદગીના પરિણામે વિદ્યુતભારનો જે એકમ મળે તેને Coulomb કહે છે, જેને અગાઉ આપણે પરિચ્છેદ 1.4માં વ્યાખ્યાયિત કરેલ હતો.  $k$ નું આ મૂલ્ય સમીકરણ (1.1)માં મૂકતાં, આપણે જોઈ શકીએ કે  $q_1 = q_2 = 1C$  અને  $r = 1m$  માટે

$$F = 9 \times 10^9 N$$

એટલે કે, 1C એ એટલો વિદ્યુતભાર છે કે જે તેટલા જ મૂલ્યના બીજા વિદ્યુતભારથી શૂન્યાવકાશમાં 1m અંતરે મૂકતાં,  $9 \times 10^9 N$ નું અપાકર્ષણનું વિદ્યુતબળ અનુભવે છે. સ્વાભાવિક રીતે 1C એ વાપરવા માટે બહુ મોટો એકમ છે. વ્યવહારમાં, સ્થિત વિદ્યુતશાસ્ત્રમાં 1mC અથવા 1μC જેવા વિદ્યુતભારો વપરાય છે.

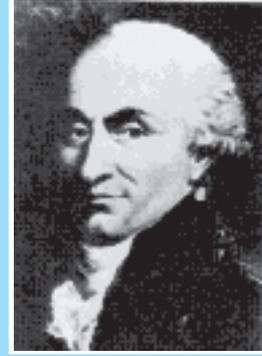
સમીકરણ (1.1)માં અચળાંક  $k$ , પાછળથી સગવડ માટે  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  તરીકે લેવાયો. આથી કુલંબના નિયમને

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \quad (1.2)$$

તરીકે લખવામાં આવે છે.  $\epsilon_0$  ને મુક્ત અવકાશનો પરાવૈદ્યતાંક (Permittivity) કહે છે. SI એકમોમાં  $\epsilon_0$ નું મૂલ્ય

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} C^2 N^{-1} m^{-2} \text{ છે.}$$

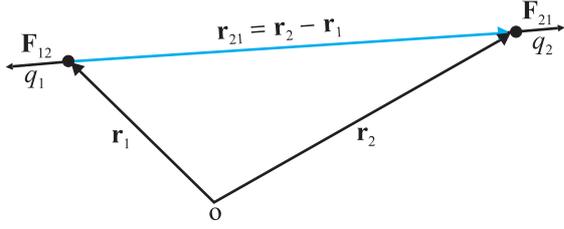
બળ સદિશ હોવાથી, કુલંબનો નિયમ સદિશ સ્વરૂપમાં લખવાનું વધારે સારું છે. ધારો કે વિદ્યુતભારો  $q_1$  અને  $q_2$ નાં સ્થાનસદિશો અનુક્રમે  $\mathbf{r}_1$  અને  $\mathbf{r}_2$  છે, [જુઓ આકૃતિ 1.6(a)]. આપણે  $q_1$  પર  $q_2$ ને લીધે



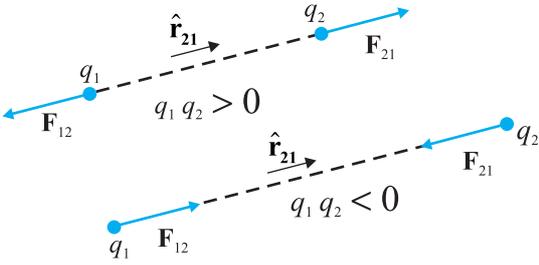
ચાર્લ્સ ઓગસ્ટીન દે કુલંબ (1736-1806) ફ્રેંચ વિજ્ઞાની કુલંબે તેની કારકીર્દી વેસ્ટ ઇંડિયામાં એક મિલિટરી એન્જિનિયર તરીકે શરૂ કરી હતી. 1776માં તે પેરિસ પાછો આવ્યો અને એક નાની જાગીરમાં નિવૃત્તિનો ઉપયોગ વૈજ્ઞાનિક સંશોધનમાં કર્યો. તેણે બળનું માન માપવા માટે વળતુલાની શોધ કરી અને નાના વિદ્યુતભારિત ગોળા વચ્ચે લાગતા આકર્ષણ કે અપાકર્ષણના વિદ્યુતબળો નક્કી કરવા તેનો ઉપયોગ કર્યો. આ રીતે 1775માં તેણે વ્યસ્ત વર્ગનો સંબંધ મેળવ્યો, જે હવે કુલંબના નિયમ તરીકે જાણીતો છે. અગાઉ પ્રિસ્ટલી અને કેવેન્ડીશે પણ આ નિયમનું પૂર્વાનુમાન કરેલ હતું, જો કે કેવેન્ડીશે તેનાં પરિણામ કદી પ્રકાશિત કર્યા ન હતા. કુલંબે સજાતિય અને વિજાતિય ચુંબકીય પ્રુવો વચ્ચે પણ બળનો વ્યસ્ત વર્ગનો નિયમ શોધ્યો હતો.

ચાર્લ્સ ઓગસ્ટીન દે કુલંબ (1736-1806)

\* આમાં વિદ્યુતભારોના સરવાળાની અને સંરક્ષણની ધારણા રહેલી છે. બે વિદ્યુતભારો (દરેક  $q/2$ ) ઉમેરાતાં કુલ વિદ્યુતભાર  $q$  થાય છે.



(a)



(b)

આકૃતિ 1.6 વિદ્યુતભારો વચ્ચે (a) ભૂમિતિ અને (b) બળો

લાગતા બળને  $F_{12}$  અને  $q_2$  પર  $q_1$  ને લીધે લાગતા બળને  $F_{21}$  તરીકે દર્શાવીએ. બે વિદ્યુતભારો  $q_1$  અને  $q_2$  ને 1 અને 2 ક્રમ સગવડ માટે આપેલ છે અને 1 થી 2 તરફ દોરેલો સદિશ  $r_{21}$  તરીકે દર્શાવેલ છે :

$$r_{21} = r_2 - r_1$$

તે જ રીતે 2 થી 1 તરફ દોરેલો સદિશ  $r_{12}$  તરીકે દર્શાવાય છે :

$$r_{12} = r_1 - r_2 = -r_{21}$$

સદિશો  $r_{21}$  અને  $r_{12}$  ના માન અનુક્રમે  $r_{21}$  અને  $r_{12}$  તરીકે દર્શાવાય છે. ( $r_{12} = r_{21}$ ). સદિશની દિશા તે સદિશ પરના એકમ સદિશ વડે દર્શાવાય છે. 1 થી 2 અથવા 2 થી 1 ની દિશા દર્શાવવા માટે આપણે એકમ સદિશો આ પ્રમાણે વ્યાખ્યાયિત કરીએ :

$$\hat{r}_{21} = \frac{r_{21}}{r_{21}}, \hat{r}_{12} = \frac{r_{12}}{r_{12}}, \hat{r}_{21} = -\hat{r}_{12}$$

$r_1$  અને  $r_2$  સ્થાને રહેલા બે બિંદુવત્ વિદ્યુતભારો  $q_1$  તથા  $q_2$  માં  $q_2$  પર  $q_1$  ને લીધે લાગતા બળનો કુલંબનો નિયમ આ પ્રમાણે લખાય છે :

$$F_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} \quad (1.3)$$

સમીકરણ (1.3) ની કેટલીક નોંધપાત્ર બાબતો આ પ્રમાણે છે :

- સમીકરણ (1.3) એ  $q_1$  અને  $q_2$  ના ધન કે ઋણ ગમે તે ચિન્હ માટે સત્ય છે. જો  $q_1$  અને  $q_2$  બંને એક જ ચિહ્ન ધરાવતા હોય (બંને ધન અથવા બંને ઋણ), તો  $F_{21}$  એ  $\hat{r}_{21}$  ની દિશામાં જ છે, જે અપાકર્ષણ દર્શાવે છે, સજાતિય વિદ્યુતભારો માટે આમ જ હોવું જોઈએ. જો  $q_1$  અને  $q_2$  વિરુદ્ધ ચિહ્ન ધરાવતા હોય તો  $F_{21}$  એ  $-\hat{r}_{21}$  ( $=\hat{r}_{12}$ ) દિશામાં છે, જે આકર્ષણ દર્શાવે છે, વિજાતિય વિદ્યુતભારો માટે આ અપેક્ષિત છે. આમ આપણે સજાતિય અને વિજાતિય વિદ્યુતભારોના કિસ્સાઓ માટે અલગ અલગ સમીકરણો લખવા પડતા નથી. સમીકરણ (1.3) બંને કિસ્સાઓની સાચી રીતે સંભાળ લે છે [આકૃતિ 1.6(b)].
- $q_1$  વિદ્યુતભાર પર  $q_2$  વિદ્યુતભારને લીધે લાગતું બળ  $F_{12}$ , સમીકરણ (1.3) માં માત્ર 1 અને 2 ની અદલાબદલી કરવાથી મળે છે, એટલે કે,

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} = -F_{21}$$

આમ, કુલંબનો નિયમ ન્યૂટનના ત્રીજા નિયમ સાથે સંમત/સુસંગત છે.

- કુલંબનો નિયમ [સમીકરણ (1.3)] શૂન્યાવકાશમાં રહેલા બે વિદ્યુતભારો  $q_1$  અને  $q_2$  વચ્ચેનું બળ આપે છે. જો વિદ્યુતભારોને દ્રવ્યમાં મૂકવામાં આવે અથવા તેમની વચ્ચેના અવકાશમાં દ્રવ્ય હોય, તો દ્રવ્યના વિદ્યુતભારિત ઘટકોની હાજરીને લીધે પરિસ્થિતિ જટિલ બને છે. આપણે દ્રવ્યની અંદર સ્થિત વિદ્યુતશાસ્ત્ર અંગે હવે પછીના પ્રકરણમાં વિચારીશું.

**ઉદાહરણ 1.4** બે બિંદુવત્ વિદ્યુતભારો વચ્ચેના સ્થિતવિદ્યુત બળ માટેનો કુલંબનો નિયમ અને બે સ્થિર બિંદુવત્ દળો વચ્ચેના ગુરુત્વબળ માટેનો ન્યૂટનનો નિયમ એ બંનેનો આધાર વિદ્યુતભારો/દળો વચ્ચેના અંતરના વ્યસ્ત-વર્ગ પર છે. (a) (i) ઇલેક્ટ્રોન અને પ્રોટોન અને (ii) બે પ્રોટોન વચ્ચે લાગતા આ બળોના માનના ગુણોત્તર પરથી તેમની પ્રબળતાની સરખામણી કરો. (b) ઇલેક્ટ્રોન અને પ્રોટોન  $1 \text{ \AA} (\approx 10^{-10} \text{ m})$  દૂર હોય ત્યારે તેમના પરસ્પર આકર્ષણ બળથી ઉદ્ભવતા ઇલેક્ટ્રોન અને પ્રોટોનના પ્રવેગ શોધો. ( $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ).

**ઉકેલ**

(a) (i)  $r$  અંતરે રહેલા ઇલેક્ટ્રોન અને પ્રોટોન વચ્ચેનું વિદ્યુતબળ

$$F_e = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

જ્યાં, ઋણ ચિહ્ન દર્શાવે છે કે બળ આકર્ષણ પ્રકારનું છે. આને અનુરૂપ ગુરુત્વબળ (હંમેશાં આકર્ષણ બળ છે.)

$$F_G = -G \frac{m_p m_e}{r^2}$$

જ્યાં,  $m_p$  અને  $m_e$  અનુક્રમે પ્રોટોન અને ઇલેક્ટ્રોનનાં દળ છે.

$$\left| \frac{F_e}{F_G} \right| = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 G m_p m_e} = 2.3 \times 10^{39}$$

(ii) આ જ રીતે,  $r$  અંતરે રહેલા બે પ્રોટોન વચ્ચે લાગતા વિદ્યુતબળ અને ગુરુત્વબળનો ગુણોત્તર

$$\left| \frac{F_e}{F_G} \right| = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 G m_p m_p} = 1.3 \times 10^{36}$$

જો કે અત્રે એ જણાવવું જોઈએ કે બે બળોનાં ચિહ્નો જુદાં છે. બે પ્રોટોન માટે, ગુરુત્વબળ આકર્ષણ પ્રકારનું અને કુલંબ બળ અપાકર્ષણ પ્રકારનું હોય છે. ન્યુક્લિયસની અંદર રહેલા બે પ્રોટોન વચ્ચે (ન્યુક્લિયસમાં બે પ્રોટોન વચ્ચેનું અંતર  $\sim 10^{-15} \text{ m}$  હોય છે.) લાગતા બળોના વાસ્તવિક મૂલ્યો  $F_e \sim 230 \text{ N}$  અને  $F_G \sim 1.9 \times 10^{-34} \text{ N}$  છે.

આ બે બળોનો (પરિમાણરહિત) ગુણોત્તર દર્શાવે છે કે વિદ્યુતબળો ગુરુત્વબળો કરતાં અત્યંત પ્રબળ છે.

(b) પ્રોટોન વડે ઇલેક્ટ્રોન પર લાગતા બળ  $F$ નું માન, ઇલેક્ટ્રોન વડે પ્રોટોન પર લાગતા બળના માન જેટલું જ છે, જો કે ઇલેક્ટ્રોન અને પ્રોટોનનાં દળ જુદાં-જુદાં છે. આમ, બળનું માન

$$|F| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = 8.987 \times 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2} \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(10^{-10} \text{ m})^2} = 2.3 \times 10^{-8} \text{ N}$$

ન્યૂટનના બીજા નિયમ  $F = ma$ નો ઉપયોગ કરતાં ઇલેક્ટ્રોનનો પ્રવેગ

$$a = 2.3 \times 10^{-8} \text{ N} / 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg} = 2.5 \times 10^{22} \text{ m/s}^2$$

આ મૂલ્યને ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્ય સાથે સરખાવતાં, આપણે એવો નિષ્કર્ષ તારવી શકીએ કે ઇલેક્ટ્રોનની ગતિ પર ગુરુત્વક્ષેત્રની અસર અવગણ્ય હોય છે અને પ્રોટોન વડે લાગતા કુલંબ બળની અસર નીચે તે ખૂબ મોટો પ્રવેગ અનુભવે છે.

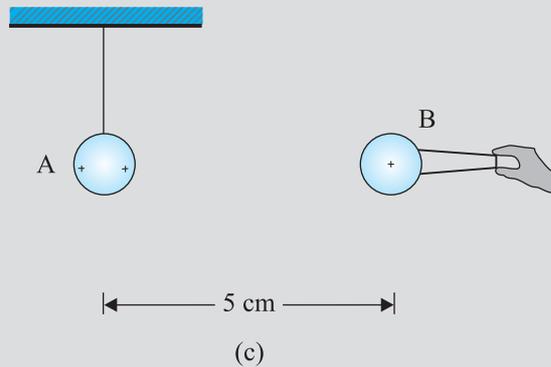
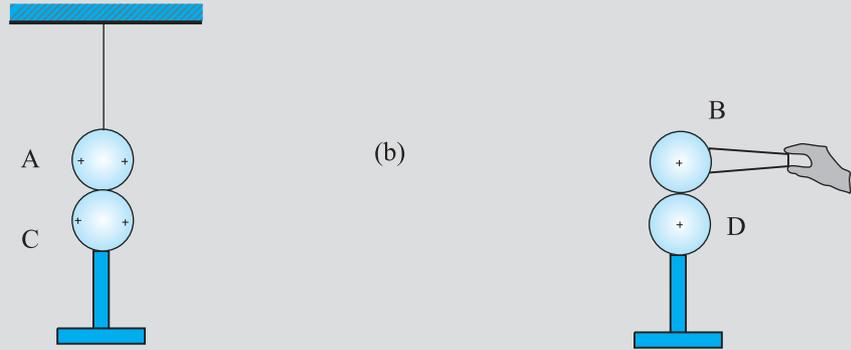
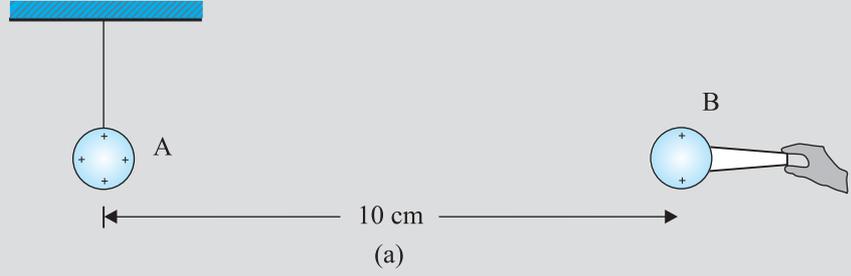
પ્રોટોનના પ્રવેગનું મૂલ્ય

$$2.3 \times 10^{-8} \text{ N} / 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1.4 \times 10^{19} \text{ m/s}^2 \text{ છે.}$$



Interactive animation on Coulomb's law :  
[http://webphysics.davidson.edu/physlet\\_resources/bu\\_semester2/menu\\_semester2.html](http://webphysics.davidson.edu/physlet_resources/bu_semester2/menu_semester2.html)

**ઉદાહરણ 1.5** ધાતુના વિદ્યુતભારિત ગોળા A ને નાયલોનની દોરી વડે લટકાવેલ છે. આકૃતિ 1.7(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ અવાહક હાથા (હેન્ડલ) વડે પકડેલ બીજો વિદ્યુતભારિત ગોળો B, A ની નજીક એવી રીતે લાવવામાં આવે છે કે તેમનાં કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર 10 cm હોય. આનાથી થતું A નું અપાકર્ષણ નોંધવામાં આવે છે. (દાખલા તરીકે, એક પ્રકાશકિરણ વડે તેને પ્રકાશિત કરી પડદા પર તેનું આવર્તન/સ્થાનાંતર માપીને). A અને B ગોળાઓને અનુક્રમે C અને D વિદ્યુતભારરહિત ગોળાઓ સાથે આકૃતિ 1.7(b)માં દર્શાવ્યા મુજબ સ્પર્શ કરાવવામાં આવે છે. હવે C અને D ને દૂર કરી B ને A ની નજીક તેમનાં કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર 5.0 cm થાય તેમ લાવવામાં આવે છે [આકૃતિ 1.7(c)]. કુલંબના નિયમના આધારે A નું અપાકર્ષણ કેટલું થશે ? A અને C ગોળાઓ તથા B અને D ગોળાઓનાં પરિમાણ સમાન છે. A અને B નાં કેન્દ્રો વચ્ચેના અંતરની સરખામણીએ તેમનાં પરિમાણ અવગણો.



આકૃતિ 1.7

ઉકેલ ધારો કે A ગોળા પરનો મૂળ વિદ્યુતભાર  $q$  અને B ગોળા પરનો  $q'$  છે. તેમની વચ્ચેના  $r$  અંતરે, દરેક પર લાગતું સ્થિતવિદ્યુત બળ (અંતરની સાપેક્ષે તેમનાં પરિમાણ અવગણતાં)

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2}$$

છે. જ્યારે સમાન પણ વિદ્યુતભારરહિત ગોળો C, Aને સ્પર્શે છે ત્યારે વિદ્યુતભારો A અને C પર પુનઃ વિતરિત થાય છે, દરેક ગોળો  $q/2$  વિદ્યુતભાર પ્રાપ્ત કરે છે. તેવી જ રીતે D, Bને સ્પર્શે પછી દરેક પર પુનઃ વિતરિત થયેલો વિદ્યુતભાર  $q'/2$  છે. હવે જો તેમની વચ્ચેનું અંતર અડધું કરવામાં આવે તો, દરેક પર લાગતા સ્થિતવિદ્યુત બળનું માન,

$$F' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(q/2)(q'/2)}{(r/2)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} = F$$

આમ, A પર B વડે લાગતું બળ બદલાતું નથી પણ અગાઉ જેટલું જ છે.

## 1.7 ઘણા વિદ્યુતભારો વચ્ચે બળો (FORCES BETWEEN MULTIPLE CHARGES)

બે વિદ્યુતભારો વચ્ચે લાગતું પરસ્પર વિદ્યુતબળ કુલંબના નિયમ વડે અપાય છે. જ્યારે આસપાસ એક નહિ પણ ઘણા વિદ્યુતભારો હોય ત્યારે બળ કેવી રીતે ગણવું? શૂન્યાવકાશમાં સ્થિર એવા  $n$  વિદ્યુતભારો  $q_1, q_2, \dots, q_n$ નાં તંત્રનો વિચાર કરો.  $q_1$  પર  $q_2, q_3, \dots, q_n$ ને લીધે કેટલું બળ લાગશે? કુલંબનો નિયમ આ પ્રશ્નનો જવાબ આપવા માટે પુરતો નથી. યાંત્રિક ઉદ્ગમ ધરાવતાં બળોનો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના નિયમ પ્રમાણે સરવાળો થાય છે તેનું સ્મરણ કરો. સ્થિતવિદ્યુત ઉદ્ગમ ધરાવતાં બળો માટે પણ શું આ સત્ય છે?

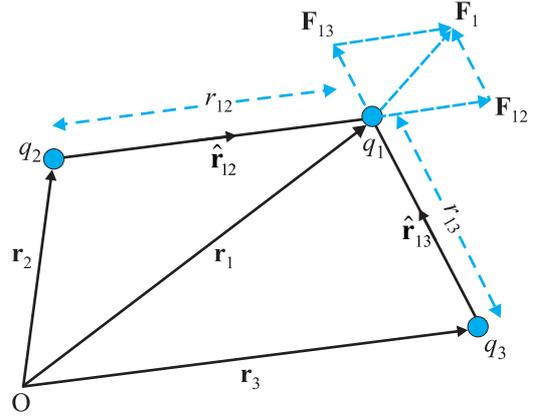
પ્રાયોગિક રીતે એવું ચકાસવામાં આવ્યું છે કે કોઈ વિદ્યુતભાર પર બીજા સંખ્યાબંધ વિદ્યુતભારોને લીધે લાગતું બળ, તે વિદ્યુતભાર પર બીજા વિદ્યુતભારોને લીધે એક એક તરીકે લેતાં લાગતા બળોના સદિશ સરવાળા જેટલું હોય છે. વ્યક્તિગત બળો બીજા બળોની હાજરીને લીધે અસર પામતાં નથી. આને સંપાતપણાનો સિદ્ધાંત કહે છે.

આ ખ્યાલને વધુ સારી રીતે સમજવા માટે, આકૃતિ 1.8(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ ત્રણ વિદ્યુતભારો  $q_1, q_2$  અને  $q_3$ ના તંત્રનો વિચાર કરો. એક વિદ્યુતભાર  $q_1$  પર બીજા બે વિદ્યુતભારો  $q_2$  અને  $q_3$ ને લીધે લાગતું બળ દરેક વિદ્યુતભાર વડે લાગતા બળોનો સદિશ સરવાળો કરવાથી મળે છે. આમ,  $q_1$  પર  $q_2$ ને લીધે લાગતું બળ  $F_{12}$  વડે દર્શાવીએ તો, બીજા વિદ્યુતભાર હાજર હોવા છતાં,  $F_{12}$  સમીકરણ (1.3) વડે મળે છે.

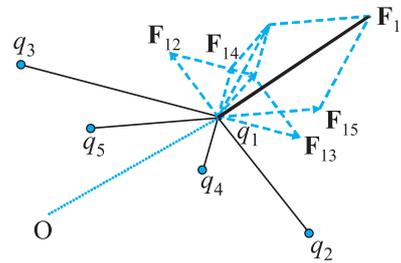
$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

તે જ રીતે,  $q_1$  પર  $q_3$ ને લીધે લાગતું બળ  $F_{13}$  વડે દર્શાવીએ તો,

$$F_{13} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{r}_{13} \text{ છે.}$$



(a)



(b)

આકૃતિ 1.8 (a) ત્રણ વિદ્યુતભારોનું  
(b) ઘણા વિદ્યુતભારોનું તંત્ર

જે બીજો વિદ્યુતભાર  $q_2$  હાજર હોવા છતાં  $q_1$  પર  $q_3$  વડે લાગતું કુલંબ બળ જ છે.

આમ,  $q_1$  પરનું  $q_2$  અને  $q_3$ ને લીધે લાગતું કુલ બળ  $\mathbf{F}_1$

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{\mathbf{r}}_{13} \quad (1.4)$$

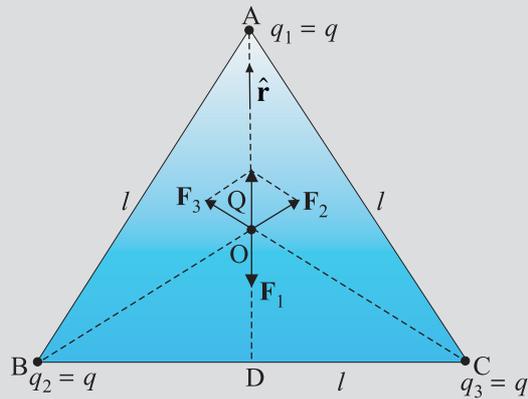
બળની ઉપરની ગણતરી ત્રણ કરતાં વધુ વિદ્યુતભારોના તંત્ર માટે પણ વ્યાપકરૂપે આકૃતિ 1.8(b)માં દર્શાવ્યા મુજબ લાગુ પાડી શકાય છે.

સંપાતપણાનો સિદ્ધાંત જણાવે છે કે,  $q_1, q_2, \dots, q_n$  વિદ્યુતભારોના તંત્રમાં,  $q_1$  પર  $q_2$ ને લીધે લાગતું બળ કુલંબના નિયમથી મળે છે તે જ છે. એટલે કે, તે બીજા વિદ્યુતભારો  $q_3, q_4, \dots, q_n$ ની હાજરીને લીધે અસર પામતું નથી (બદલાતું નથી).  $q_1$  પર બીજા બધા વિદ્યુતભારોને લીધે લાગતું કુલ બળ  $\mathbf{F}_1$ ; એ  $\mathbf{F}_{12}, \mathbf{F}_{13}, \dots, \mathbf{F}_{1n}$  બળોના સદિશ સરવાળાથી મળે છે. એટલે કે,

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_1 &= \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} + \dots + \mathbf{F}_{1n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{\mathbf{r}}_{13} + \dots + \frac{q_1 q_n}{r_{1n}^2} \hat{\mathbf{r}}_{1n} \right] \\ &= \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=2}^n \frac{q_i}{r_{1i}^2} \hat{\mathbf{r}}_{1i} \end{aligned} \quad (1.5)$$

સદિશ સરવાળો સામાન્ય રીતે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના નિયમ પરથી મેળવાય છે. સમગ્ર સ્થિતવિદ્યુતશાસ્ત્ર એ મૂળભૂત રીતે કુલંબના નિયમ અને સંપાતપણાના સિદ્ધાંતનું પરિણામ છે.

**ઉદાહરણ 1.6** / લંબાઈના સમબાજુ ત્રિકોણના શિરોબિંદુઓ પર ત્રણ વિદ્યુતભારો  $q_1, q_2, q_3$  દરેક  $q$  બરાબર છે, તેવા મૂકેલ છે. આકૃતિ 1.9માં દર્શાવ્યા મુજબ ત્રિકોણના મધ્યકેન્દ્ર પર મૂકેલા વિદ્યુતભાર  $Q$  ( $q$  જેવા જ ચિહ્ન સાથે) પર લાગતું બળ કેટલું હશે ?



આકૃતિ 1.9

ઉકેલ / લંબાઈના આપેલા સમબાજુ ત્રિકોણ ABCમાં AD, BCને લંબ દોરતાં,  $AD = AC \cos 30^\circ = (\sqrt{3}/2) l$ , અને Aથી મધ્યકેન્દ્ર Oનું અંતર  $AO = (2/3) AD = (1/\sqrt{3}) l$ . સંમિતિ પરથી  $AO = BO = CO$ .

આમ,

$$A \text{ પરના વિદ્યુતભાર } q \text{ વડે } Q \text{ પરનું બળ } \mathbf{F}_1 = \frac{3}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{l^2}, \text{ AO દિશામાં}$$

$$B \text{ પરના વિદ્યુતભાર } q \text{ વડે } Q \text{ પરનું બળ } \mathbf{F}_2 = \frac{3}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{l^2}, \text{ BO દિશામાં}$$

$$C \text{ પરના વિદ્યુતભાર } q \text{ વડે } Q \text{ પરનું બળ } \mathbf{F}_3 = \frac{3}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{l^2}, \text{ CO દિશામાં}$$

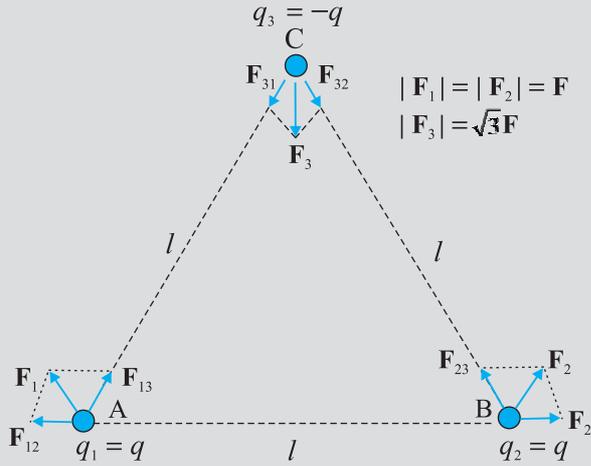
$\mathbf{F}_2$  અને  $\mathbf{F}_3$  બળોનું પરિણામી બળ  $\frac{3}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{l^2}$ , OA દિશામાં છે (સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણના નિયમ મુજબ)

આથી, Q પરનું કુલ બળ  $= \frac{3}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{l^2} (\hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{r}}) = 0$ , જ્યાં  $\hat{\mathbf{r}}$  એ OA દિશામાંનો એકમ સદિશ છે.

સંમિતિ પરથી પણ એ સ્પષ્ટ છે કે ત્રણેય બળોનો સરવાળો શૂન્ય થશે. ધારો કે પરિણામી બળ શૂન્ય નથી પણ કોઈક દિશામાં છે. O બિંદુની આસપાસ તંત્રને  $60^\circ$ નું ભ્રમણ આપતાં શું થાત તે વિચારો.

ઉદાહરણ 1.6

**ઉદાહરણ 1.7** આકૃતિ 1.10માં દર્શાવ્યા મુજબ  $q$ ,  $q$  અને  $-q$  વિદ્યુતભારોને સમબાજુ ત્રિકોણના શિરોબિંદુઓ પર મૂકવામાં આવે છે. દરેક વિદ્યુતભાર પર કેટલું બળ લાગશે ?



આકૃતિ 1.10

ઉકેલ A પરના વિદ્યુતભાર  $q$  પર લાગતાં બળો, B પરના  $q$ ને લીધે BA દિશામાં અને C પરના  $-q$ ને લીધે AC દિશામાં છે, (આકૃતિ 1.10). A પરના વિદ્યુતભાર  $q$  પર લાગતું કુલ બળ  $\mathbf{F}_1$  સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના નિયમ મુજબ,  $\mathbf{F}_1 = F \hat{\mathbf{r}}_1$  પરથી મળે છે. જ્યાં,  $\hat{\mathbf{r}}_1$  એ BC દિશામાંનો એકમ સદિશ છે.

અહીં, વિદ્યુતભારોની દરેક જોડ માટે આકર્ષણ કે અપાકર્ષણ બળનું માન એકસમાન

$$F = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l^2} \text{ છે.}$$

B આગળના વિદ્યુતભાર  $q$  પર લાગતું કુલ બળ  $\mathbf{F}_2 = F \hat{\mathbf{r}}_2$  છે, જ્યાં  $\hat{\mathbf{r}}_2$  એ AC દિશામાંનો એકમ સદિશ છે.

ઉદાહરણ 1.7

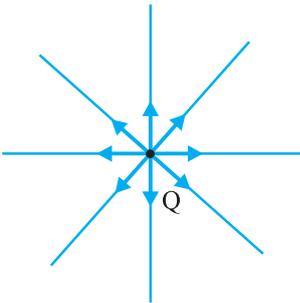
તેવી જ રીતે, C પરના  $-q$  વિદ્યુતભાર પર લાગતું કુલ બળ  $\mathbf{F}_3 = \sqrt{3} F \hat{n}$ . જ્યાં,  $\hat{n}$  એ  $\angle BCA$ ના દ્વિભાજક પરનો એકમ સદિશ છે. એ જોવું રસપ્રદ છે કે ત્રણ વિદ્યુતભારો પરના બળોનો કુલ સરવાળો શૂન્ય છે, એટલે કે

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = 0.$$

પરિણામ જરાય આશ્ચર્યજનક નથી. તે એ હકીકત પરથી સમજાય છે કે કુલંબનો નિયમ ન્યૂટનના ત્રીજા નિયમ સાથે સુસંગત છે. તેની સાબિતી તમારા પર સ્વાધ્યાય તરીકે છોડેલ છે.

## 1.8 વિદ્યુતક્ષેત્ર (ELECTRIC FIELD)

શૂન્યાવકાશમાં ઉગમબિંદુ O પર મૂકેલા એક બિંદુવત્ વિદ્યુતભાર Qનો વિચાર કરો. જો આપણે બીજો વિદ્યુતભાર  $q$ , P બિંદુએ મૂકીએ કે જ્યાં,  $\mathbf{OP} = \mathbf{r}$  છે, તો Q વિદ્યુતભાર,  $q$  વિદ્યુતભાર પર કુલંબના નિયમ મુજબ બળ લગાડશે. આપણે એવો પ્રશ્ન પૂછી શકીએ કે જો  $q$  વિદ્યુતભારને દૂર કરવામાં આવે તો હવે આસપાસ શું રહેશે ? કંઈ પણ રહેશે નહિ ? જો P બિંદુએ કંઈ પણ ન હોય તો P પર વિદ્યુતભાર મૂકતાં તેના પર બળ કેવી રીતે લાગે છે ? આવા પ્રશ્નોના જવાબ આપવા માટે પહેલાના વૈજ્ઞાનિકોએ ક્ષેત્રનો ખ્યાલ દાખલ કર્યો હતો. આ મુજબ આપણે એમ કહીએ છીએ કે, વિદ્યુતભાર Q પોતાની આસપાસ બધે વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. જ્યારે બીજો વિદ્યુતભાર  $q$ , P આગળ લાવવામાં આવે છે ત્યારે ક્ષેત્ર તેની પર ક્રિયા (અસર) કરીને બળ લગાડે છે. Q વિદ્યુતભાર વડે  $\mathbf{r}$  બિંદુએ ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર



(a)

$$\mathbf{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r} \quad (1.6)$$

પરથી મળે છે. જ્યાં,  $\hat{r} = \mathbf{r}/r$ , એ ઉદ્ગમથી બિંદુ  $\mathbf{r}$  તરફનો એકમ સદિશ છે. આમ, સમીકરણ (1.6), સ્થાન સદિશ  $\mathbf{r}$ ના દરેક મૂલ્ય માટે વિદ્યુતક્ષેત્ર નક્કી કરે છે. 'ક્ષેત્ર' શબ્દ કોઈ વિતરિત (વહેંચાયેલી) રાશિ (અદિશ કે સદિશ) સ્થાન સાથે કેવી રીતે બદલાય છે તે સૂચવે છે. વિદ્યુતભારની અસરનો વિદ્યુતક્ષેત્રના અસ્તિત્વમાં સમાવેશ કરી દેવામાં આવેલ છે. વિદ્યુતભાર Q વડે,  $q$  વિદ્યુતભાર પર લાગતું બળ, આપણને

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \hat{r} \quad \text{પરથી મળે છે.} \quad (1.7)$$

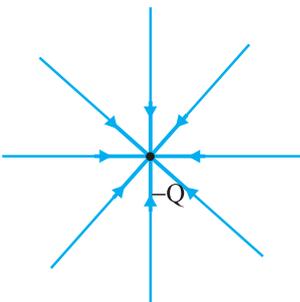
એ નોંધો કે,  $q$  વિદ્યુતભાર પણ Q વિદ્યુતભાર પર એટલું જ બળ વિરુદ્ધ દિશામાં લગાડે છે. Q અને  $q$  વિદ્યુતભારો વચ્ચે લાગતા બળને, Q વિદ્યુતભારના વિદ્યુતક્ષેત્ર અને  $q$  વિદ્યુતભાર વચ્ચેની આંતરક્રિયા (Interaction) તરીકે જોઈ શકાય છે અને એ જ રીતે સામ-સામે વિચારી શકાય. જો આપણે  $q$  વિદ્યુતભારનો સ્થાન સદિશ  $\mathbf{r}$  તરીકે દર્શાવીએ તો તે  $q$  ગુણ્યા  $q$ ના સ્થાન આગળના વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$  જેટલું બળ  $\mathbf{F}$  અનુભવે છે. આમ,

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = q\mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (1.8)$$

સમીકરણ (1.8), વિદ્યુતક્ષેત્રના SI એકમને N/C\* તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરે છે.

અત્રે, કેટલીક મહત્વની નોંધ કરીએ :

- (i) સમીકરણ (1.8) પરથી આપણે જોઈ શકીએ કે, જો  $q$  એકમ હોય તો Qને લીધે ઉદ્ભવતું ક્ષેત્ર તેના વડે લાગતા બળના મૂલ્ય જેટલું જ છે. આમ, વિદ્યુતભાર Qને લીધે અવકાશમાં વિદ્યુતક્ષેત્રને તે બિંદુએ મૂકેલા એકમ ધન વિદ્યુતભાર પર લાગતા બળ તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે. વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરતા વિદ્યુતભાર Qને સ્રોત વિદ્યુતભાર અને સ્રોત વિદ્યુતભારની અસરનું



(b)

આકૃતિ 1.11 (a) વિદ્યુતભાર Qને લીધે (b) વિદ્યુતભાર  $-Q$ ને લીધે, વિદ્યુતક્ષેત્ર

\* એક વૈકલ્પિક એકમ V/m હવે પછીના પ્રકરણમાં દાખલ કરીશું.

પરીક્ષણ કરનારા વિદ્યુતભાર  $q$ ને પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર કહે છે. એ નોંધો કે સ્રોત વિદ્યુતભાર તેના મૂળસ્થાને જ રહેવો જોઈએ. જો કે,  $q$  વિદ્યુતભારને  $Q$ ની આસપાસ ગમે તે બિંદુએ લાવવામાં આવે તો,  $q$ ને લીધે  $Q$  પર પણ વિદ્યુતબળ લાગવાનું જ છે અને તેથી તે ખસવાનો પ્રયત્ન કરશે. આ તકલીફમાંથી નિકળવાનો રસ્તો,  $q$ ને અવગણ્ય એટલો નાનો લેવાનો છે. આમ થતાં, બળ  $F$  અવગણ્ય એવું નાનું બને પણ  $F/q$  ગુણોત્તર નિશ્ચિત બને અને તે વિદ્યુતક્ષેત્રને

$$\mathbf{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \left( \frac{\mathbf{F}}{q} \right) \quad (1.9)$$

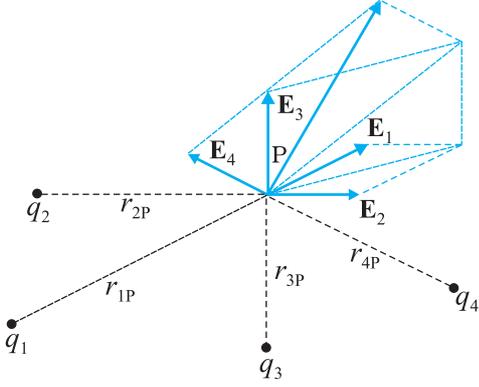
તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરે છે.

આ પ્રશ્ન ( $q$ ની હાજરીમાં  $Q$ ને ખલેલ પહોંચે નહિ તેમ રાખી મુકવા)ના વ્યાવહારિક ઉકેલ તરીકે  $Q$ ને અનિર્દિષ્ટ (જણાવેલ ન હોય તેવા) બળો વડે પકડી (જકડી) રાખવાનો છે. આ જરા વિચિત્ર લાગે પણ વાસ્તવમાં આમ જ કરાતું હોય છે. જ્યારે આપણે પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર  $q$  પર, વિદ્યુતભારિત સમતલ (પરિચ્છેદ 1.15) વડે લાગતું બળ વિચારીએ ત્યારે સમતલ પરના વિદ્યુતભારોને, સમતલમાંના અનિર્દિષ્ટ (ન દર્શાવેલા) વિદ્યુતભારિત ઘટકો વડે લાગતાં બળો તેમનાં સ્થાનો પર જકડી રાખે છે.

- (ii)  $Q$  વડે ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$ , ક્રિયાત્મક રીતે કોઈ પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર  $q$ ના પદમાં વ્યાખ્યાયિત કરાયેલું હોવા છતાં,  $q$ થી સ્વતંત્ર છે. આનું કારણ એ છે કે  $\mathbf{F}$ ,  $q$ ના સમપ્રમાણમાં છે, તેથી  $\mathbf{F}/q$  ગુણોત્તર  $q$  પર આધારિત નથી.  $Q$  વિદ્યુતભાર વડે,  $q$  વિદ્યુતભાર પર લાગતું બળ,  $q$ ના સ્થાન પર આધાર રાખે છે, જે  $Q$ ની આસપાસના અવકાશમાં કોઈ પણ મૂલ્ય ધારણ કરી શકે છે. આમ,  $Q$ ને લીધે ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર અવકાશ યામ  $\mathbf{r}$  પર પણ આધારિત છે. સમગ્ર અવકાશમાં  $q$ ના જુદા જુદા સ્થાનોએ વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$ ના જુદા જુદા મૂલ્યો મળે છે. ત્રિ-પારિમાણિક અવકાશમાં દરેક બિંદુએ ક્ષેત્ર અસ્તિત્વ ધરાવે છે.
- (iii) ધન વિદ્યુતભાર માટે વિદ્યુતક્ષેત્ર, વિદ્યુતભારથી ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં બહાર તરફ છે આકૃતિ 1.11(a). બીજી બાજુ જો વિદ્યુતભાર ઋણ હોય તો તેનો વિદ્યુતક્ષેત્ર સદિશ દરેક બિંદુએ ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં અંદરની તરફ હોય છે, આકૃતિ 1.11(b).
- (iv) વિદ્યુતભાર  $Q$ ને લીધે,  $q$  વિદ્યુતભાર પર લાગતા બળનું માન,  $Q$  વિદ્યુતભારથી  $q$  વિદ્યુતભારના અંતર પર આધારિત છે, તેથી વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$ નું માન પણ અંતર  $\mathbf{r}$  પર જ આધારિત છે. આમ,  $Q$  વિદ્યુતભારથી સમાન અંતરોએ આવેલાં બિંદુઓ પર, વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$ નું માન એકસમાન છે. ગોળાના કેન્દ્ર પર મૂકેલા બિંદુવત્ વિદ્યુતભારને લીધે સમગ્ર ગોળા (ની સપાટી) પર વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$ નું માન સમાન છે, બીજા શબ્દોમાં તે ગોળીય સંમિતિ ધરાવે છે.

### 1.8.1 વિદ્યુતભારોના તંત્રને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર (Electric Field Due to a System of Charges)

કોઈ ઉગમબિંદુ  $O$ ની સાપેક્ષે સ્થાન સદિશો  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n$  ધરાવતા વિદ્યુતભારો  $q_1, q_2, \dots, q_n$ ની તંત્રનો વિચાર કરો. એકાકી (એકલ) વિદ્યુતભારને લીધે અવકાશમાંના બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્રની જેમજ વિદ્યુતભારોના તંત્રને લીધે અવકાશમાંના બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર, તે બિંદુએ મૂકેલા એકમ ધન પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર પર,  $q_1, q_2, \dots, q_n$ ના સ્થાનોમાં ફેરફાર કર્યા સિવાય લાગતા બળ તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે. આપણે કુલંબનો નિયમ અને સંપાતપણાના સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ કરી સ્થાન સદિશ  $\mathbf{r}$  વડે દર્શાવાતા બિંદુ  $P$  આગળનું વિદ્યુતક્ષેત્ર મેળવી શકીએ.



આકૃતિ 1.12 વિદ્યુતભારોના તંત્રને લીધે કોઈ બિંદુ આગળનું વિદ્યુતક્ષેત્ર વ્યક્તિગત વિદ્યુતભારોથી ઉદ્ભવતા વિદ્યુતક્ષેત્રોના સદિશ સરવાળા જેટલું છે.

$r_1$  આગળ રહેલા  $q_1$  ને લીધે,  $r$  આગળનું વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$\mathbf{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{1P}^2} \hat{\mathbf{r}}_{1P} \text{ છે.}$$

જ્યાં,  $\hat{\mathbf{r}}_{1P}$  એ  $q_1$  થી P ની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે અને  $r_{1P}$  એ  $q_1$  થી P નું અંતર છે. તે જ રીતે,  $\hat{\mathbf{r}}_2$  આગળ રહેલા  $q_2$  ને લીધે  $r$  આગળનું વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}_2$

$$\mathbf{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_{2P}^2} \hat{\mathbf{r}}_{2P} \text{ છે.}$$

જ્યાં,  $\hat{\mathbf{r}}_{2P}$  એ  $q_2$  થી P ની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે અને  $r_{2P}$  એ  $q_2$  થી P નું અંતર છે.  $q_3, q_4, \dots, q_n$  વિદ્યુતભારોને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્રો  $\mathbf{E}_3, \mathbf{E}_4, \dots, \mathbf{E}_n$  માટે આવાં જ સૂત્રો લખી શકાય. સંપાતપણાના સિદ્ધાંત મુજબ, વિદ્યુતભારોના તંત્રને લીધે  $r$  સ્થાને વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$ , (આકૃતિ 1.12માં દર્શાવ્યા મુજબ),

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r}) + \dots + \mathbf{E}_n(\mathbf{r})$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{1P}^2} \hat{\mathbf{r}}_{1P} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_{2P}^2} \hat{\mathbf{r}}_{2P} + \dots + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_n}{r_{nP}^2} \hat{\mathbf{r}}_{nP}$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_{iP}^2} \hat{\mathbf{r}}_{iP} \quad (1.10)$$

$\mathbf{E}$  એ સદિશ રાશિ છે અને અવકાશમાં એકથી બીજા બિંદુએ બદલાય છે અને તે સ્રોત વિદ્યુતભારોના સ્થાનો પરથી નક્કી થાય છે.

### 1.8.2 વિદ્યુતક્ષેત્રનો ભૌતિક અર્થ (Physical Significance of Electric Field)

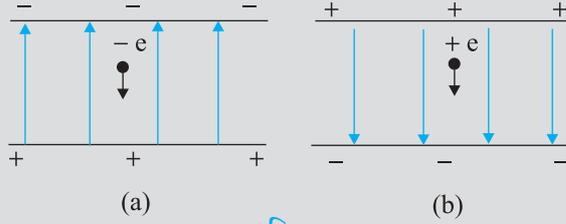
તમને કદાચ નવાઈ લાગશે કે અહીં વિદ્યુતક્ષેત્રનો ખ્યાલ શા માટે દાખલ કર્યો છે. અંતે તો, વિદ્યુતભારોના કોઈ પણ તંત્ર માટે માપી શકાય તેવી રાશિ તો વિદ્યુતભાર પરનું બળ છે, જે કુલંબના નિયમ અને સંપાતપણાના સિદ્ધાંત (સમીકરણ 1.5) પરથી નક્કી કરી શકાય છે. તો પછી વિદ્યુતક્ષેત્ર નામની મધ્યવર્તી રાશિ દાખલ શા માટે કરવી જોઈએ ?

સ્થિત વિદ્યુતશાસ્ત્ર માટે વિદ્યુતક્ષેત્ર સગવડભરી રાશિ છે પણ ખરેખર જરૂરી નથી. વિદ્યુતક્ષેત્ર એ વિદ્યુતભારોના તંત્રના વિદ્યુત પર્યાવરણની લાક્ષણિક રજૂઆતની એક સુંદર રીત છે. વિદ્યુતભારોના તંત્રની આસપાસ અવકાશમાંના બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર, તે સ્થાને મૂકેલા એકમ ધન વિદ્યુતભાર પર (તંત્રને ખલેલ પહોંચાડ્યા વિના) લાગતું બળ આપે છે. વિદ્યુતક્ષેત્ર એ વિદ્યુતભારોના તંત્રની લાક્ષણિકતા છે અને વિદ્યુતક્ષેત્ર નક્કી કરવા માટે મૂકેલા પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર પર આધારિત નથી. ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં ક્ષેત્ર શબ્દ, સામાન્ય રીતે એવી રાશિનો ઉલ્લેખ કરે છે જેને અવકાશમાંના દરેક બિંદુએ વ્યાખ્યાયિત કરેલ છે અને જે એકથી બીજા બિંદુએ બદલાય છે. વિદ્યુતક્ષેત્ર એ સદિશ ક્ષેત્ર છે, કારણ કે બળ સદિશ રાશિ છે.

વિદ્યુતક્ષેત્રના ખ્યાલનો સાચો ભૌતિક અર્થ, જ્યારે આપણે સ્થિત વિદ્યુતશાસ્ત્રની આગળ જઈને સમય આધારિત વિદ્યુતચુંબકીય ઘટનાઓ સાથે કામ પાડીએ ત્યારે જ જણાય છે. ધારો કે આપણે બે વિદ્યુતભારો  $q_1$  અને  $q_2$  ની પ્રવેગી ગતિમાં તેમની વચ્ચે લાગતા બળનો વિચાર કરીએ છીએ. હવે સંકેત કે માહિતી જે મહત્તમ ઝડપથી એકથી બીજા બિંદુએ જાય તે પ્રકાશની ઝડપ  $c$  છે. આમ,  $q_1$  અને  $q_2$  ની કોઈ પણ ગતિની

અસર તત્કાલ ઉદ્ભવતી નથી. કારણ ( $q_1$ ની ગતિ) અને અસર ( $q_2$  પર બળ) વચ્ચે સમયનો થોડો વિલંબ (Delay) હોય છે. બરાબર આ બાબતમાં/સ્થાને વિદ્યુતક્ષેત્ર (બહુ ચોક્કસ રીતે, વિદ્યુત ચુંબકીયક્ષેત્ર)નો ખ્યાલ સ્વાભાવિક અને ઉપયોગી છે. ક્ષેત્રનું ચિત્ર આવું છે :  $q_1$  વિદ્યુતભારની પ્રવેગી ગતિ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉત્પન્ન કરે છે, જે ઝડપ  $c$ થી પ્રસરે છે અને  $q_2$  પર બળ લગાડે છે. ક્ષેત્રનો ખ્યાલ સમયના વિલંબને સારી રીતે સમજાવે છે. આમ, વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રોને વિદ્યુતભારો પરની તેમની અસરો (બળો) દ્વારા પરખવામાં આવે છે, તેમ છતાં તેમને ભૌતિકરાશિઓ તરીકે ગણવામાં આવે છે, નહિ કે માત્ર ગાણિતીક રચના તરીકે. તેમને તેમનું પોતાનું ગતિશાસ્ત્ર છે, એટલે કે તેમના પોતાના નિયમો મુજબ તેઓ કાર્ય કરે છે. તેઓ ઊર્જાનું પરિવહન પણ કરી શકે છે. આમ, સમય આધારિત વિદ્યુતચુંબકીય ક્ષેત્રોનું ઉદ્ગમ, થોડો વખત ચાલુ કરી બંધ (On-Off) કરવામાં આવે તો પ્રસરણ પામતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉદ્ભવે જે ઊર્જાનું પરિવહન કરે છે. ક્ષેત્રનો ખ્યાલ સૌપ્રથમ ફેરેડેએ રજૂ કર્યો હતો અને અત્યારે ભૌતિકવિજ્ઞાનના કેન્દ્રિય ખ્યાલોમાં છે.

**ઉદાહરણ 1.8** એક ઈલેક્ટ્રોન  $2.0 \times 10^4 \text{ N C}^{-1}$ ના નિયમિત વિદ્યુતક્ષેત્રમાં  $1.5 \text{ cm}$  જેટલા અંતરનું પતન પામે છે. [આકૃતિ 1.13(a)]. ક્ષેત્રનું માન અચળ રાખીને તેની દિશા ઉલટાવવામાં આવે છે અને તેમાં એક પ્રોટોન તેટલા જ અંતરનું પતન પામે છે. [આકૃતિ 1.13(b)]. દરેક કિસ્સામાં પતન માટે લાગતો સમય ગણો. ‘ગુરુત્વની અસર હેઠળ મુક્ત પતન’ સાથેનો તફાવત જણાવો.



આકૃતિ 1.13

ઉકેલ આકૃતિ 1.13(a)માં ક્ષેત્ર ઉપર તરફ છે, તેથી ઋણ વિદ્યુતભારિત ઈલેક્ટ્રોન અધોદિશામાં  $eE$  મૂલ્યનું બળ અનુભવે છે. જ્યાં,  $E$  એ વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન છે. ઈલેક્ટ્રોનનો પ્રવેગ

$$a_e = eE/m_e,$$

જ્યાં,  $m_e$  ઈલેક્ટ્રોનનું દળ છે.

સ્થિર સ્થિતિમાંથી શરૂ કરીને,  $h$  અંતર જેટલું પતન પામવા ઈલેક્ટ્રોનને લાગતો સમય.

$$t_e = \sqrt{\frac{2h}{a_e}} = \sqrt{\frac{2 h m_e}{eE}}$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}, m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg},$$

$$E = 2.0 \times 10^4 \text{ N C}^{-1}, h = 1.5 \times 10^{-2} \text{ m}, \text{ માટે}$$

$$t_e = 2.9 \times 10^{-9} \text{ s}$$

આકૃતિ 1.13 (b)માં, ક્ષેત્ર અધોદિશામાં છે અને ધન વિદ્યુતભારિત પ્રોટોન અધોદિશામાં  $eE$  મૂલ્યનું બળ અનુભવે છે. પ્રોટોનનો પ્રવેગ

$$a_p = eE/m_p$$

જ્યાં  $m_p$  પ્રોટોનનું દળ છે,  $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ . પ્રોટોન માટે પતનનો સમય

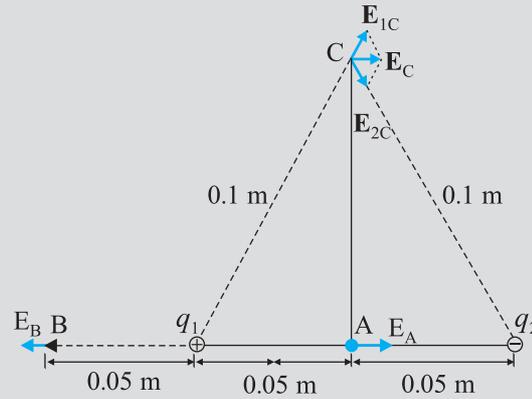
$$t_p = \sqrt{\frac{2h}{a_p}} = \sqrt{\frac{2h m_p}{eE}} = 1.3 \times 10^{-7} \text{ s છે.}$$

આમ, વધુ ભારે કણ (પ્રોટોન) તેટલા જ અંતરના પતન માટે વધુ સમય લે છે. આ બાબત ગુરુત્વની અસર હેઠળ મુક્ત પતનની પરિસ્થિતિ કરતાં મૂળભૂત રીતે વિરુદ્ધ છે, કારણ કે મુક્ત પતનમાં તો પતનનો સમય પદાર્થના દળ પર આધારિત નથી. આ ઉદાહરણમાં પતનનો સમય ગણવામાં આપણે ગુરુત્વપ્રવેગ અવગણેલ છે. આ વ્યાજબી છે કે નહિ તે જોવા આપેલા વિદ્યુતક્ષેત્રમાં આપણે પ્રોટોનનો પ્રવેગ શોધીએ.

$$\begin{aligned} a_p &= \frac{eE}{m_p} \\ &= \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(2.0 \times 10^4 \text{ N C}^{-1})}{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}} \\ &= 1.9 \times 10^{12} \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

જે, ગુરુત્વપ્રવેગ  $g$ ના મૂલ્ય  $(9.8 \text{ m s}^{-2})$ ની સરખામણીએ પ્રચંડ છે. ઇલેક્ટ્રોનનો પ્રવેગ તો આથીય ઘણો વધુ છે. આમ, આ ઉદાહરણમાં ગુરુત્વની અસર અવગણી શકાય છે.

ઉદાહરણ 1.9  $10^{-8} \text{ C}$  અને  $-10^{-8} \text{ C}$  મૂલ્યના બે બિંદુવત્ વિદ્યુતભારો અનુક્રમે  $q_1$  અને  $q_2$  એકબીજાથી  $0.1 \text{ m}$  અંતરે મૂકેલા છે. આકૃતિ 1.14માં દર્શાવેલ A, B અને C બિંદુઓએ વિદ્યુતક્ષેત્ર ગણો.



આકૃતિ 1.14

ઉકેલ A આગળ ધન વિદ્યુતભાર  $q_1$ ને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર સદિશ  $E_{1A}$  જમણી તરફની દિશામાં છે અને તેનું માન

$$E_{1A} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}) \times (10^{-8} \text{ C})}{(0.05 \text{ m})^2} = 3.6 \times 10^4 \text{ N C}^{-1}$$

A આગળ ઋણ વિદ્યુતભાર  $q_2$ ને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર સદિશ  $E_{2A}$  જમણી તરફની દિશામાં છે અને તેનું માન એટલું જ (સમાન) છે. આથી, A આગળનું કુલ વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E_A$ .

$E_A = E_{1A} + E_{2A} = 7.2 \times 10^4 \text{ N C}^{-1}$  છે.  $E_A$  ની દિશા જમણી તરફની છે.

B આગળ ધન વિદ્યુતભાર  $q_1$ ને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E_{1B}$  ડાબી તરફની દિશામાં છે અને તેનું માન

$$E_{1B} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}) \times (10^{-8} \text{ C})}{(0.05\text{m})^2} = 3.6 \times 10^4 \text{ NC}^{-1} \text{ છે.}$$

B આગળ ઋણ વિદ્યુતભાર  $q_2$ ને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E_{1B}$  જમણી તરફની દિશામાં છે અને તેનું માન

$$E_{2B} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}) \times (10^{-8} \text{ C})}{(0.15\text{m})^2} = 4 \times 10^3 \text{ NC}^{-1} \text{ છે.}$$

B આગળના કુલ વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન

$$E_B = E_{1B} - E_{2B} = 3.2 \times 10^4 \text{ NC}^{-1} \text{ છે. } E_B \text{ ડાબી તરફની દિશામાં છે.}$$

C આગળ  $q_1$  અને  $q_2$  દરેકને લીધે ઉદ્ભવતા વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન

$$E_{1C} = E_{2C} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}) \times (10^{-8} \text{ C})}{(0.10\text{m})^2} = 9 \times 10^3 \text{ NC}^{-1} \text{ છે.}$$

આ બંને સદિશો જે દિશાઓમાં છે તે આકૃતિ 1.14માં દર્શાવેલ છે. આ બે સદિશોનું પરિણામી

$$E_C = E_{1C} \cos \frac{\pi}{3} + E_{2C} \cos \frac{\pi}{3} = 9 \times 10^3 \text{ NC}^{-1} \text{ છે.}$$

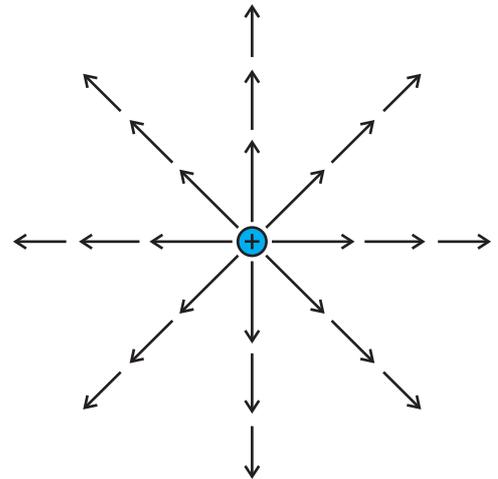
$E_C$  જમણી તરફની દિશામાં છે.

## 1.9 વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ (ELECTRIC FIELD LINES)

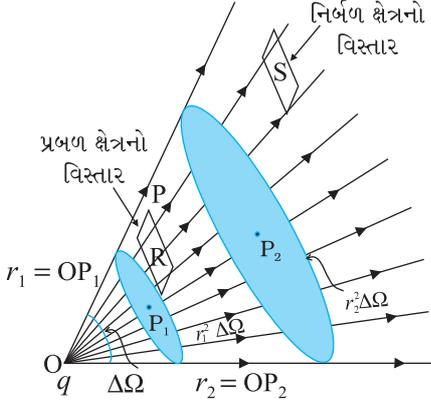
છેલ્લા વિભાગમાં આપણે વિદ્યુતક્ષેત્રનો અભ્યાસ કર્યો. તે સદિશ રાશિ છે અને તેને આપણે સદિશોને દર્શાવીએ છીએ તેમ દર્શાવી શકીએ છીએ. એક બિંદુવત્ વિદ્યુતભારથી ઉદ્ભવતા વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E$ ને આપણે ચિત્રાત્મક રીતે રજૂ કરીએ. ધારો કે એક બિંદુવત્ વિદ્યુતભારને ઉદ્ગમ બિંદુએ મૂકેલ છે. વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશામાં જ હોય તેવા સદિશો દોરો કે જેમનાં માન દરેક બિંદુએ ક્ષેત્રની પ્રબળતાને સમપ્રમાણમાં હોય. આપેલા બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન વિદ્યુતભારથી તે બિંદુના અંતરના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોવાથી,

જેમ ઉદ્ગમથી દૂર જઈએ તેમ સદિશ નાના થતા જાય છે, અને હંમેશાં ત્રિજ્યાવાર્તી દિશામાં બહારની તરફ હોય છે. આકૃતિ 1.15 આવું ચિત્ર દર્શાવે છે. આ આકૃતિમાં દરેક તીર વિદ્યુતક્ષેત્ર, એટલે કે તીરના પુષ્પ આગળ મૂકેલા એકમ ધન વિદ્યુતભાર પર લાગતું બળ દર્શાવે છે. એક જ દિશામાં રહેલા તીરોને જોડીએ તો પરિણામે નીપજતી આકૃતિ ક્ષેત્ર રેખા દર્શાવે છે. આ રીતે, આપણને ઘણી ક્ષેત્ર રેખા મળે છે, જે બધી વિદ્યુતભારથી બહારની (દૂરની) તરફની દિશામાં છે. તો શું હવે ક્ષેત્રના માન કે પ્રબળતા અંગેની માહિતી ગુમાવી દીધી છે, કારણ કે તે તો તીરની લંબાઈમાં રહેલી હતી ? ના. હવે ક્ષેત્રનું માન ક્ષેત્ર રેખાઓની ઘનતા (ગીચતા) દ્વારા દર્શાવાય છે. વિદ્યુતભારની નજીક  $E$  પ્રબળ છે, તેથી વિદ્યુતભારની નજીક ક્ષેત્ર રેખાઓની ઘનતા (ગીચતા) વધુ છે અને રેખાઓ વધારે નજીક નજીક છે. વિદ્યુતભારથી દૂર ક્ષેત્ર નબળું પડે છે અને ક્ષેત્ર રેખાઓની ઘનતા ઓછી છે અને તેના પરિણામે રેખાઓ સારા પ્રમાણમાં દૂર દૂર છે.

કોઈ બીજી વ્યક્તિ વધુ રેખાઓ દોરી શકે છે. પણ રેખાઓની સંખ્યા મહત્વની નથી. હકીકતમાં, કોઈ પણ વિભાગમાં અનંત સંખ્યાની રેખાઓ દોરી શકાય. જુદા જુદા વિભાગોમાં રેખાઓની સાપેક્ષ ઘનતા જ મહત્વની છે.



આકૃતિ 1.15 બિંદુવત્ વિદ્યુતભારનું ક્ષેત્ર



**આકૃતિ 1.16** વિદ્યુતક્ષેત્રની પ્રબળતાનું અંતર પરનું અવલંબન અને તેનો ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા સાથે સંબંધ

આપણે આકૃતિ પાનાના સમતલમાં એટલે કે દ્વિ-પરિમાણમાં દોરીએ છીએ, પણ આપણે રહીએ છીએ ત્રિ-પરિમાણમાં. તેથી જો આપણે ક્ષેત્ર રેખાઓની ઘનતાનો અંદાજ મેળવવા માંગતા હોઈએ તો, આપણે ક્ષેત્ર રેખાને લંબરૂપે એકમ આડછેદના ક્ષેત્રફળ દીઠ રેખાઓની સંખ્યા ધ્યાનમાં લેવી પડે. વિદ્યુતક્ષેત્ર બિંદુવત્ વિદ્યુતભારથી અંતરના વર્ગ મુજબ ઘટતું જાય છે અને વિદ્યુતભારને ઘેરતું ક્ષેત્રફળ અંતરના વર્ગ મુજબ વધતું જાય છે તેથી વિદ્યુતભારને ઘેરતા ક્ષેત્રફળમાંથી પસાર થતી ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા, વિદ્યુતભારથી ક્ષેત્રફળનું અંતર ગમે તે હોય તો પણ અચળ રહે છે.

આપણે પ્રારંભમાં એમ કહ્યું કે ક્ષેત્ર રેખાઓ અવકાશમાં જુદા જુદા બિંદુઓ આગળ વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશાની માહિતી ધરાવે છે. ક્ષેત્ર રેખાઓનો એક (ગણ) સમૂહ દોરી દીધા બાદ, જુદા જુદા બિંદુઓ આગળ ક્ષેત્ર રેખાઓની સાપેક્ષ ઘનતા (એટલે કે ગીચતા), તે બિંદુઓ આગળ વિદ્યુતક્ષેત્રની સાપેક્ષ પ્રબળતા (તીવ્રતા) દર્શાવે છે. જ્યાં ક્ષેત્ર પ્રબળ હોય છે ત્યાં ક્ષેત્ર રેખાઓ ખીચોખીચ ટોળે વળેલી (Crowded) છે અને જ્યાં તે નિર્બળ છે ત્યાં દૂર-દૂર રહેલી છે. આકૃતિ 1.16 ક્ષેત્ર રેખાઓનો એક સમૂહ દર્શાવે છે. R અને S બિંદુઓ આગળ ત્યાંની ક્ષેત્ર રેખાને લંબરૂપે બે સમાન અને નાના ક્ષેત્રફળ ખંડો મૂકેલા

કલ્પી શકીએ. આપણા ચિત્રમાં ક્ષેત્રફળ ખંડોને લંબરૂપે પસાર થતી ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા તે બિંદુએ ક્ષેત્રના માનને સમપ્રમાણમાં છે. ચિત્ર દર્શાવે છે કે R આગળનું ક્ષેત્ર S આગળના ક્ષેત્ર કરતાં વધુ પ્રબળ છે. ક્ષેત્ર રેખાઓ ક્ષેત્રફળ પર અથવા ક્ષેત્રફળ દ્વારા બનાવેલા ઘનકોણ પર કેવી રીતે આધાર રાખે છે તે સમજવા માટે આપણે ક્ષેત્રફળને ઘનકોણ (જે વ્યાપકરૂપે ત્રિપરિમાણમાં ખૂણો છે.) સાથે સંબંધિત કરીએ. દ્વિ-પરિમાણ (સમતલ)માં ખૂણો કેવી રીતે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે તે યાદ કરો. O બિંદુથી r અંતરે rને લંબરૂપે એક નાનો રેખાખંડ Δl મૂકો. Δl વડે O આગળ બનાવાતો કોણ લગભગ  $\Delta\theta = \Delta l/r$  તરીકે લખી શકાય. તેવી જ રીતે ત્રિ-પરિમાણમાં r અંતરે લંબરૂપે મૂકેલા નાના સમતલ ક્ષેત્રફળ ΔS વડે બનાવેલ ઘનકોણ  $\Delta\Omega = \Delta S/R^2$  તરીકે લખાય છે. આપણે જાણીએ છીએ કે આપેલા ઘનકોણમાં ત્રિજ્યાવર્તી ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા સમાન છે. આકૃતિ 1.16માં વિદ્યુતભારથી r<sub>1</sub> અને r<sub>2</sub> અંતરે આવેલા બિંદુઓ અનુક્રમે P<sub>1</sub> અને P<sub>2</sub> માટે, ΔΩ જેટલો ઘનકોણ બનાવતા ક્ષેત્રફળ ખંડ, P<sub>1</sub> આગળ r<sub>1</sub><sup>2</sup>ΔΩ અને P<sub>2</sub> આગળ r<sub>2</sub><sup>2</sup>ΔΩ છે. આ ક્ષેત્રફળ ખંડોને કાપતી રેખાઓની સંખ્યા (ધારો કે n) એકસમાન છે. આથી એકમ ક્ષેત્રફળખંડને કાપતી રેખાઓની સંખ્યા અનુક્રમે P<sub>1</sub> આગળ n/(r<sub>1</sub><sup>2</sup>ΔΩ) અને P<sub>2</sub> આગળ n/(r<sub>2</sub><sup>2</sup>ΔΩ) છે. n અને ΔΩ સમાન છે તેથી ક્ષેત્રની પ્રબળતા 1/r<sup>2</sup> પ્રકારનું અવલંબન ધરાવે છે. (એટલે કે 1/r<sup>2</sup> પર આધારિત છે.)

ક્ષેત્ર રેખાઓના ચિત્રની શોધ, ફેરેડે એ અંતઃસ્ફુરણથી, અ-ગાણિતીક રીતે વિદ્યુતભારોના તંત્રની આસપાસના વિદ્યુતક્ષેત્રને દર્શ્યમાન કરવા માટે કરી હતી. ફેરેડેએ તેમને બળરેખાઓ કહી હતી. આ શબ્દ, વિશેષ કરીને ચુંબકીય ક્ષેત્રોના કિસ્સામાં ગેરમાર્ગે દોરનારો છે. વધુ યોગ્ય શબ્દ ક્ષેત્ર રેખા (વિદ્યુત કે ચુંબકીય) છે, જે આપણે આ પુસ્તકમાં અપનાવેલ છે.

આમ, વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓ એ વિદ્યુતભારોની ગોઠવણીની આસપાસના વિદ્યુતક્ષેત્રનો ચિત્રાત્મક નકશો બનાવવાની એક રીત છે. વ્યાપકરૂપે, વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખા એ એવી રીતે દોરેલો વક્ર છે કે દરેક બિંદુએ તેનો સ્પર્શક તે બિંદુએ ચોખ્ખા (net-પરિણામી) ક્ષેત્રની દિશામાં હોય. વક્ર પર તીર જરૂરી છે કે જેથી વક્રને

\* ઘનકોણ એ શંકુનું માપ છે. આપેલા શંકુનો R ત્રિજ્યાના ગોળા સાથેનો છેદ વિચારો. શંકુનો ઘનકોણ  $\Delta S/R^2$  તરીકે વ્યાખ્યાયિત થાય છે, જ્યાં ΔS એ શંકુ વડે ગોળા પર કાપેલ ક્ષેત્રફળ છે.

## વિદ્યુતભારો અને ક્ષેત્રો

દોરેલા સ્પર્શક વડે દર્શાવાતી બે શક્ય દિશાઓમાંથી વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા સ્પષ્ટપણે દર્શાવી શકાય. ક્ષેત્ર રેખાઓ અવકાશ વક્ર છે એટલે કે ત્રિ-પરિમાણમાં વક્ર છે.

આકૃતિ 1.17 કેટલાક સાદા વિદ્યુતભાર વિતરણની આસપાસ ક્ષેત્ર રેખાઓ દર્શાવે છે. અગાઉ જણાવ્યું તેમ ક્ષેત્ર રેખાઓ ત્રિ-પારિમાણિક અવકાશમાં છે, જો કે આકૃતિ તેમને સમતલમાં જ દર્શાવે છે. એકલ (એકાકી) ધન વિદ્યુતભારની ક્ષેત્ર રેખાઓ ત્રિજ્યાવર્તી રેખા પર બહારની તરફ હોય છે જ્યારે એકલ ઋણ વિદ્યુતભારની ક્ષેત્ર રેખાઓ ત્રિજ્યાવર્તી રેખા પર અંદરની તરફ હોય છે. બે સમાન ધન વિદ્યુતભારો ( $q, q$ )ની આસપાસની ક્ષેત્રરેખાઓ તેમની વચ્ચેના અપાકર્ષણની સ્પષ્ટ ચિત્રાત્મક રજૂઆત દર્શાવે છે જ્યારે બે સમાન અને વિજાતિય વિદ્યુતભારો ( $q, -q$ ) (જેને ડાયપોલ કહે છે)ની આસપાસની ક્ષેત્ર રેખાઓ તેમની વચ્ચેનું આકર્ષણ સ્પષ્ટરૂપે દર્શાવે છે. ક્ષેત્ર રેખાઓ કેટલાક અગત્યના સામાન્ય ગુણધર્મો ધરાવે છે.

- ક્ષેત્ર રેખાઓ ધન વિદ્યુતભારથી શરૂ થઈ ઋણ વિદ્યુતભારમાં અંત પામે છે. જો એક વિદ્યુતભાર જ હોય તો તેઓ અનંતથી આરંભ કરે કે અંત પામે છે.
- વિદ્યુતભાર-વિહિન વિસ્તારમાં વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ વચ્ચે તૂટ્યા વિના સતત વક્રી તરીકે લઈ શકાય છે.
- બે ક્ષેત્ર રેખાઓ કદી એકબીજાને છેદતી નથી. (જો તેઓ છેદતી હોય તો છેદનબિંદુએ ક્ષેત્રને કોઈ એક ચોક્કસ દિશા ન હોત, જે અસંગત છે.)
- સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ કોઈ બંધ ગાળો રચતી નથી. આ બાબત, વિદ્યુતક્ષેત્રના સંરક્ષી સ્વભાવ પરથી ફલિત થાય છે (પ્રકરણ-2).

### 1.10 વિદ્યુત ફ્લક્સ (ELECTRIC FLUX)

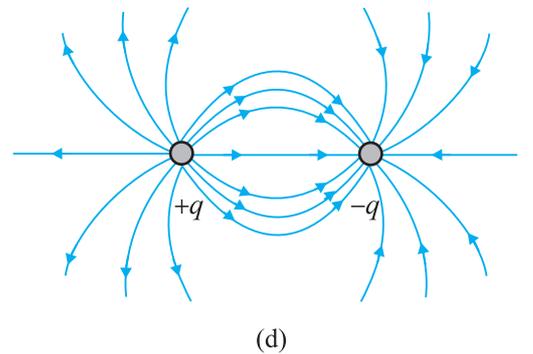
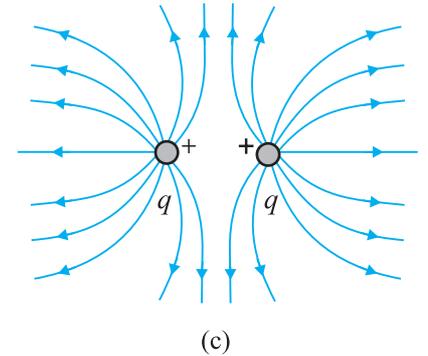
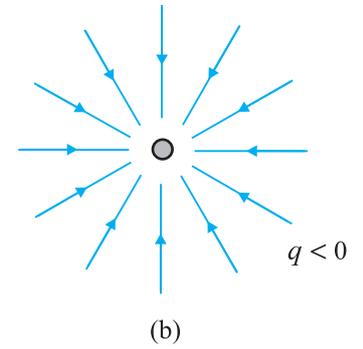
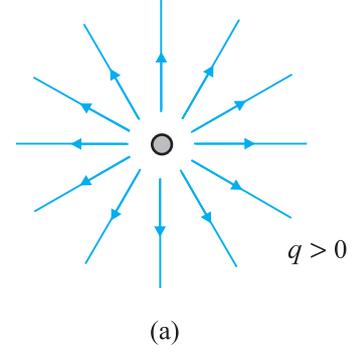
એક નાના સપાટ પૃષ્ઠ  $dS$  માંથી પૃષ્ઠને લંબરૂપે  $\mathbf{v}$  વેગથી વહન પામતા પ્રવાહીનો વિચાર કરો. પ્રવાહીના વહનનો દર, એકમ સમયમાં તે ક્ષેત્રફળમાંથી પસાર થતા કદ  $v dS$  પરથી મળે છે અને તે સમતલમાંથી વહન પામતો પ્રવાહી ફ્લક્સ રજૂ કરે છે. જો પૃષ્ઠને દોરેલો લંબ પ્રવાહીના વહનની દિશાને, એટલે કે  $\mathbf{v}$ ને, લંબ ન હોય, પણ તેની સાથે ખૂણો  $\theta$  બનાવતો હોય તો  $\mathbf{v}$ ને લંબ પ્રક્ષેપિત ક્ષેત્રફળ  $dS \cos\theta$  છે. આથી, પૃષ્ઠ  $dS$ માંથી બહાર જતું ફ્લક્સ  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS$  છે.

વિદ્યુતક્ષેત્રના કિસ્સામાં, આપણે આના જેવી રાશિ વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ અને તેને વિદ્યુત ફ્લક્સ કહે છે.

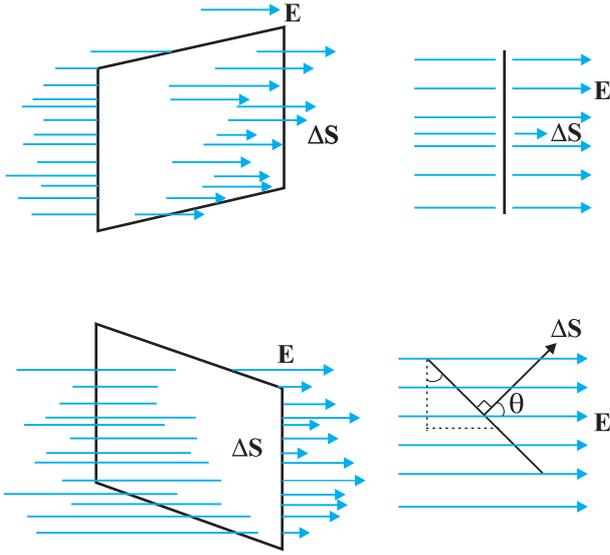
જો કે આપણે નોંધવું જોઈએ કે, પ્રવાહીના વહનથી વિપરિત એવું આ કિસ્સામાં કોઈ દૃશ્યમાન ભૌતિક રાશિનું વહન થતું નથી.

ઉપર જણાવેલ વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓના ચિત્રમાં, આપણે જોયું કે આપેલા બિંદુએ ક્ષેત્રને લંબ મૂકેલા એકમ ક્ષેત્રફળમાંથી પસાર થતી ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા, તે બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્રની પ્રબળતાનું (તીવ્રતાનું) માપ છે. આનો અર્થ એ કે જો આપણે, આપેલા બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$ ને લંબ એક  $\Delta S$  ક્ષેત્રફળનો નાનો સમતલ ખંડ મૂકીએ તો તેમાંથી પસાર થતી ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા  $E \Delta S$ ને સમપ્રમાણમાં\* છે. હવે ધારો કે આપણે ક્ષેત્રફળ ખંડને કોણ  $\theta$  જેટલો નમાવીએ.

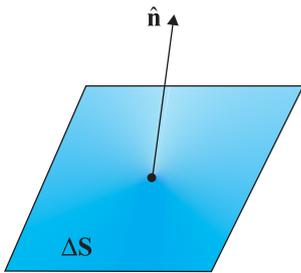
\* ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા  $E \Delta S$  બરાબર છે એમ કહેવું યોગ્ય નથી. ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા, છેવટે તો આપણે કેટલી ક્ષેત્ર રેખાઓ દોરવાનું પસંદ કરીએ તેની બાબત છે. ભૌતિક રીતે મહત્વનું તો, આપેલ ક્ષેત્રફળને જુદા જુદા બિંદુએ રાખતાં તેમાંથી પસાર થતી ક્ષેત્ર રેખાઓની સાપેક્ષ સંખ્યા છે.



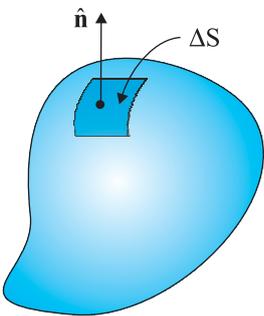
આકૃતિ 1.17 કેટલીક સાદા વિદ્યુતભાર ગોઠવણીને લીધે ક્ષેત્ર રેખાઓ



આકૃતિ 1.18 E અને  $\hat{n}$  વચ્ચેના કોણ  $\theta$  પર ફ્લક્સનો આધાર



$$\Delta S = \Delta S \hat{n}$$



આકૃતિ 1.19  $\Delta S$  અને લંબ  $\hat{n}$  ને વ્યાખ્યાયિત કરવાની પ્રણાલિકા

સ્પષ્ટ રીતે, હવે ક્ષેત્રફળ ખંડમાંથી પસાર થતી ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા ઓછી થશે. ક્ષેત્રફળ ખંડનો  $E$  ને લંબ પ્રક્ષેપ  $\Delta S \cos\theta$  છે. આમ,  $\Delta S$ માંથી પસાર થતી ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા  $E \Delta S \cos\theta$  છે. જ્યારે  $\theta = 90$  હોય ત્યારે ક્ષેત્ર રેખાઓ  $\Delta S$  (સદિશ)ને સમાંતર હશે અને તેમાંથી બિલકુલ પસાર નહિ થાય (આકૃતિ 1.18).

ઘણા સંદર્ભમાં ક્ષેત્રફળ ખંડનું માત્ર માન જ નહિ પણ નમન (Orientation) પણ મહત્વનું હોય છે. દાખલા તરીકે વહનમાં, કોઈ વલય (Ring) માંથી પસાર થતા પાણીનો જથ્થો તમે તે વલયને કેવી રીતે પકડી રાખેલ છે તેના પર આધાર રાખે છે. જો તમે તેને વહનને લંબરૂપે પકડી રાખો તો કોઈ ખૂણે રાખેલ હોય તે કરતાં તેમાંથી મહત્તમ જથ્થાનું પાણી પસાર થશે. આ દર્શાવે છે કે, ક્ષેત્રફળ ખંડને સદિશ તરીકે ગણવો જોઈએ. તેને માન હોય છે અને દિશા પણ હોય છે. સમતલના ક્ષેત્રફળની દિશા કેવી રીતે દર્શાવાય ? સ્પષ્ટ છે કે, સમતલને દોરેલો લંબ, તે સમતલનું નમન દર્શાવે છે. આમ, સમતલનો ક્ષેત્રફળ સદિશ તેને દોરેલા લંબની દિશામાં છે.

કોઈ વક્ર સપાટીના ક્ષેત્રફળ સાથે સદિશને કેવી રીતે સાંકળવો ? આપણે સપાટીને ખૂબ મોટી સંખ્યાના, ખૂબ નાના નાના ક્ષેત્રફળ ખંડોમાં વિભાજિત કરેલો કલ્પીએ છીએ. દરેક નાનો ક્ષેત્રફળ ખંડ એક સમતલીય લઈ શકાય અને અગાઉ સમજાવ્યું તેમ તેની સાથે સદિશ જોડી શકાય.

અહીં, એક અસ્પષ્ટતા છે તે નોંધો. ક્ષેત્રફળ ખંડની દિશા તેને લંબ હોય છે. પણ લંબ બે દિશામાં હોઈ શકે છે. કઈ દિશા આપણે ક્ષેત્રફળ ખંડના સદિશ માટે પસંદ કરવી ? આ પ્રશ્નનું નિરાકરણ, આપેલ સંદર્ભને અનુરૂપ કોઈ પ્રણાલિકા (રૂઢિ) સ્વીકારીને કરવામાં આવે છે. બંધ સપાટી માટે આ પ્રણાલિકા બહુ સરળ છે. બંધ સપાટીના દરેક ક્ષેત્રફળ સાથે સંકળાયેલા સદિશની દિશા **બહાર તરફના** લંબની દિશામાં લેવાય છે. આકૃતિ 1.19માં આ પ્રણાલિકા વાપરેલ છે. આમ, બંધ સપાટી પર આપેલ બિંદુએ ક્ષેત્રફળ ખંડનો સદિશ  $\Delta S$ ,  $\Delta S \hat{n}$  બરાબર છે. જ્યાં,  $\Delta S$  ક્ષેત્રફળ ખંડનું માન છે અને  $\hat{n}$  એ તે બિંદુએ બહાર તરફના લંબની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે.

હવે આપણે વિદ્યુત ફ્લક્સની વ્યાખ્યા આપીએ. ક્ષેત્રફળ ખંડ  $\Delta S$ માંથી પસાર થતા વિદ્યુત ફ્લક્સ  $\Delta\phi$ ને

$$\Delta\phi = \mathbf{E} \cdot \Delta S = E \Delta S \cos\theta \quad (1.11)$$

તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે. તે અગાઉ જોયું તેમ, ક્ષેત્રફળ ખંડમાંથી પસાર થતી ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યાને સમપ્રમાણમાં છે. અહીં, ખૂણો  $\theta$  એ  $E$  અને  $\Delta S$  વચ્ચેનો ખૂણો છે. બંધ સપાટી માટે હમણાં જ જણાવેલી પ્રણાલિકા મુજબ,  $\theta$  એ  $E$  અને ક્ષેત્રફળ ખંડને બહારની તરફ દોરેલા લંબ વચ્ચેનો ખૂણો છે. અહીં  $E \Delta S \cos\theta$  પદને આપણે બે રીતે જોઈ શકીએ છીએ :  $E(\Delta S \cos\theta)$  એટલે કે,  $E$  ગુણ્યા ક્ષેત્રફળનો  $E$ ને લંબ દિશામાંનો પ્રક્ષેપ અથવા  $E_{\perp} \Delta S$  એટલે કે  $E$ નો ક્ષેત્રફળ ખંડને લંબ દિશામાંનો ઘટક ગુણ્યા ક્ષેત્રફળ ખંડનું માન. વિદ્યુત ફ્લક્સનો એકમ  $NC^{-1} m^2$  છે.

સિદ્ધાંતમાં, સમીકરણ (1.11) વડે આપેલી વિદ્યુત ફ્લક્સની મૂળભૂત વ્યાખ્યાનો ઉપયોગ કરીને આપેલ કોઈ પણ સપાટીમાંથી કુલ ફ્લક્સ ગણી શકીએ છીએ. આપણે જે કરવાનું છે તે એ કે સપાટીને નાના ક્ષેત્રફળ ખંડમાં વિભાજિત કરવી, દરેક ખંડ માટે ફ્લક્સ ગણવું અને પછી તેમનો સરવાળો કરવો. આમ, સપાટી Sમાંથી કુલ ફ્લક્સ  $\phi$

$$\phi = \sum \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{S} \text{ છે.} \quad (1.12)$$

સંનિકટતાનું ચિહ્ન એટલા માટે મૂક્યું છે કે  $\mathbf{E}$ ને નાના ક્ષેત્રફળ ખંડ પર અચળ લીધું છે. આ ગાણિતિક રીતે બરાબર ત્યારે બને કે જ્યારે  $\Delta \mathbf{S} \rightarrow 0$  લેવાય અને સમીકરણ (1.12)માંનો સરવાળો સંકલન તરીકે લખાય.

### 1.11 વિદ્યુત ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી) (ELECTRIC DIPOLE)

એકબીજાથી અમુક ( $2a$ ) અંતરે રહેલા બે સમાન અને વિરુદ્ધ પ્રકારના વિદ્યુતભારો ( $q$  અને  $-q$ )ની જોડને વિદ્યુત ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી) કહે છે. બે વિદ્યુતભારોને જોડતી રેખા અવકાશમાં એક દિશા નક્કી કરે છે. પ્રણાલિકા મુજબ  $-q$  થી  $q$ ની દિશાને ડાયપોલની દિશા કહે છે.  $-q$  અને  $q$ ના સ્થાનો વચ્ચેનાં મધ્યબિંદુને ડાયપોલનું કેન્દ્ર કહે છે.

વિદ્યુત ડાયપોલનો કુલ વિદ્યુતભાર સ્વાભાવિક રીતે જ શૂન્ય છે. આનો અર્થ એ નથી કે ડાયપોલનું ક્ષેત્ર શૂન્ય છે.  $q$  અને  $-q$  વિદ્યુતભારો વચ્ચે કંઈક અંતર હોવાથી, તેમના વડે ઉદ્ભવતાં વિદ્યુતક્ષેત્રોનો જ્યારે સરવાળો કરવામાં આવે ત્યારે તેઓ પુરેપુરા નાબુદ થતા નથી. આથી, ડાયપોલથી ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર, મોટા અંતરે,  $1/r^2$  કરતાં વધારે ઝડપથી ઘટતું જાય છે. (એકલ વિદ્યુતભારથી ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર  $1/r^2$  મુજબ ઘટે છે.) આ ગુણાત્મક ખ્યાલો નીચેની ગણતરી પરથી ફલિત થાય છે.

#### 1.11.1 વિદ્યુત ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી)નું ક્ષેત્ર (The Field of an Electric Dipole)

વિદ્યુતભારોની જોડ ( $-q$  અને  $q$ )નું, અવકાશમાં કોઈ પણ બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર, કુલંબના નિયમ અને સંપાતપણાના સિદ્ધાંત પરથી શોધી શકાય છે. નીચેના બે કિસ્સાઓ માટે પરિણામો સરળ છે. (i) જ્યારે તે બિંદુ ડાયપોલની અક્ષ પર હોય (ii) જ્યારે તે ડાયપોલના વિષુવરેખીય સમતલમાં હોય એટલે કે ડાયપોલની અક્ષને લંબ અને તેના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતા સમતલ પર હોય. વ્યાપકરૂપે કોઈપણ બિંદુ P આગળનું વિદ્યુતક્ષેત્ર,  $-q$  વિદ્યુતભારને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}_{-q}$  અને  $q$  વિદ્યુતભારને લીધે ક્ષેત્ર  $\mathbf{E}_{+q}$  ના સદિશોના સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણના નિયમ મુજબ સરવાળો કરવાથી મળે છે.

##### (i) અક્ષ પરના બિંદુઓ માટે

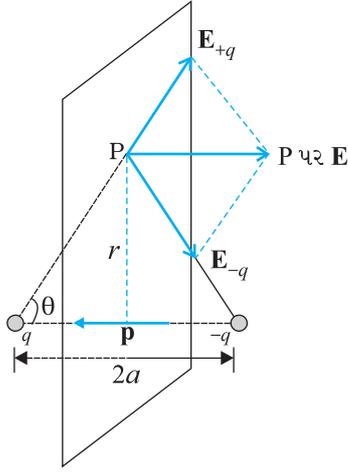
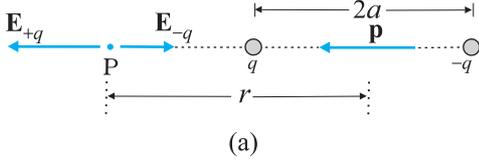
આકૃતિ 1.20(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ ધારો કે P બિંદુ, ડાયપોલના કેન્દ્રથી  $r$  અંતરે,  $q$  વિદ્યુતભારની બાજુએ આવેલું છે. તો

$$\mathbf{E}_{-q} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0(r+a)^2} \hat{\mathbf{P}} \quad [1.13(a)]$$

છે, જ્યાં  $\hat{\mathbf{P}}$ , ડાયપોલની અક્ષ પર ( $-q$  થી  $q$  તરફ)નો એકમ સદિશ છે. ઉપરાંત

$$\mathbf{E}_{+q} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0(r-a)^2} \hat{\mathbf{P}} \quad [1.13(b)]$$

P આગળનું કુલ ક્ષેત્ર



**આકૃતિ 1.20** ડાયપોલનું વિદ્યુતક્ષેત્ર (a) અક્ષ પરના બિંદુએ (b) વિષુવરેખીય સમતલમાંના બિંદુએ.  $\mathbf{p}$  ડાયપોલ ચાકમાત્રા સદિશ છે, તેનું માન  $\mathbf{p} = q \times 2a$  અને દિશા  $-q$  થી  $+q$  તરફ છે.

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_{+q} + \mathbf{E}_{-q} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{(r-a)^2} - \frac{1}{(r+a)^2} \right] \hat{\mathbf{p}} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{4ar}{(r^2 - a^2)^2} \hat{\mathbf{p}} \end{aligned} \quad (1.14)$$

$r \gg a$  માટે,

$$\mathbf{E} = \frac{4qa}{4\pi\epsilon_0 r^3} \hat{\mathbf{p}} \quad (r \gg a) \quad (1.15)$$

(ii) વિષુવરેખીય સમતલ પરનાં બિંદુઓ માટે

બે વિદ્યુતભારો  $+q$  અને  $-q$  ને લીધે ઉદ્ભવતાં વિદ્યુતક્ષેત્રોનાં માન અનુક્રમે,

$$\mathbf{E}_{+q} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2 + a^2} \quad (1.16(a))$$

$$\text{અને } \mathbf{E}_{-q} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2 + a^2} \quad (1.16(b))$$

છે અને તેઓ સમાન છે.

$\mathbf{E}_{+q}$  અને  $\mathbf{E}_{-q}$  સદિશની દિશાઓ આકૃતિ 1.20(b)માં દર્શાવ્યા મુજબની છે. એ સ્પષ્ટ છે કે ડાયપોલની અક્ષને લંબ ઘટકો નાબુદ થશે. ડાયપોલની અક્ષને સમાંતર ઘટકોનો સરવાળો થશે. કુલ વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\hat{\mathbf{p}}$  ની વિરુદ્ધ દિશામાં છે. આથી, આપણને

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -(\mathbf{E}_{+q} + \mathbf{E}_{-q}) \cos\theta \hat{\mathbf{p}} \\ &= -\frac{2qa}{4\pi\epsilon_0 (r^2 + a^2)^{3/2}} \hat{\mathbf{p}} \end{aligned} \quad (1.17)$$

મળે છે. બહુ મોટા અંતર ( $r \gg a$ ) માટે આ પરથી,

$$\mathbf{E} = -\frac{2qa}{4\pi\epsilon_0 r^3} \hat{\mathbf{p}} \quad (r \gg a) \quad (1.18)$$

સમીકરણો (1.15) અને (1.18) પરથી એ સ્પષ્ટ છે કે મોટા અંતરો માટે ડાયપોલના ક્ષેત્રમાં  $q$  અને  $a$  જુદા જુદા નથી આવતા પણ તેમના ગુણાકાર  $qa$  પર ક્ષેત્ર આધારિત છે. આ ડાયપોલ ચાકમાત્રા (Moment)ની વ્યાખ્યાનું સૂચન કરે છે. વિદ્યુત ડાયપોલની ડાયપોલ ચાકમાત્રા  $\mathbf{p}$ , ને

$$\mathbf{p} = q \times 2a \hat{\mathbf{p}} \quad (1.19)$$

તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે. આમ તે એક સદિશ છે, જેનું માન વિદ્યુતભાર  $q$  ગુણ્યા બે વચ્ચેનું અંતર  $2a$  (જોડીમાંના વિદ્યુતભારો  $q$  અને  $-q$  વચ્ચેનું) છે અને તેની દિશા  $-q$  થી  $+q$  તરફની રેખા પર છે.  $\mathbf{p}$  ના પદમાં, ડાયપોલનું વિદ્યુતક્ષેત્ર મોટા અંતરો માટે સાદા સ્વરૂપમાં મળે છે :

ડાયપોલની અક્ષ પરના બિંદુએ,

$$\mathbf{E} = \frac{2\mathbf{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (r \gg a) \quad (1.20)$$

વિષુવરેખીય સમતલ પરના બિંદુએ

$$\mathbf{E} = -\frac{\mathbf{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (r \gg a) \quad (1.21)$$

એક મહત્વનો મુદ્દો નોંધીએ કે મોટા અંતરોએ ડાયપોલનું વિદ્યુતક્ષેત્ર  $1/r^2$  તરીકે નહિ પણ  $1/r^3$  મુજબ ઘટે છે. ઉપરાંત, ડાયપોલના વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન અને દિશા માત્ર અંતર  $r$  પર જ આધારિત નથી પણ સ્થાન સદિશ  $\mathbf{r}$  અને ડાયપોલ ચાકમાત્રા  $\mathbf{p}$  વચ્ચેના ખૂણા પર પણ આધારિત છે.

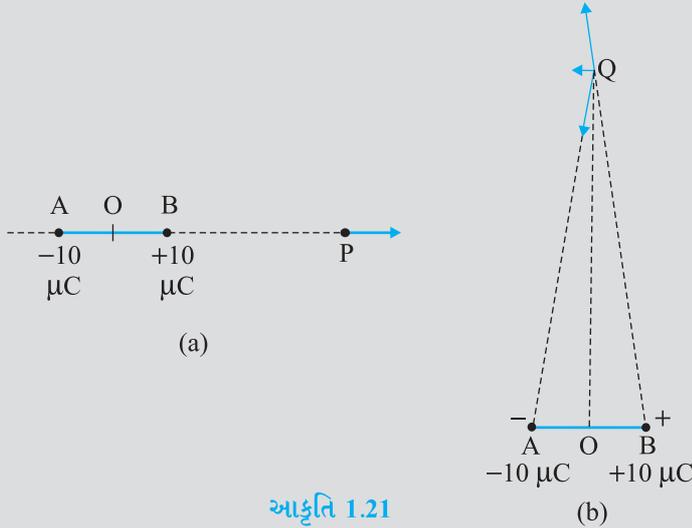
આપણે ડાયપોલનું પરિમાણ  $2a$  શૂન્ય તરફ ગતિ કરે અને વિદ્યુતભાર  $q$  અનંત તરફ ગતિ કરે, જેથી  $p = q \times 2a$  ગુણાકાર સીમિત (Finite) રહે તેવા લક્ષ (Limit)નો વિચાર કરી શકીએ. આવા ડાયપોલને **બિંદુ ડાયપોલ** કહે છે. બિંદુ ડાયપોલ માટે સમીકરણો (1.20) અને (1.21) કોઈ પણ અંતર માટે યથાર્થ છે.

### 1.11.2 ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી)નું ભૌતિક મહત્વ (Physical Significance of Dipoles)

મોટા ભાગના અણુઓ માટે ધન વિદ્યુતભારનું કેન્દ્ર\* અને ઋણ વિદ્યુતભારનું કેન્દ્ર એક જ સ્થાને હોય છે. તેથી તેમની ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી) ચાકમાત્રા શૂન્ય છે.  $\text{CO}_2$  અને  $\text{CH}_4$  આ પ્રકારના અણુઓ છે. આમ છતાં, જ્યારે વિદ્યુતક્ષેત્ર લગાડવામાં આવે ત્યારે તેઓમાં ડાયપોલ ચાકમાત્રા ઉત્પન્ન થાય છે. પરંતુ કેટલાક અણુઓમાં ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારોનાં કેન્દ્રો સંપાત થતાં નથી. તેથી વિદ્યુતક્ષેત્રની ગેરહાજરીમાં પણ તેઓ કાયમી વિદ્યુત ડાયપોલ ચાકમાત્રા ધરાવે છે. આવા અણુઓને **ધ્રુવીય અણુઓ** કહે છે. પાણીનો અણુ  $\text{H}_2\text{O}$ , આ પ્રકારનું ઉદાહરણ છે. વિવિધ દ્રવ્યો વિદ્યુતક્ષેત્રની હાજરી કે ગેરહાજરીમાં રસપ્રદ ગુણધર્મો અને અગત્યના ઉપયોગો ધરાવે છે.

**ઉદાહરણ 1.10** બે વિદ્યુતભારો  $\pm 10 \mu\text{C}$  એકબીજાથી  $5.0 \text{ mm}$  અંતરે મૂકેલા છે.

(a) આકૃતિ 1.21(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ ડાયપોલની અક્ષ પરના, તેના કેન્દ્રથી  $15 \text{ cm}$  દૂર ધન વિદ્યુતભાર બાજુ આવેલા P બિંદુએ અને (b) આકૃતિ 1.21(b)માં દર્શાવ્યા મુજબ Oમાંથી પસાર થતી અને અક્ષને લંબ રેખા પર O થી  $15 \text{ cm}$  દૂર રહેલા Q બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર શોધો.



આકૃતિ 1.21

\* બિંદુરૂપ ધન વિદ્યુતભારોના સમૂહનું કેન્દ્ર, દ્રવ્યમાન કેન્દ્રની જેમજ વ્યાખ્યાયિત કરાય છે :

$$\mathbf{r}_{\text{cm}} = \frac{\sum_i q_i \mathbf{r}_i}{\sum_i q_i}$$

$$\begin{aligned} & \text{ઉકેલ (a) } +10 \mu\text{C વિદ્યુતભારને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર} \\ &= \frac{10^{-5} \text{ C}}{4\pi(8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2})} \times \frac{1}{(15 - 0.25)^2 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \\ &= 4.13 \times 10^6 \text{ N C}^{-1}, \text{ BP દિશામાં} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -10 \mu\text{C વિદ્યુતભારને લીધે P આગળનું વિદ્યુતક્ષેત્ર} \\ &= \frac{10^{-5} \text{ C}}{4\pi(8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2})} \times \frac{1}{(15 + 0.25)^2 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \\ &= 3.86 \times 10^6 \text{ N C}^{-1}, \text{ PA દિશામાં} \end{aligned}$$

A અને B આગળના બે વિદ્યુતભારોને લીધે P આગળનું પરિણામી વિદ્યુતક્ષેત્ર  
 $= 2.7 \times 10^5 \text{ N C}^{-1}$ , BP દિશામાં.

આ ઉદાહરણમાં, OP/OB ગુણોત્તર ઘણો મોટો ( $= 60$ ) છે. આમ, આપણે ડાયપોલની અક્ષ પરના ખૂબ દૂરના બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર માટેનું સૂત્ર સીધું વાપરીએ તો પણ લગભગ ઉપરનું પરિણામ જ મળે. એકબીજાથી  $2a$  અંતરે રહેલા  $\pm q$  વિદ્યુતભારોથી બનતા ડાયપોલની અક્ષ પરના બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન

$$E = \frac{2p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (r/a \gg 1) \text{ પરથી મળે છે.}$$

જ્યાં,  $p = 2aq$  ડાયપોલ ચાકમાત્રાનું માન છે.

ડાયપોલની અક્ષ પર વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા હંમેશાં ડાયપોલ ચાકમાત્રાના સદિશની દિશામાં ( $-q$  થી  $+q$  તરફ) હોય છે. અહીં  $p = 10^{-5} \text{ C} \times 5 \times 10^{-3} \text{ m} = 5 \times 10^{-8} \text{ C m}$  તેથી,

$$E = \frac{2 \times 5 \times 10^{-8} \text{ C m}}{4\pi(8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2})} \times \frac{1}{(15)^3 \times 10^{-6} \text{ m}^3} = 2.6 \times 10^5 \text{ N C}^{-1}$$

અને તે ડાયપોલ ચાકમાત્રાની દિશા ABની દિશામાં છે. જે અગાઉ મેળવેલ પરિણામની નજીક છે. (b) B આગળના વિદ્યુતભાર  $+10 \mu\text{C}$ ને લીધે Q બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$\begin{aligned} &= \frac{10^{-5} \text{ C}}{4\pi(8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2})} \times \frac{1}{[15^2 + (0.25)^2] \times 10^{-4} \text{ m}^2} \\ &= 3.99 \times 10^6 \text{ N C}^{-1}, \text{ BQ દિશામાં.} \end{aligned}$$

A આગળના વિદ્યુતભાર  $-10 \mu\text{C}$ ને લીધે Q બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$\begin{aligned} &= \frac{10^{-5} \text{ C}}{4\pi(8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2})} \times \frac{1}{[15^2 + (0.25)^2] \times 10^{-4} \text{ m}^2} \\ &= 3.99 \times 10^6 \text{ N C}^{-1}, \text{ QA દિશામાં} \end{aligned}$$

અત્રે સ્પષ્ટ છે કે આ બે સમાન મૂલ્યનાં બળોના OQ રેખા પરના ઘટકો નાબુદ થશે અને BA રેખાને સમાંતર ઘટકોનો સરવાળો થશે. આથી A અને B આગળના બે વિદ્યુતભારોને લીધે Q આગળનું પરિણામી વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$\begin{aligned} &= 2 \times \frac{0.25}{\sqrt{15^2 + (0.25)^2}} \times 3.99 \times 10^6 \text{ N C}^{-1}, \text{ BA દિશામાં} \\ &= 1.33 \times 10^5 \text{ N C}^{-1}, \text{ BA દિશામાં.} \end{aligned}$$

કિસ્સા (a)ની જેમજ, ડાયપોલની અક્ષને લંબ રેખા પરના ઘણે દૂરના બિંદુ આગળના વિદ્યુતક્ષેત્ર માટેના સૂત્રનો સીધો ઉપયોગ કરતાં લગભગ આ જ પરિણામ મળે તે અપેક્ષિત છે.

$$E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (r/a \gg 1)$$

$$= \frac{5 \times 10^{-8} \text{ Cm}}{4\pi(8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2})} \times \frac{1}{(15)^3 \times 10^{-6} \text{ m}^3}$$

$$= 1.33 \times 10^5 \text{ NC}^{-1}$$

આ કિસ્સામાં વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા ડાયપોલ ચાકમાત્રાના સદિશની વિરુદ્ધ દિશામાં છે. આ પરિણામ પણ અગાઉ મેળવેલ પરિણામ સાથે સુસંગત છે.

## 1.12 સમાન બાહ્યક્ષેત્રમાં મૂકેલ ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી)

### (DIPOLE IN A UNIFORM EXTERNAL FIELD)

આકૃતિ 1.22માં દર્શાવ્યા મુજબ સમાન બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E$ માં મૂકેલા  $p$  ડાયપોલ ચાકમાત્રા ધરાવતા કાયમી ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી)નો વિચાર કરો. (કાયમી ડાયપોલ એટલે, તે  $E$  વડે ઉત્પન્ન થયેલું નથી પણ  $E$  હોય કે ન હોય તો પણ  $p$  અસ્તિત્વ ધરાવે છે).

$q$  પર લાગતું બળ  $qE$  અને  $-q$  પર લાગતું બળ  $-qE$  છે. ડાયપોલ પરનું કુલ બળ શૂન્ય છે, કારણ કે  $E$  સમાન છે. આમ છતાં, વિદ્યુતભારો વચ્ચે અંતર છે, તેથી બળો જુદા જુદા બિંદુએ લાગે છે, પરિણામે ડાયપોલ પર ટોર્ક લાગે છે. જ્યારે કુલ બળ શૂન્ય હોય ત્યારે ટોર્ક (બળયુગ્મ) ઉગમબિંદુ પર આધારિત નથી. ટોર્કનું માન, દરેક બળ અને બળયુગ્મના ભૂજ (તે બે પ્રતિસમાંતર બળો વચ્ચેનું લંબ અંતર)ના ગુણાકાર જેટલું છે.

$$\text{ટોર્કનું માન} = qE \times 2a \sin\theta$$

$$= 2qaE \sin\theta = pE \sin\theta$$

તેની દિશા પુસ્તકના પૃષ્ઠને લંબ, બહાર તરફની દિશામાં છે.

$p \times E$ નું માન પણ  $pE \sin\theta$  છે અને તેની દિશા પુસ્તકના પૃષ્ઠને લંબ બહારની તરફ છે. આમ,

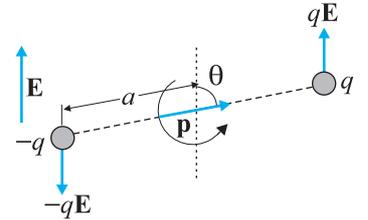
$$\tau = p \times E \quad (1.22)$$

આ ટોર્ક, ડાયપોલને ક્ષેત્ર  $E$ ને સમાંતર બનાવવાનો પ્રયત્ન કરે છે. જ્યારે  $p$ ,  $E$ ને સમાંતર બને છે ત્યારે ટોર્ક શૂન્ય બને છે.

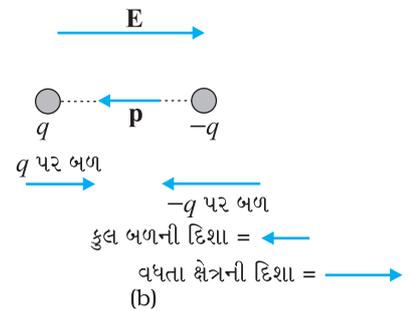
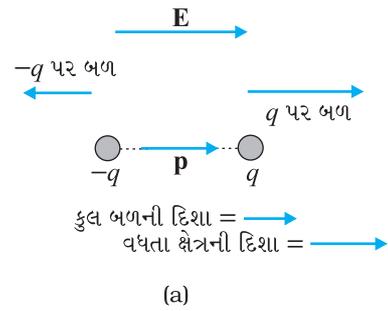
જો વિદ્યુતક્ષેત્ર સમાન ન હોય તો શું થાય ? સ્પષ્ટ છે કે તે કિસ્સામાં પરિણામી બળ, શૂન્ય નહિ હોય. તે ઉપરાંત, સામાન્ય રીતે તંત્ર પર અગાઉની જેમ ટોર્ક લાગતું હશે. આપણે એક સરળ પરિસ્થિતિ કે જેમાં  $p$ ,  $E$ ને સમાંતર કે પ્રતિસમાંતર હોય તેનો વિચાર કરીએ. આ બંને કિસ્સામાં કુલ (Net) ટોર્ક શૂન્ય છે, પણ જો  $E$  સમાન ન હોય તો કુલ (Net) બળ શૂન્ય નથી.

આકૃતિ 1.23 સ્વયં સ્પષ્ટ છે. એ જોઈ શકાય છે કે જ્યારે  $p$ ,  $E$ ને સમાંતર હોય છે ત્યારે ડાયપોલ પર વધતા ક્ષેત્રની દિશામાં બળ લાગે છે. જ્યારે  $p$ ,  $E$ ને પ્રતિસમાંતર હોય ત્યારે ડાયપોલ પર ઘટતા ક્ષેત્રની દિશામાં બળ લાગે છે. વ્યાપકરૂપે, બળ  $p$ ના  $E$ ની સાપેક્ષે નમન (Orientation) પર આધાર રાખે છે.

આ બાબત આપણને ઘર્ષણવિદ્યુતના સામાન્ય અવલોકનમાં જણાય છે. સૂકા વાળમાં ઘસેલો કાંસકો કાગળના ટુકડાઓને આકર્ષે છે. પરંતુ કાગળ કંઈ વિદ્યુતભારિત નથી. તો પછી આકર્ષણ બળ કેવી રીતે સમજાવી શકાય ? ઉપરની ચર્ચા પરથી કંઈક ઈશારો મળે છે. વિદ્યુતભારિત કાંસકો કાગળના ટુકડાનું ધ્રુવીભવન કરે છે એટલે કે વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશામાં પરિણામી ડાયપોલ ચાકમાત્રા પ્રેરિત કરે છે. ઉપરાંત કાંસકાનું



આકૃતિ 1.22 એક સમાન વિદ્યુત ક્ષેત્રમાં ડાયપોલ



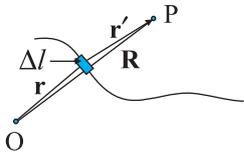
આકૃતિ 1.23 ડાયપોલ પરનું વિદ્યુત બળ (a)  $E$ ,  $p$ ને સમાંતર (b)  $E$ ,  $p$ ને પ્રતિસમાંતર

વિદ્યુતક્ષેત્ર સમાન નથી. આ પરિસ્થિતિમાં એવું સરળતાથી જોઈ શકાય છે કે કાગળ, કાંસકા તરફ ખસવો જોઈએ.

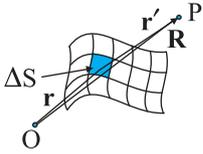
### 1.13 સતત વિદ્યુતભાર વિતરણ

#### (CONTINUOUS CHARGE DISTRIBUTION)

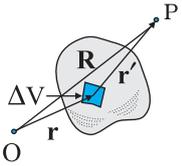
અત્યાર સુધી આપણે અલગ અલગ (Discrete) વહેંચાયેલા વિદ્યુતભારો  $q_1, q_2, \dots, q_n$  સાથે કામ કર્યું. આપણે શા માટે માત્ર અલગ અલગ વિદ્યુતભારો પૂરતી મર્યાદામાં આમ કર્યું તેનું એક કારણ એ છે કે તેનું ગણિત સરળ છે અને તેમાં કલનશાસ્ત્રની જરૂર નથી. પરંતુ કેટલાક હેતુઓ માટે અલગ અલગ વિદ્યુતભારોના પદમાં કામ કરવાનું અવ્યવહારૂ છે અને આપણે સતત (Continuous) વિદ્યુતભાર વિતરણ સાથે કામ કરવાની જરૂર પડે છે. દાખલા તરીકે, વિદ્યુતભારિત સુવાહકની સપાટી પર વિદ્યુતભાર વિતરણને, સૂક્ષ્મ વિદ્યુતભારિત ઘટકોના સ્થાનના પદમાં દર્શાવવાનું અવ્યવહારૂ છે. સુવાહકની સપાટી પર ક્ષેત્રફળ ખંડ  $\Delta S$  (જે સ્થૂળ માપકમ પર ઘણો નાનો છે પણ ઘણી મોટી સંખ્યાના ઈલેક્ટ્રોનનો સમાવેશ કરી શકે તેટલો મોટો છે)નો વિચાર કરવાનું અને તે ખંડ પર વિદ્યુતભાર  $\Delta Q$  દર્શાવવાનું સુગમ છે. આ પરથી આપણે ક્ષેત્રફળ ખંડ પર વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠઘનતા  $\sigma$  ને



રેખીય વિદ્યુતભાર  $\Delta Q = \lambda \Delta l$



પૃષ્ઠ વિદ્યુતભાર  $\Delta Q = \sigma \Delta S$



કદ વિદ્યુતભાર  $\Delta Q = \rho \Delta V$

**આકૃતિ 1.24** રેખીય, પૃષ્ઠ અને કદ વિદ્યુતભાર ઘનતાઓની વ્યાખ્યા. દરેક કિસ્સામાં પસંદ કરેલ ખંડ ( $\Delta l$ ,  $\Delta S$ ,  $\Delta V$ ) સ્થૂળ માપકમ પર નાનો છે પણ મોટી સંખ્યાના સૂક્ષ્મ ઘટકો ધરાવે છે.

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S} \quad (1.23)$$

તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ

આવું આપણે સુવાહકના જુદા જુદા બિંદુઓએ કરી શકીએ અને વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા નામનું એક સતત વિધેય  $\sigma$  મળી શકે. આ રીતે વ્યાખ્યાયિત કરેલ વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા  $\sigma$ , વિદ્યુતભારના ક્વોન્ટમીકરણને અને વિદ્યુતભાર વિતરણમાં સૂક્ષ્મ સ્તરે\* રહેલી અસતતતાને અવગણે છે.  $\sigma$  સ્થૂળ સ્તરે વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા દર્શાવે છે, જે એક અર્થમાં તો, સૂક્ષ્મ સ્તરે વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતાની,  $\Delta S$  પૃષ્ઠ ખંડ, જે અગાઉ જણાવ્યું તેમ સૂક્ષ્મ સ્તરે વિચારતાં મોટું અને સ્થૂળ સ્તરે વિચારતાં નાનું છે, તેના પરની સરેરાશ દર્શાવે છે.  $\sigma$ નો એકમ  $C/m^2$  છે.

રેખીય વિદ્યુતભાર વિતરણ અને કદ વિદ્યુતભાર વિતરણ માટે પણ આવી વિચારણા લાગુ પડે છે. કોઈ તારની રેખીય વિદ્યુતભાર ઘનતા  $\lambda$  ને

$$\lambda = \frac{\Delta Q}{\Delta l} \quad (1.24)$$

તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે. જ્યાં,  $\Delta l$  એ તાર પર સ્થૂળ સ્તરે નાનો લંબાઈ ખંડ છે કે જે ઘણી મોટી સંખ્યાના સૂક્ષ્મ વિદ્યુતભારિત ઘટકો ધરાવે છે અને  $\Delta Q$  તે રેખાખંડમાં રહેલો વિદ્યુતભાર છે.  $\lambda$ નો એકમ  $C/m$  છે. કદ વિદ્યુતભાર ઘનતા (ઘણી વખત વિદ્યુતભાર ઘનતા કહેવાય છે)ને એવી જ રીતે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે :

$$\rho = \frac{\Delta Q}{\Delta V} \quad (1.25)$$

જ્યાં  $\Delta Q$ , સ્થૂળ સ્તરે નાના કદ ખંડ  $\Delta V$ માં જે સૂક્ષ્મ સ્તરે તો ઘણા વિદ્યુતભારિત ઘટકો ધરાવે છે તેમાં રહેલો વિદ્યુતભાર છે.  $\rho$ નો એકમ  $C/m^3$  છે.

વિદ્યુતભારના સતત વિતરણનો ખ્યાલ યંત્રશાસ્ત્રમાં આપણે દળના સતત વિતરણના લીધેલા ખ્યાલ જેવો છે. જ્યારે આપણે પ્રવાહીની ઘનતાની વાત કરીએ છીએ ત્યારે આપણે તેની સ્થૂળ ઘનતાની વાત કરીએ છીએ. આપણે તેને સતત પ્રવાહી તરીકે ગણીએ છીએ અને તેના અલગ અલગ આણ્વિક બંધારણને અવગણીએ છીએ.

\* સૂક્ષ્મ અંતરે વિદ્યુતભાર વિતરણ અસતત છે, કારણ કે તેઓ અલગ અલગ સ્થાનો પરના વિદ્યુતભારો છે જેમની વચ્ચે અવકાશ છે જ્યાં કોઈ વિદ્યુતભાર નથી.

## વિદ્યુતભારો અને ક્ષેત્રો

સતત વિદ્યુતભાર વિતરણને લીધે ઉદ્ભવતું ક્ષેત્ર, અલગ-અલગ વિદ્યુતભારોના તંત્રને લીધે શોધ્યું (સમીકરણ 1.10) તે જ રીતે શોધી શકાય છે. ધારો કે અવકાશમાં સતત વિદ્યુતભાર વિતરણની વિદ્યુતભાર ઘનતા  $\rho$  છે. કોઈ સુગમભર્યું બિંદુ  $O$ ને ઉદ્ગમબિંદુ તરીકે લો અને વિદ્યુતભાર વિતરણમાં કોઈ બિંદુનો સ્થાન સદિશ  $\mathbf{r}$  દર્શાવો. વિદ્યુતભાર ઘનતા બિંદુએ બિંદુએ બદલાઈ પણ શકે છે, એટલે કે તે  $\mathbf{r}$ નું વિધેય છે. વિદ્યુતભાર વિતરણને  $\Delta V$  માપના નાના કદ ખંડોમાં વિભાજિત કરો.  $\Delta V$  કદખંડમાં રહેલો વિદ્યુતભાર  $\rho\Delta V$  છે.

હવે કોઈ એક બિંદુ (વિદ્યુતભાર વિતરણની અંદર અથવા બહાર)  $P$  લો, જેનો સ્થાન સદિશ  $\mathbf{R}$  છે (આકૃતિ 1.24).  $\rho\Delta V$  વિદ્યુતભારને લીધે  $P$  આગળ વિદ્યુતક્ષેત્ર કુલંબના નિયમ પરથી,

$$\Delta \mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho\Delta V}{r'^2} \hat{\mathbf{r}}', \quad (1.26)$$

મળે છે. જ્યાં,  $r'$  એ વિદ્યુતભાર ખંડ અને  $P$  વચ્ચેનું અંતર છે અને  $\hat{\mathbf{r}}'$  વિદ્યુતભાર ખંડથી  $P$  તરફનો એકમ સદિશ છે. સંપાતપણાના સિદ્ધાંત પરથી વિદ્યુતભાર વિતરણને લીધે કુલ વિદ્યુતક્ષેત્ર જુદા જુદા કદ ખંડોને લીધે ઉદ્ભવતા વિદ્યુતક્ષેત્રોનો સરવાળો કરવાથી મળે છે :

$$\mathbf{E} \equiv \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\text{બધા } \Delta V} \frac{\rho\Delta V}{r'^2} \hat{\mathbf{r}}', \quad (1.27)$$

એ નોંધો કે  $\rho$ ,  $r'$ ,  $\hat{\mathbf{r}}'$  એ બધા બિંદુએ બિંદુએ બદલાઈ શકે છે. તદ્દન ગાણિતીક રીતમાં આપણે  $\Delta V \rightarrow 0$  લક્ષ લઈને સરવાળાને સંકલન તરીકે લેવું જોઈએ, પરંતુ સરળતા ખાતર આપણે તે ચર્ચા છોડી દઈએ છીએ. ટૂંકમાં કુલંબનો નિયમ અને સંપાતપણાનો સિદ્ધાંત વાપરીને અલગ-અલગ અથવા સતત અથવા અંશતઃ અલગ અલગ અને અંશતઃ સતત એવા કોઈ પણ વિદ્યુતભાર વિતરણ માટે વિદ્યુતક્ષેત્ર મેળવી શકાય છે.

### 1.14 ગૉસનો નિયમ (GAUSS'S LAW)

વિદ્યુત ફ્લક્સના ખ્યાલના એક સરળ ઉપયોગ તરીકે, આપણે કેન્દ્ર પર રહેલા બિંદુવત્ વિદ્યુતભાર  $q$ ને ઘેરતા  $r$  ત્રિજ્યાના ગોળામાંથી પસાર થતું ફ્લક્સ વિચારીએ. આકૃતિ 1.25માં દર્શાવ્યા મુજબ ગોળાને નાના-નાના ક્ષેત્રફળ ખંડોમાં વિભાજિત કરો.

ક્ષેત્રફળ ખંડ  $\Delta S$ માંથી પસાર થતું ફ્લક્સ,

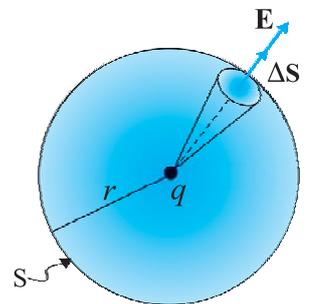
$$\Delta\phi = \mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{S} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{\mathbf{r}} \cdot \Delta\mathbf{S} \quad (1.28)$$

જ્યાં, આપણે એકલ વિદ્યુતભાર  $q$ ને લીધે ઉદ્ભવતા વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે કુલંબના નિયમનો ઉપયોગ કર્યો છે. એકમ સદિશ  $\hat{\mathbf{r}}$  કેન્દ્રથી ક્ષેત્રફળ ખંડ તરફના ત્રિજ્યા સદિશની દિશામાં છે, ક્ષેત્રફળ ખંડ  $\Delta S$  અને  $\hat{\mathbf{r}}$  ની દિશા એક જ છે. તેથી,

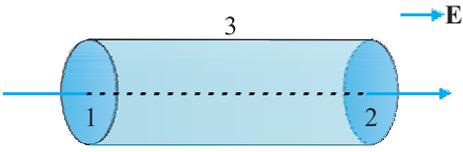
$$\Delta\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \Delta S \quad (1.29)$$

કારણ કે એકમ સદિશનું માન 1 છે.

ગોળામાંથી પસાર થતું કુલ ફ્લક્સ જુદા જુદા ક્ષેત્રફળ ખંડોને લીધે મળતા ફ્લક્સનો સરવાળો કરવાથી મળે છે :



આકૃતિ 1.25 કેન્દ્ર પરના બિંદુવત્ વિદ્યુતભાર  $q$  ને ઘેરતા ગોળામાંથી પસાર થતું ફ્લક્સ



આકૃતિ 1.26 નળાકારની સપાટીમાંથી પસાર થતા સમાન વિદ્યુતક્ષેત્રના ફ્લક્સની ગણતરી

$$\phi = \sum_{\text{બધા } \Delta S} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \Delta S$$

ગોળાનો દરેક ક્ષેત્રફળ ખંડ, વિદ્યુતભારથી સમાન  $r$  અંતરે આવેલ હોવાથી,

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sum_{\text{બધા } \Delta S} \Delta S = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} S$$

હવે, ગોળાનું કુલ ક્ષેત્રફળ  $S = 4\pi r^2$  છે. આમ,

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (1.30)$$

સમીકરણ (1.30) એ સ્થિતવિદ્યુતશાસ્ત્રના એક વ્યાપક પરિણામની સરળ રજૂઆત છે અને તેને ગૉસનો નિયમ કહે છે. આપણે ગૉસના નિયમનું સાબિતી વિના કથન આપીએ :

બંધ સપાટી  $S$ માંથી પસાર થતું વિદ્યુત ફ્લક્સ

$$= q/\epsilon_0$$

$$(1.31)$$

છે, જ્યાં,  $q = S$  વડે ઘેરાયેલો કુલ વિદ્યુતભાર.

આ નિયમ એવું સૂચવે છે કે, બંધ સપાટીમાંથી પસાર થતું કુલ વિદ્યુત ફ્લક્સ શૂન્ય છે, જો સપાટી વડે કોઈ વિદ્યુતભાર ઘેરાતો ન હોય તો. આ બાબત આપણે આકૃતિ 1.26ની પરિસ્થિતિમાં સ્પષ્ટપણે જોઈ શકીએ છીએ.

અત્રે વિદ્યુતક્ષેત્ર સમાન છે અને આપણે બંધ નળાકાર સપાટી વિચારીએ છીએ, જેની અક્ષ સમાન ક્ષેત્ર  $E$ ને સમાંતર છે. સપાટીમાંથી કુલ ફ્લક્સ  $\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3$  છે. જ્યાં  $\phi_1$  અને  $\phi_2$  નળાકારની સપાટીઓ 1 અને 2 (વર્તુળાકાર આડછેદની)માંથી પસાર થતું ફ્લક્સ દર્શાવે છે અને  $\phi_3$  બંધ સપાટીના વક્ર નળાકાર ભાગમાંથી ફ્લક્સ દર્શાવે છે. સપાટી 3ને દરેક બિંદુએ લંબ, વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E$ ને લંબ છે, તેથી વ્યાખ્યા મુજબ ફ્લક્સ  $\phi_3 = 0$ . ઉપરાંત, 2ને બહાર તરફનો લંબ  $E$ ને સમાંતર છે અને 1ને બહાર તરફનો લંબ  $E$ ની વિરુદ્ધ દિશામાં છે. તેથી

$$\phi_1 = -ES_1, \quad \phi_2 = +ES_2$$

$$S_1 = S_2 = S$$

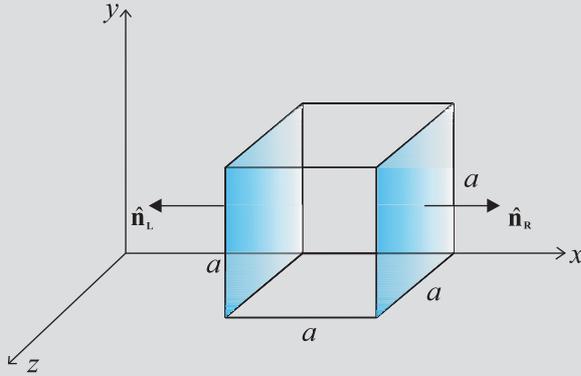
જ્યાં  $S$ , વર્તુળાકાર આડછેદનું ક્ષેત્રફળ છે. આમ, કુલ ફ્લક્સ શૂન્ય છે, જે ગૉસના નિયમ મુજબ અપેક્ષિત હતું. આમ, જ્યારે પણ આપણને બંધ સપાટીનું કુલ ફ્લક્સ શૂન્ય જણાય ત્યારે આપણે એવો નિષ્કર્ષ તારવીએ કે બંધ સપાટીમાં રહેલો કુલ વિદ્યુતભાર શૂન્ય છે.

ગૉસના નિયમ (સમીકરણ 1.31)ની મોટી સાર્થકતા એ છે કે તે આપણે અહીં વિચારેલા સરળ કિસ્સાઓ માટે જ નહિ પણ વ્યાપકપણે સત્ય છે. આ નિયમ અંગેના કેટલાક અગત્યના મુદ્દાઓ આપણે નોંધીએ :

- ગૉસનો નિયમ કોઈ પણ બંધ સપાટી માટે સત્ય છે, તેના આકાર કે પરિમાણ ગમે તે હોય તો પણ.
- ગૉસના નિયમના સમીકરણ (1.31)માં જમણી બાજુનું પદ  $q$ , સપાટી વડે ઘેરાયેલા બધા વિદ્યુતભારોને સમાવે છે. વિદ્યુતભારો સપાટીની અંદર ગમે તે સ્થાનોએ રહેલા હોઈ શકે છે.
- જે પરિસ્થિતિમાં સપાટી એવી પસંદ કરવામાં આવી હોય કે કેટલાક વિદ્યુતભારો અંદર અને કેટલાક બહાર હોય તો, વિદ્યુતક્ષેત્ર (જેનું ફ્લક્સ સમીકરણ 1.31ની ડાબી બાજુએ આવે છે) તો  $S$ ની અંદરના અને બહારના એમ બધા વિદ્યુતભારોને લીધે છે. પણ ગૉસના નિયમની જમણી બાજુનું પદ  $q$ ,  $S$ ની માત્ર અંદરના વિદ્યુતભારો જ દર્શાવે છે.

- (iv) ગોસનો નિયમ લગાડવા માટે આપણે જે સપાટી પસંદ કરીએ તેને ગોસિયન સપાટી કહે છે. તમે ગમે તે ગોસિયન સપાટી પસંદ કરી શકો અને ગોસનો નિયમ લગાડી શકો છો. તેમ છતાં, ગોસિયન સપાટી કોઈ અલગ વિદ્યુતભારમાંથી પસાર ન થતી હોય તેની કાળજી રાખવી જોઈએ, કારણ કે અલગ-અલગ વિદ્યુતભારોના તંત્રનું વિદ્યુતક્ષેત્ર તે વિદ્યુતભારના સ્થાને સ્પષ્ટ રીતે વ્યાખ્યાયિત થયેલ નથી. (તમે જેમ વિદ્યુતભારની નજીક જાઓ તેમ વિદ્યુતક્ષેત્ર કોઈ બંધન વિના વધતું જાય છે.) જો કે ગોસિયન સપાટી સતત વિદ્યુતભાર વિતરણમાંથી પસાર થઈ શકે છે.
- (v) જ્યારે તંત્રને કંઈક સંમિતિ હોય છે ત્યારે ગોસનો નિયમ વિદ્યુતક્ષેત્રની વધુ સરળતાથી ગણતરી કરવા માટે ઉપયોગી છે. આવું ગોસિયન સપાટીની યોગ્ય પસંદગી દ્વારા થઈ શકે છે.
- (vi) અંતે, કુલંબના નિયમમાં રહેલા અંતરના વ્યસ્ત વર્ગના નિયમ પર ગોસનો નિયમ આધારિત છે. જો ગોસના નિયમનું ખંડન થતું હોય તો તે વ્યસ્ત વર્ગના નિયમથી કંઈક જુદું પડવાનું સૂચવે છે.

**ઉદાહરણ 1.11** આકૃતિ 1.27માં વિદ્યુતક્ષેત્રના ઘટકો  $E_x = \alpha x^{1/2}$ ,  $E_y = E_z = 0$  છે. જ્યાં,  $\alpha = 800 \text{ N/C m}^{1/2}$  (a) ઘનમાંથી ફ્લક્સ અને (b) ઘનની અંદરના વિદ્યુતભારની ગણતરી કરો.  $a = 0.1 \text{ m}$  ધારો.



આકૃતિ 1.27

ઉકેલ

- (a) વિદ્યુતક્ષેત્રને માત્ર  $x$  ઘટક હોવાથી,  $x$ -દિશાને લંબ બાજુઓ માટે  $\mathbf{E}$  અને  $\Delta\mathbf{S}$  સદિશો વચ્ચેનો કોણ  $\pm\pi/2$  છે. આથી, છાયાંકિત કરેલ બે બાજુઓ સિવાયની દરેક બાજુ માટે  $\phi = \mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{S}$  અલગ અલગથી શૂન્ય બનશે. ડાબી તરફની બાજુ આગળ વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન

$$E_L = \alpha x^{1/2} = \alpha a^{1/2}$$

(ડાબી સપાટી આગળ  $x = a$ )

જમણી તરફની સપાટી આગળ વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન

$$E_R = \alpha x^{1/2} = \alpha (2a)^{1/2}$$

(જમણી સપાટી આગળ  $x = 2a$ )

અનુરૂપ ફ્લક્સ આ પ્રમાણે છે :

$$\phi_L = \mathbf{E}_L \cdot \Delta\mathbf{S} = \Delta\mathbf{S} \mathbf{E}_L \cdot \hat{\mathbf{n}}_L = E_L \Delta S \cos\theta = -E_L \Delta S, \text{ કારણ કે } \theta = 180^\circ$$

$$\phi_L = -E_L a^2$$

$$\phi_R = \mathbf{E}_R \cdot \Delta\mathbf{S} = E_R \Delta S \cos\theta = E_R \Delta S, \text{ કારણ કે } \theta = 0^\circ$$

$$= E_R a^2$$

$$\begin{aligned} \text{ઘનમાંથી કુલ ફ્લક્સ} \\ &= \phi_R + \phi_L = E_R a^2 - E_L a^2 = a^2 (E_R - E_L) = \alpha a^2 [(2a)^{1/2} - a^{1/2}] \\ &= \alpha a^{5/2} (\sqrt{2} - 1) \\ &= 800(0.1)^{5/2} (\sqrt{2} - 1) \\ &= 1.05 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-1} \end{aligned}$$

- (b) ઘનની અંદરનો વિદ્યુતભાર શોધવા માટે આપણે ગૌસના નિયમનો ઉપયોગ કરી શકીએ. આમ, આપણને
- $$\phi = q/\epsilon_0 \text{ પરથી } q = \phi \epsilon_0 \text{ મળે. તેથી,}$$
- $$q = 1.05 \times 8.854 \times 10^{-12} \text{ C} = 9.27 \times 10^{-12} \text{ C}$$

**ઉદાહરણ 1.12** એક વિદ્યુતક્ષેત્ર ઘન  $x$  માટે ઘન  $x$ -દિશામાં અને સમાન છે તેમજ ઋણ  $x$  માટે તેટલા જ મૂલ્યનું સમાન અને ઋણ  $x$ -દિશામાં છે.  $x > 0$  માટે  $\mathbf{E} = 200 \hat{i} \text{ N/C}$  અને  $x < 0$  માટે  $\mathbf{E} = -200 \hat{i} \text{ N/C}$  આપેલ છે. 20 cm લંબાઈ અને 5 cm ત્રિજ્યાના નળાકારનું કેન્દ્ર ઉગમબિંદુ પર અને અક્ષ  $x$ -દિશામાં છે, જેથી એક સપાટી  $x = +10 \text{ cm}$  અને બીજી  $x = -10 \text{ cm}$  આગળ છે (આકૃતિ 1.28). (a) દરેક સપાટ બાજુઓમાંથી બહાર આવતું કુલ ફ્લક્સ કેટલું છે? (b) નળાકારની વક્ર બાજુમાંથી ફ્લક્સ કેટલું છે? (c) નળાકારમાંથી બહાર આવતું કુલ ફ્લક્સ કેટલું છે? (d) નળાકારની અંદર કુલ વિદ્યુતભાર કેટલો છે?

**ઉકેલ**

- (a) આકૃતિ પરથી આપણે જોઈ શકીએ કે ડાબી સપાટી પર  $\mathbf{E}$  અને  $\Delta \mathbf{S}$  સમાંતર છે. તેથી બહાર તરફનું ફ્લક્સ

$$\begin{aligned} \phi_L &= \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{S} = -200 \hat{i} \cdot \Delta \mathbf{S} \\ &= +200 \Delta S, \text{ કારણ કે } \hat{i} \cdot \Delta \mathbf{S} = -\Delta S \\ &= +200 \times \pi (0.05)^2 = +1.57 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-1} \end{aligned}$$

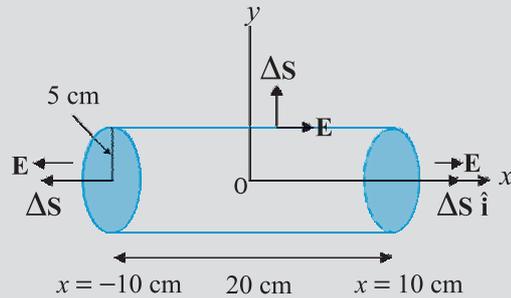
જમણી સપાટી પર  $\mathbf{E}$  અને  $\Delta \mathbf{S}$  સમાંતર છે અને તેથી

$$\phi_R = \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{S} = +1.57 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-1}$$

- (b) નળાકારની બાજુ પરના કોઈ પણ બિંદુ માટે  $\mathbf{E}$ ,  $\Delta \mathbf{S}$ ને લંબ છે અને તેથી  $\mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{S} = 0$ . તેથી નળાકારની વક્ર બાજુમાંથી ફ્લક્સ શૂન્ય છે.

- (c) નળાકારમાંથી કુલ બહાર તરફનું ફ્લક્સ

$$\phi = 1.57 + 1.57 + 0 = 3.14 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-1}$$



આકૃતિ 1.28

- (d) નળાકારની અંદરનો કુલ વિદ્યુતભાર ગૌસના નિયમ પરથી મેળવી શકાય છે.

$$\begin{aligned} q &= \epsilon_0 \phi \\ &= 8.854 \times 3.14 \times 10^{-12} \text{ C} \\ &= 2.78 \times 10^{-11} \text{ C} \end{aligned}$$

### 1.15 ગૌસના નિયમના ઉપયોગો (APPLICATIONS OF GAUSS'S LAW)

ઉપર જોયું તેમ વ્યાપક વિદ્યુતભાર વિતરણને લીધે ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર સમીકરણ (1.27) પરથી મળે છે. વ્યવહારમાં, કેટલાક ખાસ કિસ્સાઓ સિવાય સમીકરણમાં આવતો સરવાળો (કે સંકલન) અવકાશમાં

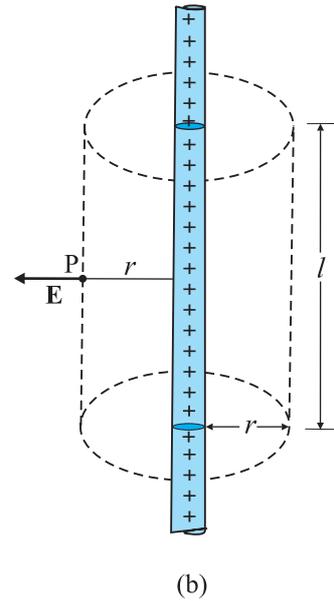
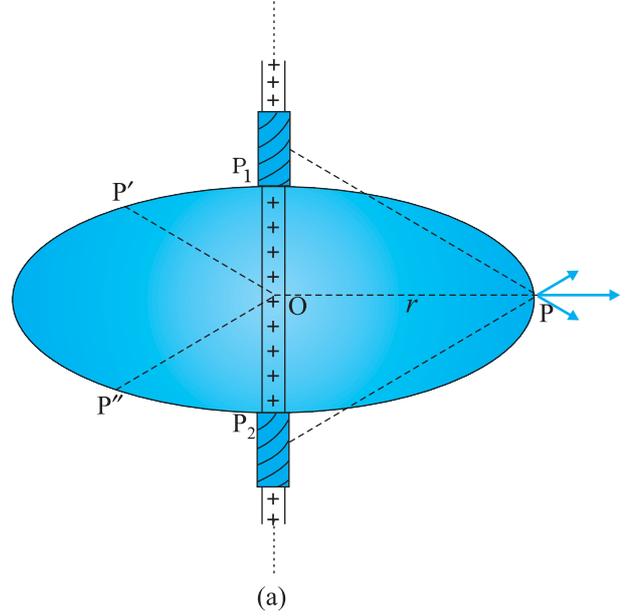
દરેક બિંદુએ ક્ષેત્ર મેળવવા માટે કરી શકાતો નથી. આમ છતાં, કેટલાક સંમિત (Symmetric) વિદ્યુતભાર વિતરણ માટે, ગૌસના નિયમની મદદથી વિદ્યુતક્ષેત્ર મેળવવાનું શક્ય છે. આ બાબત કેટલાક ઉદાહરણ દ્વારા સારી રીતે સમજી શકાય છે.

#### 1.15.1 અનંત લંબાઈના, સીધા, સમાન રીતે વિદ્યુતભારિત તારને લીધે ક્ષેત્ર (Field Due to an Infinitely Long Straight Uniformly Charged Wire)

સમાન રેખીય વિદ્યુતભાર ઘનતા  $\lambda$  ધરાવતા એક અનંત લંબાઈના પાતળા સીધા તારનો વિચાર કરો. સ્વાભાવિક રીતે જ તાર સંમિતિની અક્ષ છે. ધારો કે આપણે Oથી Pનો ત્રિજ્યા સદિશ લઈ તેને તારની આસપાસ ઘૂમાવીએ છીએ. આ રીતે મળતાં બિંદુઓ P, P', P'', વિદ્યુતભારિત તારની સાપેક્ષે સમતુલ્ય છે. આનો અર્થ એ કે આ બિંદુઓએ વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન સમાન છે. દરેક બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા ત્રિજ્યાવર્તી ( $\lambda > 0$  માટે બહારની તરફ,  $\lambda < 0$  માટે અંદરની તરફ) હશે. આકૃતિ 1.29 પરથી આ સ્પષ્ટ છે.

તાર પર આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ રેખાખંડો P<sub>1</sub> અને P<sub>2</sub>ની જોડનો વિચાર કરો. આ જોડના બંને ઘટકો વડે ઉદ્ભવતાં ક્ષેત્રોનો સરવાળો કરીએ તો પરિણામી ક્ષેત્ર ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં મળે છે. (ત્રિજ્યા સદિશને લંબ દિશામાંના ઘટકો નાબૂદ થશે.) આ બાબત આવી કોઈ પણ જોડ માટે સત્ય છે તેથી P આગળનું ક્ષેત્ર ત્રિજ્યાવર્તી છે. અંતે, તાર અનંત લંબાઈનો હોવાથી વિદ્યુતક્ષેત્ર તારની લંબાઈ પર Pના સ્થાન પર આધારિત નથી. ટૂંકમાં, વિદ્યુતક્ષેત્ર તારને લંબરૂપે છેદતા સમતલમાં ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં છે અને તેનું માન ફક્ત ત્રિજ્યાવર્તી અંતર r પર આધારિત છે.

ક્ષેત્રની ગણતરી કરવા માટે આકૃતિ 1.29(b)માં દર્શાવ્યા મુજબ એક નળાકાર ગૌસિયન સપાટી કલ્પો. દરેક બિંદુએ ક્ષેત્ર ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં હોવાથી, નળાકાર ગૌસિયન સપાટીના બે છેડાઓમાંથી ફ્લક્સ શૂન્ય છે. નળાકારની વક્રસપાટીએ E દરેક બિંદુએ લંબ છે અને તેનું મૂલ્ય સમાન છે, કારણ કે તે ફક્ત r પર આધારિત છે. વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ  $2\pi r l$  છે, જ્યાં l નળાકારની લંબાઈ છે.



આકૃતિ 1.29 (a) અનંત લંબાઈના, પાતળા, સીધા તારને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર ત્રિજ્યાવર્તી છે (b) લાંબા, પાતળા, સમાન રેખીય વિદ્યુતભાર ઘનતા ધરાવતા તાર માટે ગૌસિયન સપાટી

ગૌસિયન સપાટીમાંથી ફ્લક્સ

$$= \text{નળાકારની વક્રસપાટીમાંથી ફ્લક્સ}$$

$$= E \times 2\pi r l$$

આ સપાટી વડે ઘેરાયેલો વિદ્યુતભાર  $\lambda l$  છે. આથી ગૌસના નિયમ મુજબ

$$E \times 2\pi r l = \lambda l / \epsilon_0$$

$$\text{એટલે કે } E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

અને કોઈ પણ બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર સદિશ સ્વરૂપમાં

$$\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{\mathbf{n}} \quad (1.32)$$

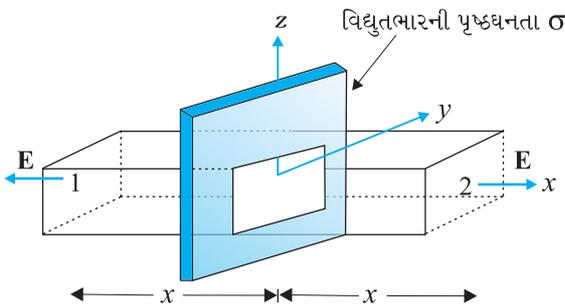
પરથી મળે છે. જ્યાં,  $\hat{\mathbf{n}}$  એ તે બિંદુમાંથી પસાર થતા અને તારને લંબ એવા સમતલમાંનો ત્રિજ્યાવર્તી એકમ સદિશ છે. જો  $\lambda$  ધન હોય તો  $\mathbf{E}$ ની દિશા બહાર તરફની છે અને જો  $\lambda$  ઋણ હોય તો  $\mathbf{E}$ ની દિશા અંદર તરફની છે.

એ નોંધો કે, જ્યારે આપણે સદિશ  $\mathbf{A}$ ને અદિશ ગુણ્યા એકમ સદિશ એટલે કે  $\mathbf{A} = A \hat{\mathbf{a}}$  તરીકે લખીએ છીએ ત્યારે અદિશ  $A$  એ ભૌજિક સંખ્યા છે. તે ધન કે ઋણ હોઈ શકે છે. જો  $A > 0$  હશે તો  $\mathbf{A}$ ની દિશા, એકમ સદિશની દિશામાં હશે અને જો  $A < 0$  હશે તો  $\mathbf{A}$ ની દિશા એકમ સદિશની દિશાથી વિરુદ્ધ હશે. જ્યારે આપણે અ-ઋણ (non-negative) સંખ્યાનો જ ઉલ્લેખ કરવો હોય ત્યારે આપણે પ્રતિક  $|\mathbf{A}|$ નો ઉપયોગ કરીશું અને તેને  $\mathbf{A}$ નો માનાંક કહીશું. આમ,  $|\mathbf{A}| \geq 0$ .

એ પણ નોંધો કે સપાટી વડે ઘેરાયેલો વિદ્યુતભાર જ ઉપરના સૂત્રોમાં સમાવિષ્ટ હોવા છતાં વિદ્યુતક્ષેત્ર સમગ્ર તાર પરના વિદ્યુતભારને લીધે છે. ઉપરાંત, તાર અનંત લંબાઈનો હોવાની ધારણા પણ અત્યંત મહત્વની (નિર્ણાયક) છે. આ ધારણા વિના આપણે વિદ્યુતક્ષેત્રને ગૌસિયન સપાટીના વક્ર ભાગે લંબ લઈ શકીએ નહિ. આમ છતાં, સમીકરણ (1.32), લાંબા તારના મધ્યભાગની આસપાસના - જ્યાં છેડાઓની અસરો અવગણી શકાય છે - ત્યાંના - વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે સંનિકટ રીતે સત્ય છે,

### 1.15.2 સમાન રીતે વિદ્યુતભારિત અનંત સમતલ વડે ક્ષેત્ર (Field Due to a Uniformly Charged Infinite Plane Sheet)

સમાન રીતે વિદ્યુતભારિત એવા અનંત સમતલ પર ધારો કે વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠઘનતા  $\sigma$  છે (આકૃતિ 1.30). આપણે આપેલા સમતલને લંબરૂપે  $x$ -અક્ષ લઈએ. સંમિતિ પરથી કહી શકાય કે વિદ્યુતક્ષેત્ર  $y$  અને  $z$  યામો પર આધારિત નથી અને દરેક બિંદુએ તેની દિશા  $x$ -દિશાને સમાંતર હોવી જ જોઈએ.



આકૃતિ 1.30 સમાન રીતે વિદ્યુતભારિત અનંત સમતલ માટે ગૌસિયન સપાટી

ગૌસિયન સપાટી તરીકે આપણે આડછેદનું ક્ષેત્રફળ  $A$  ધરાવતો લંબ સમાંતરબાજુ ચતુષ્ફલક (લંબ ઘન) લઈ શકીએ. (નળાકાર સપાટી પણ ચાલી શકે.) આકૃતિ પરથી જોઈ શકાય છે કે ફક્ત બે બાજુઓ 1 અને 2 વડે જ ફ્લક્સ મળી શકશે. બીજી સપાટીઓ વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓને સમાંતર છે તેથી તેઓ ફ્લક્સમાં કોઈ ફાળો આપશે નહિ.

સપાટી 1ને લંબ એકમ સદિશ  $-x$  દિશામાં છે જ્યારે સપાટી 2ને લંબ એકમ સદિશ  $+x$  દિશામાં છે. આથી, બંને સપાટીઓમાંથી ફ્લક્સ  $\mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{S}$  સમાન છે અને તેમનો સરવાળો થશે. તેથી ગૌસિયન સપાટીમાંથી કુલ (Net) ફ્લક્સ  $2EA$  છે. બંધ સપાટી વડે ઘેરાતો વિદ્યુતભાર  $\sigma A$  છે. તેથી ગૌસના નિયમ મુજબ,

$$2EA = \sigma A / \epsilon_0$$

$$\text{અથવા } E = \sigma / 2\epsilon_0$$

સદિશ રૂપમાં,

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{n} \quad (1.33)$$

જ્યાં,  $\hat{n}$  સમતલને લંબ અને સમતલથી દૂર તરફ જતો એકમ સદિશ છે.

જો  $\sigma$  ધન હોય તો  $\mathbf{E}$ ની દિશા સમતલથી દૂર તરફ અને  $\sigma$  ઋણ હોય તો  $\mathbf{E}$ ની દિશા સમતલ તરફ હોય છે. ઉપરની ચર્ચામાં ગોસના નિયમના ઉપયોગથી એક વધારાની હકીકત બહાર આવે છે કે  $E$ ,  $x$  પર પણ આધારિત નથી.

એક મોટા સીમિત સમતલ માટે, સમતલના છેડાઓથી દૂર એટલે કે સમતલના મધ્યભાગમાં સમીકરણ (1.33) સંન્નિકટ રીતે સાચું છે.

### 1.15.3 સમાન રીતે વિદ્યુતભારિત પાતળી ગોળાકાર કવચને લીધે ક્ષેત્ર (Field Due to a Uniformly Charged Thin Spherical Shell)

ધારો કે,  $R$  ત્રિજ્યાની પાતળી ગોળાકાર કવચ (આકૃતિ 1.31) પર વિદ્યુતભારની સમાન પૃષ્ઠઘનતા  $\sigma$  છે. અહીં, સ્વાભાવિક રીતે જ ગોળીય સંમિતિ જણાય છે. અંદરના કે બહારના કોઈ પણ બિંદુ  $P$  આગળ વિદ્યુતક્ષેત્ર માત્ર  $r$  (કવચના કેન્દ્રથી તે બિંદુ સુધીના ત્રિજ્યાવર્તી અંતર) પર જ આધાર રાખી શકે અને તે ત્રિજ્યાવર્તી (એટલે કે ત્રિજ્યા સદિશ પર જ) હોવું જોઈએ.

(i) કવચની બહારના બિંદુએ ક્ષેત્ર : કવચની બહારના અને ત્રિજ્યા સદિશ  $\mathbf{r}$  ધરાવતા બિંદુ  $P$ નો વિચાર કરો.  $P$  આગળનું વિદ્યુતક્ષેત્ર શોધવા માટે,  $r$  ત્રિજ્યાના અને  $P$ માંથી પસાર થતા ગોળાને આપણે ગોસિયન સપાટી તરીકે લઈશું. આપેલા વિદ્યુતભાર વિતરણની સાપેક્ષે આ ગોળા પરના બધા બિંદુઓ સમતુલ્ય છે. (ગોળીય સંમિતિનો આ જ અર્થ છે.) આથી ગોસિયન સપાટી પરના દરેક બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$ નું માન સમાન છે અને દરેક બિંદુએ ત્રિજ્યા સદિશ પર છે. આમ,  $\mathbf{E}$  અને  $\Delta S$  દરેક બિંદુએ સમાંતર છે અને તેથી દરેક નાના ખંડ માટે ફ્લક્સ  $E\Delta S$  છે. બધાં  $\Delta S$  માટે સરવાળો કરતાં ગોસિયન સપાટીમાંથી ફ્લક્સ  $E \times 4\pi r^2$  છે. આ સપાટી વડે ઘેરાયેલો વિદ્યુતભાર  $\sigma \times 4\pi R^2$  છે. ગોસના નિયમ પરથી,

$$E \times 4\pi r^2 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} 4\pi R^2$$

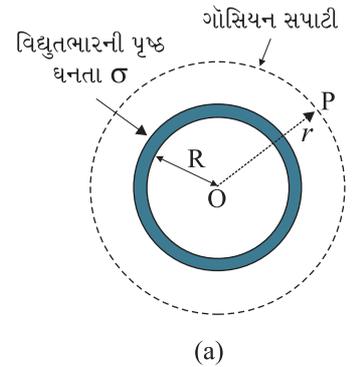
$$\text{અથવા } E = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

જ્યાં  $q = 4\pi R^2 \sigma$  ગોળાકાર કવચ પરનો કુલ વિદ્યુતભાર છે.

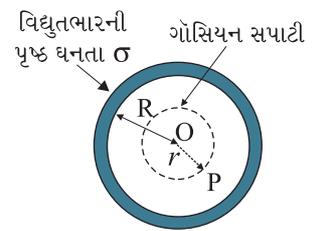
$$\text{સદિશ સ્વરૂપે, } \mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad (1.34)$$

જો  $q > 0$  હોય તો વિદ્યુતક્ષેત્ર બહાર તરફની દિશામાં અને જો  $q < 0$  હોય તો વિદ્યુતક્ષેત્ર અંદર તરફની દિશામાં છે. જો કે, આ ક્ષેત્ર વિદ્યુતભાર  $q$ ને કેન્દ્ર  $O$  પર મૂકવાથી મળતા વિદ્યુતક્ષેત્ર જેટલું જ છે. આમ, કવચની બહારના બિંદુઓ માટે સમાન રીતે વિદ્યુતભારિત કવચને લીધે મળતું ક્ષેત્ર, જાણે કે કવચનો સમગ્ર વિદ્યુતભાર તેના કેન્દ્ર પર કેન્દ્રિત થયેલો હોય ત્યારે મળતા ક્ષેત્ર જેટલું છે.

(ii) કવચની અંદર ક્ષેત્ર : આકૃતિ 1.31(b)માં બિંદુ  $P$  કવચની અંદર છે. અહીં ફરીથી ગોસિયન સપાટી,  $O$  કેન્દ્ર ધરાવતો અને  $P$ માંથી પસાર થતો ગોળો છે. ગોસિયન સપાટીમાંથી ફ્લક્સ,



(a)



(b)

આકૃતિ 1.31 (a)  $r > R$   
(b)  $r < R$ , બિંદુઓ માટે  
ગોસિયન સપાટીઓ

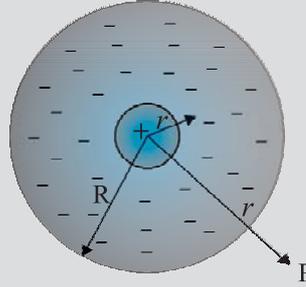
આગળ ગણતરી કરી તે મુજબ  $E \times 4\pi r^2$  છે. પરંતુ આ કિસ્સામાં ગોસિયન સપાટી વડે કોઈ વિદ્યુતભાર ઘેરાતો નથી. આથી, ગોસના નિયમ મુજબ

$$E \times 4\pi r^2 = 0$$

$$\text{એટલે કે } E = 0 \quad (r < R) \quad (1.35)$$

આમ, સમાન રીતે વિદ્યુતભારિત પાતળી ગોળાકાર કવચને લીધે કવચની અંદરના\* બધા બિંદુઓએ વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય છે. આ અગત્યનું પરિણામ કુલંબના નિયમ પરથી મળેલા ગોસના નિયમ પરથી સીધું મળે છે. આ પરિણામની પ્રાયોગિક ચકાસણી કુલંબના નિયમમાંના  $1/r^2$  અવલંબનને સમર્થન આપે છે.

**ઉદાહરણ 1.13** પરમાણુ માટેના પ્રારંભિક મોડેલમાં,  $Ze$  વિદ્યુતભાર ધરાવતું ધન વિદ્યુતભારિત બિંદુવત્ ન્યુક્લિયસ તેની આસપાસ  $R$  ત્રિજ્યા સુધી નિયમિત ઘનતાના ઋણ વિદ્યુતભાર વડે ઘેરાયેલું છે. સમગ્રપણે પરમાણુ તટસ્થ છે. આ મોડેલ માટે ન્યુક્લિયસથી  $r$  અંતરે વિદ્યુતક્ષેત્ર કેટલું હશે ?



આકૃતિ 1.32

ઉકેલ આ મોડેલ માટે વિદ્યુતભાર વિતરણ આકૃતિ 1.32માં દર્શાવ્યા મુજબનું છે. નિયમિત ગોળાકાર વિદ્યુતભાર વિતરણમાં કુલ વિદ્યુતભાર  $-Ze$  હોવો જોઈએ, કારણ કે પરમાણુ ( $Ze$  વિદ્યુતભારનું ન્યુક્લિયસ + ઋણ વિદ્યુતભાર) તટસ્થ છે. આ પરથી ઋણ વિદ્યુતભાર ઘનતા  $\rho$  મળી શકે કારણ કે,

$$\frac{4\pi R^3}{3} \rho = 0 - Ze \text{ થવું જોઈએ.}$$

$$\text{અથવા } \rho = -\frac{3Ze}{4\pi R^3}$$

ન્યુક્લિયસથી  $r$  અંતરે રહેલા  $P$  બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  શોધવા માટે, આપણે ગોસના નિયમનો ઉપયોગ કરીએ.  $\mathbf{r}$ ની દિશા ગમે તે હોય તો પણ વિદ્યુતભાર વિતરણની ગોળીય સંમિતિને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ નું માન માત્ર ત્રિજ્યાવર્તી અંતર  $r$  પર આધારિત છે. તેની દિશા ઉદ્ગમથી  $P$  તરફના ત્રિજ્યા સદિશ  $\mathbf{r}$ ની દિશામાં (અથવા તેની વિરુદ્ધ દિશામાં) છે. સ્વાભાવિક રીતે ગોસિયન સપાટી કેન્દ્ર તરીકે ન્યુક્લિયસની આસપાસ ગોળાકાર સપાટી છે. આપણે બે પરિસ્થિતિઓનો વિચાર કરીએ,  $r < R$  અને  $r > R$ .

(i)  $r < R$ : ગોળાકાર સપાટીનું વિદ્યુત ફ્લક્સ

$$\phi = E(r) \times 4\pi r^2$$

જ્યાં  $E(r)$  એ  $r$  આગળના વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન છે. આનું કારણ એ છે કે ગોળાકાર ગોસિયન

\* આને ધોરણ XI, ભૌતિકવિજ્ઞાન પાઠ્યપુસ્તકમાં પરિચ્છેદ 8.5માં ચર્ચેલ સમાન દળ કવચ સાથે સરખાવો.

સપાટી પરના કોઈ પણ બિંદુએ ક્ષેત્રની દિશા સપાટીને લંબની દિશામાં છે અને સપાટી પરના બધાં બિંદુએ સમાન મૂલ્ય ધરાવે છે. ગૌસિયન સપાટી વડે ઘેરાયેલો વિદ્યુતભાર  $q$ , ન્યુક્લિયસનો ધન વિદ્યુતભાર અને  $r$  ત્રિજ્યાની અંદરનો ઋણ વિદ્યુતભાર છે.

$$\text{એટલે કે, } q = Ze + \frac{4\pi r^3}{3} \rho$$

અગાઉ મેળવેલ વિદ્યુતભાર ઘનતા  $\rho$ ને અવેજ કરતાં,

$$q = Ze - Ze \frac{r^3}{R^3}$$

આ પરથી ગૌસના નિયમ મુજબ,

$$E(r) = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r^2} - \frac{r}{R^3} \right) : r < R$$

વિદ્યુતક્ષેત્ર ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં બહારની તરફ છે.

(ii)  $r > R$  : આ કિસ્સામાં ગૌસિયન સપાટી વડે ઘેરાયેલો કુલ વિદ્યુતભાર શૂન્ય છે, કારણ કે પરમાણુ તટસ્થ છે. આમ, ગૌસના નિયમ પરથી

$$E(r) \times 4\pi r^2 = 0 \text{ અથવા } E(r) = 0; r > R \text{ માટે.}$$

$r = R$  માટે બંને કિસ્સા એકસમાન પરિણામ આપે છે :  $E = 0$

### સંમિતિ સંક્રિયાઓ વિષે

ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં, આપણે ઘણીવાર વિવિધ સંમિતિઓ ધરાવતા તંત્રો સાથે કામ કરવાનું આવે છે. આવી સંમિતિઓનો વિચાર કરવાથી આપણને બીજી રીતો કરતાં બહુ ઝડપથી સીધી ગણતરી દ્વારા પરિણામ મળે છે. ઉદાહરણ તરીકે (વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા  $\sigma$  ધરાવતા)  $y$ - $z$  સમતલને સમાંતર વિદ્યુતભારના એક અનંત સમતલનો વિચાર કરો. (a) જો તંત્રને ગમે તે દિશામાં  $y$ - $z$  સમતલને સમાંતર સ્થાનાંતરિત કરવામાં આવે (b)  $x$ -અક્ષની આસપાસ અમુક કોણે ભ્રમણ આપવામાં આવે, તો તંત્રમાં કોઈ ફેર પડતો નથી. આવી સંમિતિ સંક્રિયા હેઠળ તંત્ર અફર રહેતું હોવાથી તેના ગુણધર્મો પણ અફર રહે છે. ખાસ કરીને આ ઉદાહરણમાં, વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E$  અફર રહેવું જોઈએ.

$y$ -અક્ષની દિશામાં સ્થાનાંતર સંમિતિ એમ દર્શાવે છે કે  $(0, y_1, 0)$  અને  $(0, y_2, 0)$  આગળનાં વિદ્યુતક્ષેત્રો સમાન જ હોવાં જોઈએ. તેવી જ રીતે  $z$ -અક્ષની દિશામાં સ્થાનાંતર સંમિતિ દર્શાવે છે કે બે બિંદુઓ  $(0, 0, z_1)$  અને  $(0, 0, z_2)$  આગળ વિદ્યુતક્ષેત્રો સમાન જ હોવાં જોઈએ.  $x$ -અક્ષની આસપાસની ચક્રિય સંમિતિ પરથી આપણે એવો નિષ્કર્ષ તારવી શકીએ કે  $E$ ,  $y$ - $z$  સમતલને લંબ હોવું જોઈએ, એટલે કે, તે  $x$ -દિશાને સમાંતર હોવું જોઈએ.

હવે તમે એવી સંમિતિ અંગે વિચાર કરવાનો પ્રયત્ન કરો કે જે એમ દર્શાવતી હોય કે વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન  $x$ -યામથી સ્વતંત્ર અને અચળ છે. આમ એવું પરિણામ મળે છે કે સમાન રીતે વિદ્યુતભારિત અનંત સમતલને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર, અવકાશમાં બધા બિંદુઓ આગળ એકસમાન છે. જો કે સમતલની વિરૂદ્ધ બાજુઓ પર તેમની દિશાઓ એકબીજાથી વિરૂદ્ધ છે.

કુલંબના નિયમ પરથી સીધી ગણતરી દ્વારા આ પરિણામ પર આવવા માટે જે પ્રયત્નોની જરૂર પડી તેને આની સાથે સરખાવો.

### સારાંશ

1. વિદ્યુત અને ચુંબકીય બળો પરમાણુઓના, અણુઓના અને સ્થૂળ દ્રવ્યના ગુણધર્મો નક્કી કરે છે.
2. ઘર્ષણ વિદ્યુતના સાદા પ્રયોગો પરથી એવો નિષ્કર્ષ મળે છે કે કુદરતમાં બે પ્રકારના વિદ્યુતભારો છે અને સજાતિય વિદ્યુતભારો એકબીજાને અપાકર્ષે છે અને વિજાતિય વિદ્યુતભારો એકબીજાને આકર્ષે છે. પ્રણાલિકા મુજબ રેશમ સાથે ઘસેલા કાચના સળિયા પરનો વિદ્યુતભાર ધન છે અને ફર સાથે ઘસેલા પ્લાસ્ટીકના સળિયા પરનો વિદ્યુતભાર ઋણ છે.
3. સુવાહકો તેમનામાં થઈને વિદ્યુતભારોની ગતિ થવા દે છે પણ અવાહકો થવા દેતા નથી. ધાતુઓમાં ગતિશીલ વિદ્યુતભારો મુક્ત ઇલેક્ટ્રોન છે, વિદ્યુત દ્રાવણમાં ધન અને ઋણ બંને પ્રકારના આયનો ગતિશીલ છે.
4. વિદ્યુતભારને ત્રણ મૂળભૂત ગુણધર્મો છે : ક્વોન્ટમીકરણ, સરવાળો (ઉમેરો) થઈ શકે છે, સંરક્ષણ થાય છે.

વિદ્યુતભારના ક્વોન્ટમીકરણનો અર્થ એ છે કે, પદાર્થનો કુલ વિદ્યુતભાર ( $q$ ), હંમેશા એક મૂળભૂત વિદ્યુતભાર જથ્થા ( $e$ )ના પૂર્ણાંક ગુણાંક જેટલો જ હોય છે. એટલે કે  $q = ne$ , જ્યાં  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$  પ્રોટોન અને ઇલેક્ટ્રોન પરના વિદ્યુતભારો અનુક્રમે  $+e, -e$  છે. સ્થૂળ વિદ્યુતભારો કે જેમના માટે  $n$  ખૂબ મોટી સંખ્યા છે તેમને માટે વિદ્યુતભારનું ક્વોન્ટમીકરણ અવગણી શકાય છે.

વિદ્યુતભારોનો સરવાળો થાય છે એનો અર્થ એ કે તંત્રનો કુલ વિદ્યુતભાર તંત્રમાંના બધા વ્યક્તિગત વિદ્યુતભારોના બૈજિક સરવાળા (એટલે કે યોગ્ય ચિહ્ન સાથેનો સરવાળો) જેટલો છે. વિદ્યુતભારોનું સંરક્ષણ થાય છે એનો અર્થ એ કે અલગ કરેલા તંત્રનો કુલ વિદ્યુતભાર સમય સાથે અફર રહે છે. આનો અર્થ એ કે જ્યારે પદાર્થોને ઘર્ષણથી વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે ત્યારે એક પદાર્થ પરથી વિદ્યુતભાર બીજા પદાર્થ પર સ્થાનાંતર પામે છે પણ વિદ્યુતભારનું સર્જન કે વિનાશ થતો નથી.

5. કુલંબનો નિયમ : બે વિદ્યુતભારો  $q_1$  અને  $q_2$  વચ્ચેનું પરસ્પર સ્થિતવિદ્યુત બળ,  $q_1q_2$  ગુણાકારના સમપ્રમાણમાં અને તેમની વચ્ચેના અંતર  $r_{21}$ ના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે. ગાણિતીક રીતે,

$$\mathbf{F}_{21} = q_2 \text{ પર } q_1 \text{ ને લીધે બળ} = \frac{k(q_1q_2)}{r_{21}^2} \hat{\mathbf{r}}_{21}$$

જ્યાં,  $\hat{\mathbf{r}}_{21}$  એ  $q_1$ થી  $q_2$ ની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે અને  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  સપ્રમાણતાનો અચળાંક છે.

SI એકમોમાં, વિદ્યુતભારનો એકમ coulomb છે. અચળાંક  $\epsilon_0$ નું પ્રાયોગિક મૂલ્ય

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ છે.}$$

$k$ નું સંન્નિકટ મૂલ્ય

$$k = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2} \text{ છે.}$$

6. પ્રોટોન અને ઇલેક્ટ્રોન વચ્ચે વિદ્યુતબળ અને ગુરુત્વબળનો ગુણોત્તર

$$\frac{k e^2}{G m_e m_p} \cong 2.4 \times 10^{39} \text{ છે.}$$

7. સંપાતપણાનો સિદ્ધાંત : આ સિદ્ધાંત એ ગુણધર્મ પર રચાયેલ છે કે બે વિદ્યુતભારો એકબીજા પર જે આકર્ષણ કે અપાકર્ષણનું બળ લગાડે તે કોઈ ત્રીજા (કે વધારે) વધારાના વિદ્યુતભારોની હાજરીથી અસર પામતું નથી.  $q_1, q_2, q_3, \dots$  વિદ્યુતભારોના સમૂહ માટે

કોઈ પણ વિદ્યુતભાર  $q_1$  પર લાગતું બળ,  $q_1$  પર  $q_2$  ને લીધે લાગતા બળ,  $q_1$  પર  $q_3$  ને લીધે લાગતા બળ... વગેરેના સદિશ સરવાળા જેટલું છે. દરેક જોડી માટે બળ, બે વિદ્યુતભારો માટેના અગાઉ જણાવેલા કુલંબના નિયમ પરથી મળે છે.

8. વિદ્યુતભાર સંરચનાને લીધે કોઈ બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$ , ત્યાં મૂકેલા નાના ધન પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર પર લાગતા બળ ભાગ્યા વિદ્યુતભારના માન જેટલું હોય છે. બિંદુવત્ વિદ્યુતભાર  $q$  ને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન  $|q| / 4\pi\epsilon_0 r^2$  છે. જો  $q$  ધન હોય તો તે  $q$  થી ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં બહાર તરફ અને જો  $q$  ઋણ હોય તો તે  $q$  થી ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં અંદર તરફ હોય છે. કુલંબ બળની જેમ વિદ્યુતક્ષેત્ર પણ સંપાતપણાના સિદ્ધાંતનું પાલન કરે છે.
9. વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખા એ એવો વક્ર છે કે જેના દરેક બિંદુએ દોરેલો સ્પર્શક, તે બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા આપે છે. ક્ષેત્ર રેખાઓની સાપેક્ષ ગીચતા જુદા જુદા બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્રની પ્રબળતાનો નિર્દેશ કરે છે. પ્રબળ ક્ષેત્રના વિસ્તારમાં તેઓ એકબીજાની નજીક ટોળે વળે છે અને જ્યાં ક્ષેત્ર નિર્બળ હોય ત્યાં એકબીજાથી છૂટી છૂટી હોય છે. અચળ વિદ્યુતક્ષેત્રના વિસ્તારમાં ક્ષેત્ર રેખાઓ સમાન અંતરે રહેલી સમાંતર સુરેખાઓ છે.
10. ક્ષેત્ર રેખાઓના કેટલાક અગત્યના ગુણધર્મો આ પ્રમાણે છે :
  - (i) ક્ષેત્ર રેખાઓ કોઈ પણ ભંગાણ વગર સતત વક્રો છે.
  - (ii) બે ક્ષેત્ર રેખાઓ એકબીજાને છેદતી નથી.
  - (iii) સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ ધન વિદ્યુતભારથી શરૂ થાય છે અને ઋણ વિદ્યુતભારમાં અંત પામે છે. તેઓ બંધ ગાળો રચી શકતી નથી.
11. વિદ્યુત ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી)એ એકબીજાથી  $2a$  અંતરે રહેલા બે સમાન અને વિરુદ્ધ વિદ્યુતભારો  $q$  અને  $-q$  ની જોડ છે. તેના ડાયપોલ ચાકમાત્રા સદિશ  $\mathbf{p}$  નું માન  $2qa$  છે અને તેની દિશા  $-q$  થી  $+q$  તરફ ડાયપોલ અક્ષની દિશામાં છે.
12. વિદ્યુત ડાયપોલ વડે તેના વિષુવરેખીય સમતલમાં (એટલે કે તેના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતા અને અક્ષને લંબ સમતલમાં) કેન્દ્રથી  $r$  અંતરે વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$\mathbf{E} = \frac{-P}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{(a^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$\cong \frac{-P}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad r \gg a \text{ માટે}$$

ડાયપોલને લીધે તેની અક્ષ પર કેન્દ્રથી  $r$  અંતરે વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$\mathbf{E} = \frac{2Pr}{4\pi\epsilon_0 (r^2 - a^2)^2}$$

$$\cong \frac{2P}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad r \gg a \text{ માટે}$$

બિંદુવત્ વિદ્યુતભારથી ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર  $1/r^2$  પર આધારિત છે તેનાથી અલગ આ ડાયપોલનું વિદ્યુતક્ષેત્ર  $1/r^3$  પર આધારિત છે તે નોંધો.

13. સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$  માં, ડાયપોલ વડે અનુભવાતું ટોર્ક  $\boldsymbol{\tau}$ ,

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$$

પરથી મળે છે, પણ તેના પર કુલ બળ શૂન્ય છે.

14. નાના ક્ષેત્રફળ ખંડ  $\Delta\mathbf{S}$  માંથી વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$  નું ફ્લક્સ

$$\Delta\phi = \mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{S}$$

પરથી મળે છે. સદિશ ક્ષેત્રફળ ખંડ  $\Delta\mathbf{S}$ ,

$$\Delta\mathbf{S} = \Delta S \hat{n}$$

છે. જ્યાં,  $\Delta S$  ક્ષેત્રફળ ખંડનું માન છે અને  $\hat{n}$  નાના  $\Delta S$  માટે સમતલ તરીકે ગણી શકાતા ક્ષેત્રફળ ખંડને લંબ છે. બંધ સપાટી માટેના ક્ષેત્રફળ ખંડ માટે  $\hat{n}$  ની દિશા, પ્રણાલિકા મુજબ, બહાર તરફના લંબની દિશા લેવાય છે.

15. ગૉસનો નિયમ : કોઈ પણ બંધ સપાટી Sમાંથી વિદ્યુતક્ષેત્રનું ફ્લક્સ,  $1/\epsilon_0$  ગુણ્યા S વડે ઘેરાતા વિદ્યુતભાર જેટલું છે. આ નિયમ ખાસ કરીને, જ્યારે ઉદ્ગમના વિતરણમાં સરળ સંમિતિ હોય ત્યારે વિદ્યુતક્ષેત્ર નક્કી કરવા માટે ઉપયોગી છે.

(i) પાતળા અનંત લંબાઈના સીધા તાર પર સમાન રેખીય વિદ્યુતભાર ઘનતા  $\lambda$  હોય, ત્યારે

$$\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{n}$$

જ્યાં,  $r$  તારથી તે બિંદુનું લંબ અંતર છે.  $\hat{n}$  તારને લંબ અને તે બિંદુમાંથી પસાર થતા સમતલમાંનો ત્રિજ્યાવર્તી એકમ સદિશ છે.

(ii) પાતળા અનંત વિસ્તારના સમતલ પર વિદ્યુતભારની સમાન પૃષ્ઠઘનતા  $\sigma$  હોય, ત્યારે

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{n}$$

જ્યાં,  $\hat{n}$  દરેક બાજુએ સમતલને બહારની તરફ લંબ એકમ સદિશ છે.

(iii) પાતળા ગોળાકાર કવચ પર વિદ્યુતભારની સમાન પૃષ્ઠઘનતા  $\sigma$  હોય, ત્યારે

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad (r \geq R)$$

$$\mathbf{E} = 0 \quad (r < R)$$

જ્યાં,  $r$  કવચના કેન્દ્રથી તે બિંદુનું અંતર અને  $R$  કવચની ત્રિજ્યા છે.  $q$  કવચ પરનો કુલ વિદ્યુતભાર છે :  $q = 4\pi R^2 \sigma$ . કવચની બહારના બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર, જાણે કવચનો બધો વિદ્યુતભાર તેના કેન્દ્ર પર કેન્દ્રિત થયો હોય તેમ ગણીને મળતા વિદ્યુતક્ષેત્ર જેટલું છે. સમાન વિદ્યુતભાર ઘનતા ધરાવતા નક્કર ગોળા માટે પણ તે સાચું છે. કવચની અંદરના બધા બિંદુઓએ વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય છે.

ભૌતિકરાશિ	પ્રતિક	પરિમાણ	એકમ	નોંધ
સદિશ ક્ષેત્રફળ ખંડ	$\Delta S$	$[L^2]$	$m^2$	$\Delta \mathbf{S} = \Delta S \hat{n}$
વિદ્યુતક્ષેત્ર	$\mathbf{E}$	$[MLT^{-3}A^{-1}]$	$V m^{-1}$	
વિદ્યુત ફ્લક્સ	$\phi$	$[ML^3T^{-3}A^{-1}]$	$V m$	$\Delta \phi = \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{S}$
ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી) ચાકમાત્રા	$\mathbf{p}$	$[LTA]$	$C m$	ઋણથી ધન વિદ્યુતભાર તરફનો સદિશ
વિદ્યુતભાર ઘનતા :				
રેખીય	$\lambda$	$[L^{-1} TA]$	$C m^{-1}$	વિદ્યુતભાર/લંબાઈ
પૃષ્ઠ	$\sigma$	$[L^{-2} TA]$	$C m^{-2}$	વિદ્યુતભાર/ક્ષેત્રફળ
કદ	$\rho$	$[L^{-3} TA]$	$C m^{-3}$	વિદ્યુતભાર/કદ

### ગહન વિચારણાના મુદ્દાઓ

1. તમને કદાચ નવાઈ લાગશે કે બંધા પ્રોટોન ધન વિદ્યુતભાર ધરાવતા હોવા છતાં ન્યુક્લિયસમાં ખીચોખીચ એકસાથે શા માટે રહેલાં છે ? તેઓ એકબીજાથી દૂર કેમ ભાગી જતા નથી ? તમે આગળ ઉપર શીખશો કે એક ત્રીજા પ્રકારનું મૂળભૂત બળ હોય છે જેને પ્રબળ બળ કહે છે, તે તેમને એકસાથે ભેગાં જકડી રાખે છે. આ બળ અંતરના જે વિસ્તારોમાં અસરકારક છે તે અત્યંત નાનું  $\sim 10^{-14} \text{m}$  છે અને ન્યુક્લિયસનું પરિમાણ પણ બરાબર આટલું જ છે. વળી ઈલેક્ટ્રોનને પ્રોટોનની ઉપર એટલે કે ન્યુક્લિયસની અંદર, ક્વોન્ટમ યંત્રશાસ્ત્રના નિયમોને લીધે બેસવા દેવામાં આવતા નથી. આ બાબત પરમાણુઓ કુદરતમાં જે બંધારણમાં અસ્તિત્વ ધરાવે છે તે દર્શાવે છે.
2. કુલંબ બળ અને ગુરુત્વ બળ એકસમાન વ્યસ્ત વર્ગનો નિયમ અનુસરે છે. પણ ગુરુત્વ બળને માત્ર એક જ ચિહ્ન (હંમેશા આકર્ષક) હોય છે, જ્યારે કુલંબ બળ બંને ચિહ્નો (આકર્ષી અને અપાકર્ષી)વાળું હોઈ શકે છે, આ કારણથી વિદ્યુતબળો એકબીજાને નાબૂદ કરી શકે છે. આ રીતે, ગુરુત્વાકર્ષણ ખૂબ નબળું બળ હોવા છતાં કુદરતમાં વર્ચસ્વ ધરાવનારું અને સર્વવ્યાપી હોઈ શકે છે.
3. જો વિદ્યુતભારનો એકમ કુલંબના નિયમ પરથી વ્યાખ્યાયિત કરવાનો હોય તો, કુલંબના નિયમમાં અચળાંક  $k$ , પસંદગીની બાબત છે. જો કે SI એકમોમાં, વિદ્યુતપ્રવાહ (A)ને તેની ચુંબકીય અસરો મારફતે (એમ્પિયરનો નિયમ) વ્યાખ્યાયિત કરાય છે અને વિદ્યુતભારનો એકમ માત્ર  $1 \text{ C} = 1 \text{ A s}$  તરીકે વ્યાખ્યાયિત થાય છે. આ કિસ્સામાં  $k$ નું મૂલ્ય યાદચ્છિક લઈ શકાય નહિ. તે લગભગ  $9 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$  છે.
4. વિદ્યુત અસરોની દૃષ્ટિએ  $k$ નું મોટું મૂલ્ય એટલે કે વિદ્યુતભારના એકમ (1C)નું મોટું માપ એ કારણથી જણાય છે કે (ઉપરના મુદ્દા-3માં જણાવ્યા મુજબ) વિદ્યુતભારનો એકમ ચુંબકીય બળો (વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત તારો વચ્ચે લાગતાં બળ)ના પદમાં વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે, આ ચુંબકીય બળો વિદ્યુતબળો કરતાં ઘણાં નબળાં હોય છે. આમ, ચુંબકીય અસરો માટે 1A એ વાજબી (Reasonable) માપનો એકમ છે, જ્યારે  $1 \text{ C} = 1 \text{ A s}$  એ વિદ્યુત અસરો માટે બહુ મોટો એકમ છે.
5. વિદ્યુતભારનો ઉમેરો થવાનો ગુણધર્મ એ ‘સ્વાભાવિક/સાહજિક’ ગુણધર્મ નથી. તે એ હકીકત સાથે સંબંધ ધરાવે છે કે વિદ્યુતભાર સાથે કોઈ દિશા સંકળાયેલ નથી. વિદ્યુતભાર અદિશ છે.
6. વિદ્યુતભાર માત્ર ભ્રમણગતિ હેઠળ અદિશ (અથવા અફર) જ નથી પણ તે નિર્દેશ ફેમની સાપેક્ષ ગતિમાં પણ અફર છે. દરેક અદિશ માટે આ હંમેશાં સાચું નથી હોતું. ઉદાહરણ તરીકે, ગતિઊર્જા ભ્રમણ ગતિ હેઠળ અફર અદિશ છે પણ સાપેક્ષ ગતિમાં રહેલ નિર્દેશ ફેમ માટે અફર નથી.
7. અલગ કરેલાં તંત્રના કુલ વિદ્યુતભારનું સંરક્ષણ એ ઉપર મુદ્દા-6માં નોંધેલ વિદ્યુતભારના અદિશ સ્વરૂપથી સ્વતંત્ર એવો ગુણધર્મ છે. સંરક્ષણ, આપેલ નિર્દેશ ફેમમાં સમય સાથેની અફરતાનો નિર્દેશ છે. કોઈક રાશિ અદિશ હોવા છતાં પણ સંરક્ષણ ન થતું હોય (ઉદાહરણ તરીકે અસ્થિતિ સ્થાપક સંઘાતમાં ગતિઊર્જા) એવું બની શકે છે. બીજી બાજુ, આપણને સંરક્ષણ પામતી સદિશ રાશિ (દા.ત., અલગ કરેલા તંત્રનું કોણીય વેગમાન) મળી શકે છે.
8. વિદ્યુતભારનું ક્વોન્ટમીકરણ એ કુદરતનો (ન સમજાવાયેલો) મૂળભૂત નિયમ છે, એ નોંધવું રસપ્રદ છે કે દળના ક્વોન્ટમીકરણ અંગે આવો કોઈ નિયમ નથી.
9. સંપાતપણાના સિદ્ધાંતને સાહજિક (સ્વાભાવિક) ગણી લેવો ન જોઈએ અથવા સદિશોના સરવાળાના નિયમ સાથે સરખાવવો ન જોઈએ. તે બે બાબતો જણાવે છે : એક વિદ્યુતભાર પર બીજા વિદ્યુતભારને લીધે લાગતું બળ, અન્ય વિદ્યુતભારોની હાજરીથી અસર પામતું નથી અને જ્યારે બે કરતાં વધુ જ વિદ્યુતભારો હોય ત્યારે કોઈ ત્રણ પદાર્થો માટેના કે ચાર પદાર્થો માટેના વગેરે જેવા વધારાના બળો ઉદ્ભવતાં નથી.



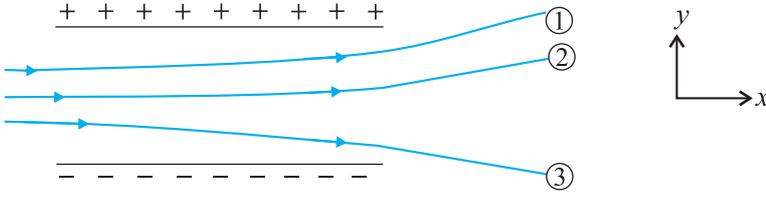
10. અલગ-અલગ (Discrete) વિદ્યુતભારોની સંરચનાને લીધે ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર તે વિદ્યુતભારોનાં સ્થાનોએ વ્યાખ્યાયિત થયેલ નથી. સતત વિદ્યુતભાર વિતરણ માટે તે વિતરણમાંના ગમે તે બિંદુએ વ્યાખ્યાયિત કરેલ છે. સપાટી પરના વિદ્યુતભાર વિતરણ માટે સપાટીને આરપાર વિદ્યુતક્ષેત્ર અસતત છે.
11. કુલ વિદ્યુતભાર શૂન્ય ધરાવતી વિદ્યુતભાર સંરચનાને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય નથી. પરંતુ સંરચનાના માપ (પરિમાણ)ની સરખામણીએ મોટા અંતરો માટે તેનું ક્ષેત્ર  $1/r^2$  કરતાં વધુ ઝડપથી ઘટતું જાય છે. એકલ વિદ્યુતભારનું ક્ષેત્ર તો  $1/r^2$  મુજબ ઘટતું જાય છે. વિદ્યુત ડાયપોલ આ હકીકતનું સૌથી સાદું ઉદાહરણ છે.

### સ્વાધ્યાય

- 1.1  $2 \times 10^{-7} \text{ C}$  અને  $3 \times 10^{-7} \text{ C}$  વિદ્યુતભાર ધરાવતા અને એકબીજાથી હવામાં 30 cm અંતરે રહેલા બે વિદ્યુતભારિત ગોળાઓ વચ્ચે કેટલું બળ લાગે ?
- 1.2  $0.4 \mu\text{C}$  વિદ્યુતભાર ધરાવતા એક નાના ગોળા પર બીજા  $-0.8 \mu\text{C}$  વિદ્યુતભાર ધરાવતા નાના ગોળા વડે હવામાં લાગતું સ્થિતવિદ્યુત બળ 0.2 N છે.
  - (a) બે વિદ્યુતભારો વચ્ચેનું અંતર કેટલું હશે ?
  - (b) બીજા ગોળા પર પ્રથમ ગોળાને લીધે લાગતું બળ કેટલું હશે ?
- 1.3  $ke^2/G m_e m_p$  ગુણોત્તર પરિમાણરહિત છે તેમ ચકાસો. ભૌતિક અચળાંકો ધરાવતા કોષ્ટકમાં જુઓ અને આ ગુણોત્તરનું મૂલ્ય શોધો. આ ગુણોત્તર શું સૂચવે છે ?
- 1.4 (a) ‘પદાર્થનો વિદ્યુતભાર ક્વોન્ટમિત (Quantised) થયેલો છે.’ – એ કથનનો અર્થ સમજાવો.
  - (b) સ્થૂળ એટલે કે મોટા માપક્રમ પર વિદ્યુતભારો સાથે કામ કરતી વખતે આપણે વિદ્યુતભારનું ક્વોન્ટમીકરણ શા માટે અવગણી શકીએ છીએ ?
- 1.5 જ્યારે કાયના સળિયાને રેશમી કાપડ સાથે ઘસવામાં આવે છે ત્યારે, વિદ્યુતભાર બંને પર દેખા દે છે. આવી ઘટના પદાર્થોની અન્ય જોડીઓ માટે પણ જણાય છે. વિદ્યુતભાર સંરક્ષણના નિયમ સાથે આ બાબત કેવી રીતે સુસંગત છે તે સમજાવો.
- 1.6 ચાર બિંદુવત્ વિદ્યુતભારો  $q_A = 2 \mu\text{C}$ ,  $q_B = -5 \mu\text{C}$ ,  $q_C = 2 \mu\text{C}$  અને  $q_D = -5 \mu\text{C}$ , એક 10 cmની બાજુવાળા ચોરસ ABCDના શિરોબિંદુઓ પર અનુક્રમે રહેલા છે. ચોરસના કેન્દ્ર પર મૂકેલા  $1 \mu\text{C}$  વિદ્યુતભાર પર લાગતું બળ શોધો.
  - 1.7 (a) સ્થિત વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખા એ સળંગ વક્ર છે. એટલે કે ક્ષેત્ર રેખાને અચાનક ભંગાણો (ગાબડાં, વિચ્છેદ) ન હોઈ શકે. આવું શા માટે ?
    - (b) બે ક્ષેત્ર રેખાઓ કોઈ બિંદુએ એકબીજાને શા માટે છેદતી નથી તે સમજાવો.
- 1.8 બે બિંદુવત્ વિદ્યુતભારો  $q_A = 3 \mu\text{C}$  અને  $q_B = -3 \mu\text{C}$  એકબીજાથી શૂન્યાવકાશમાં 20 cm દૂર રહેલા છે.
  - (a) બે વિદ્યુતભારોને જોડતી રેખાના મધ્યબિંદુ O આગળ વિદ્યુતક્ષેત્ર કેટલું હશે ?
  - (b) જો  $1.5 \times 10^{-9} \text{ C}$  માન ધરાવતો એક ઋણ પરિક્ષણ વિદ્યુતભાર આ બિંદુએ મૂકવામાં આવે તો તેના પર લાગતું બળ કેટલું હશે ?
- 1.9 એક તંત્રમાં બે વિદ્યુતભારો  $q_A = 2.5 \times 10^{-7} \text{ C}$  અને  $q_B = -2.5 \times 10^{-7} \text{ C}$  અનુક્રમે A : (0, 0, -15 cm) અને B : (0, 0, +15 cm) બિંદુઓએ રહેલા છે. તંત્રનો કુલ વિદ્યુતભાર અને વિદ્યુત ડાયપોલ ચાકમાત્રા શોધો.
- 1.10  $4 \times 10^{-9} \text{ C m}$ ની ડાયપોલ ચાકમાત્રા ધરાવતી એક વિદ્યુત ડાયપોલ  $5 \times 10^4 \text{ N C}^{-1}$ નું માન ધરાવતા સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર સાથે  $30^\circ$ ના કોણે રહેલી છે. આ ડાયપોલ પર લાગતા ટોર્કનું માન શોધો.
- 1.11 ઊન સાથે ઘસેલા એક પોલીથીન ટુકડા પર  $3 \times 10^{-7} \text{ C}$  ઋણ વિદ્યુતભાર છે.
  - (a) સ્થાનાંતરિત થયેલા ઈલેક્ટ્રોનની સંખ્યા શોધો. તેઓ શાના પરથી શાના પર સ્થાનાંતરિત થયા છે ?
  - (b) ઊનથી પોલીથીન તરફ દળનું સ્થાનાંતર થયેલ છે ?
- 1.12 (a) કૉપરના અલગ કરેલા બે ગોળાઓ A અને Bનાં કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર 50 cm છે. જો દરેક પરનો વિદ્યુતભાર  $6.5 \times 10^{-7} \text{ C}$  હોય તો તેમની વચ્ચે પરસ્પર લાગતું અપાકર્ષણનું બળ

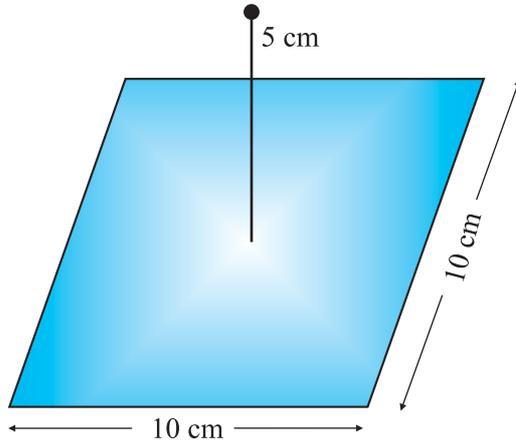
કેટલું હશે ? A અને B વચ્ચેના અંતરની સરખામણીએ તેમની ત્રિજ્યાઓ અવગણી શકાય તેવી છે.

- (b) જો આ દરેક ગોળા પરનો વિદ્યુતભાર બમણો કરવામાં આવે અને તેમની વચ્ચેનું અંતર અડધું કરવામાં આવે તો કેટલું અપાકર્ષણ બળ લાગશે ?
- 1.13** ધારોકે સ્વાધ્યાય 1.12માંના બંને ગોળાઓ એકસમાન માપના છે. ત્રીજો તેમના જેવો જ પણ વિદ્યુતભારરહિત ગોળો પ્રથમ ગોળા સાથે સંપર્કમાં લાવી ત્યારબાદ બીજા ગોળા સાથે સંપર્કમાં લાવી તે બંનેથી દૂર કરવામાં આવે છે. હવે A અને B વચ્ચેનું નવું અપાકર્ષણ બળ કેટલું હશે ?
- 1.14** આકૃતિ 1.33 સમાન વિદ્યુતક્ષેત્રમાં ત્રણ વિદ્યુતભારોનાં ગતિપથ દર્શાવે છે. ત્રણ વિદ્યુતભારોનાં ચિહ્ન આપો. કયા કણ માટે વિદ્યુતભાર અને દળનો ગુણોત્તર મહત્તમ હશે ?



આકૃતિ 1.33

- 1.15** એકસમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E = 3 \times 10^3 \hat{i}$  N/Cનો વિચાર કરો.
- (a)  $yz$  સમતલને સમાંતરે જેનું સમતલ હોય તેવા 10 cmની બાજુવાળા ચોરસમાંથી આ ક્ષેત્રનું ફ્લક્સ કેટલું હશે ?
- (b) જો આ જ ચોરસના સમતલને દોરેલો લંબ  $x$ -અક્ષ સાથે  $60^\circ$ નો કોણ બનાવે તો તેમાંથી ફ્લક્સ કેટલું હશે ?
- 1.16** 20 cmની બાજુવાળા એક ઘન કે જેની બાજુઓ યામ સમતલોને સમાંતર રાખેલ હોય તેમાંથી સ્વાધ્યાય 1.15માં દર્શાવેલ વિદ્યુતક્ષેત્રનું ફ્લક્સ કેટલું હશે ?
- 1.17** એક બ્લોક બોક્સની સપાટી આગળના વિદ્યુતક્ષેત્રની કાળજીપૂર્વકની માપણી દર્શાવે છે કે બોક્સની સપાટીમાંથી બહારની તરફનું કુલ ફ્લક્સ  $8.0 \times 10^3 \text{ Nm}^2/\text{C}$  છે.
- (a) બોક્સની અંદરનો કુલ વિદ્યુતભાર કેટલો હશે ?
- (b) જો બોક્સની સપાટીમાંથી બહારની તરફનું કુલ (Net) ફ્લક્સ શૂન્ય હોત તો તમે એવો નિષ્કર્ષ તારવી શક્યા હોત કે બોક્સમાં કોઈ વિદ્યુતભાર નથી ? આવું હોય તો કેમ અથવા ન હોય તો પણ કેમ ?
- 1.18** આકૃતિ 1.34માં દર્શાવ્યા મુજબ 10 cm બાજુવાળા એક ચોરસના કેન્દ્રથી બરાબર ઉપર 5 cm અંતરે  $+10 \mu\text{C}$  બિંદુવત્ વિદ્યુતભાર રહેલો છે. ચોરસમાંથી વિદ્યુત ફ્લક્સનું મૂલ્ય કેટલું હશે ? (સૂચન : ચોરસને 10 cmની ધારવાળા ઘનની એક બાજુ તરીકે વિચારો.)

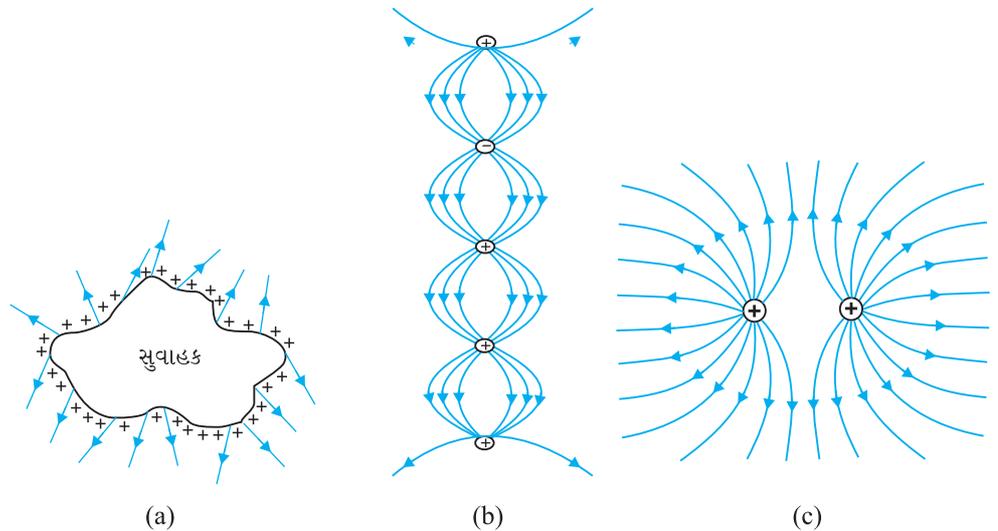


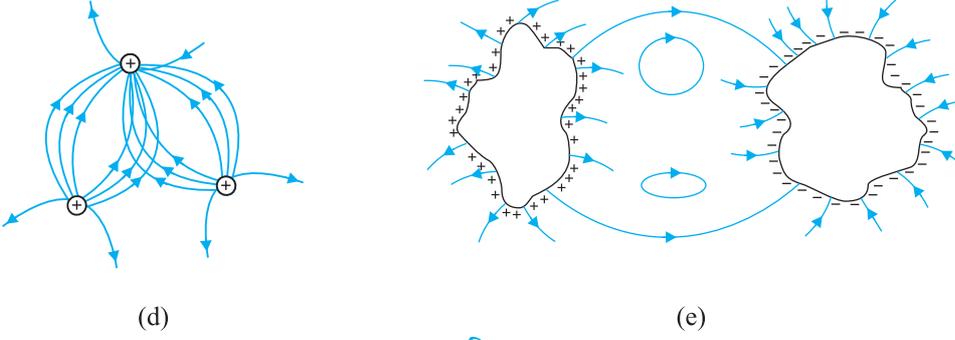
આકૃતિ 1.34

- 1.19** 9.0 cmની ધારવાળા એક ઘનાકાર ગૌસિયન સપાટીના કેન્દ્ર પર  $2.0 \mu\text{C}$  વિદ્યુતભાર રહેલો છે. આ સપાટીમાંથી કુલ વિદ્યુત ફ્લક્સ કેટલું હશે ?
- 1.20** 10.0 cm ત્રિજ્યા ધરાવતી ગોળાકાર ગૌસિયન સપાટીના કેન્દ્ર પર મૂકેલા બિંદુવત વિદ્યુતભારને લીધે તે સપાટીમાંથી  $-1.0 \times 10^3 \text{ Nm}^2/\text{C}$ નું ફ્લક્સ પસાર થાય છે.  
 (a) જો ગૌસિયન સપાટીની ત્રિજ્યા બમણી કરવામાં આવી હોત તો સપાટીમાંથી કેટલું ફ્લક્સ પસાર થતું હોત ?  
 (b) બિંદુવત વિદ્યુતભારનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?
- 1.21** 10 cm ત્રિજ્યાના એક વાહક ગોળા પર અજ્ઞાત વિદ્યુતભાર છે. ગોળાના કેન્દ્રથી 20 cm દૂરના બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર  $-1.5 \times 10^3 \text{ N/C}$  ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં અંદરની તરફ હોય તો ગોળા પરનો કુલ વિદ્યુતભાર કેટલો હશે ?
- 1.22** 2.4 mનો વ્યાસ ધરાવતા એક સમાન વિદ્યુતભારિત ગોળા પર વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા  $80.0 \mu\text{C}/\text{m}^2$  છે.  
 (a) ગોળા પરનો વિદ્યુતભાર શોધો.  
 (b) ગોળાની સપાટીમાંથી બહાર જતું કુલ વિદ્યુત ફ્લક્સ કેટલું હશે ?
- 1.23** એક અનંત લંબાઈનો રેખીય વિદ્યુતભાર 2 cm અંતરે  $9 \times 10^4 \text{ N/C}$  વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. રેખીય વિદ્યુતભાર ઘનતા ગણો.
- 1.24** બે મોટી, પાતળી ધાતુની પ્લેટો એકબીજાની નજીક અને સમાંતર છે. તેમની અંદરની બાજુઓ પર વિરૂદ્ધ ચિહ્નો ધરાવતી અને  $17.0 \times 10^{-22} \text{ C}/\text{m}^2$  મૂલ્યની વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા છે.  
 (a) પ્રથમ પ્લેટની બહારના વિસ્તારમાં  
 (b) બીજી પ્લેટની બહારના વિસ્તારમાં અને  
 (c) બંને પ્લેટોની વચ્ચેના વિસ્તારમાં, વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E$  શોધો.

### વધારાના સ્વાધ્યાય

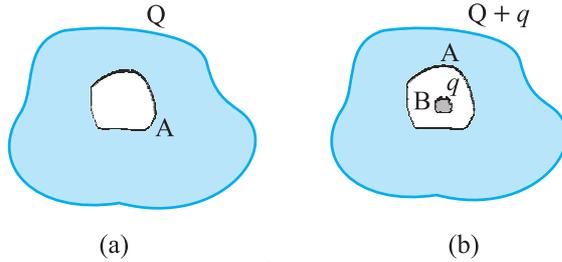
- 1.25** મિલિકનના ઓઈલ ડ્રોપ પ્રયોગમાં 12 વધારાના ઈલેક્ટ્રોન ધરાવતું એક ઓઈલ ડ્રોપ  $2.55 \times 10^4 \text{ N C}^{-1}$ ના સમાન વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર હેઠળ સ્થિર રાખવામાં આવ્યું છે. જો ઓઈલની ઘનતા  $1.26 \text{ g cm}^{-3}$  હોય તો તે ડ્રોપની ત્રિજ્યા શોધો. ( $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$ ,  $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ )
- 1.26** આકૃતિ 1.35માં દર્શાવેલ વક્રો પૈકી કયો/કયા વક્ર સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ રજૂ કરી શકશે નહિ ?





આકૃતિ 1.35

- 1.27 અવકાશના અમુક વિસ્તારમાં બધે વિદ્યુતક્ષેત્ર  $z$ -દિશામાં છે. જો કે, વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન અચળ નથી પણ ધન  $z$ -દિશામાં નિયમિત રીતે દર મીટરે  $10^5 \text{ N C}^{-1}$ ના દરથી વધે છે. ઋણ  $z$ -દિશામાં  $10^{-7} \text{ C m}$  કુલ ડાયપોલ ચાકમાત્રા ધરાવતા તંત્ર વડે અનુભવાતા બળ અને ટોર્ક કેટલાં હશે ?
- 1.28 (a) આકૃતિ 1.36(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ એક બખોલ (Cavity) ધરાવતા સુવાહક Aને  $Q$  વિદ્યુતભાર આપેલ છે. દર્શાવો કે સમગ્ર વિદ્યુતભાર સુવાહકની બહારની સપાટી પર જ દૃશ્યમાન થશે.
- (b)  $q$  વિદ્યુતભાર ધરાવતો બીજો સુવાહક, કેવીટી (બખોલ)ની અંદર Aથી અલગ રહે તેમ દાખલ કરેલ છે. દર્શાવો કે Aની બહારની સપાટી પરનો કુલ વિદ્યુતભાર  $Q + q$  (આકૃતિ 1.36(b)) છે.
- (c) એક સંવેદી ઉપકરણને તેના પરિસરમાંના (આસપાસના) પ્રબળ સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્રોથી બચાવવું (Shield કરવું) છે. આ માટે એક શક્ય ઉપાય સૂચવો.



આકૃતિ 1.36

- 1.29 એક પોલા વિદ્યુતભારિત સુવાહકની સપાટી પર એક નાનું છિદ્ર કાપેલ છે. દર્શાવો કે તે છિદ્રમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર  $(\sigma/2\epsilon_0) \hat{n}$  છે. જ્યાં,  $\hat{n}$  બહાર તરફની લંબ દિશામાંનો એકમ સદિશ છે અને  $\sigma$  છિદ્રની નજીક વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠઘનતા છે.
- 1.30 ગૌસના નિયમનો ઉપયોગ કર્યા સિવાય વિદ્યુતભારની સમાન રેખીય ઘનતા  $\lambda$  ધરાવતા લાંબા પાતળા તારને લીધે ઉદ્ભવતા વિદ્યુતક્ષેત્રનું સૂત્ર મેળવો. (સૂચન : કુલંબના નિયમનો સીધો ઉપયોગ કરો અને જરૂરી સંકલનની ગણતરી કરો.)
- 1.31 હવે એવું માનવામાં આવે છે કે પ્રોટોન અને ન્યૂટ્રોન (જે સામાન્ય દ્રવ્યના ન્યુક્લિયસોની રચના કરે છે.) પોતે પણ ક્વાર્ક્સ તરીકે ઓળખાતા વધારે પ્રાથમિક એકમોના બનેલા છે. એક પ્રોટોન અને એક ન્યૂટ્રોન દરેક, ત્રણ ક્વાર્ક્સના બનેલા છે. ( $u$  વડે દર્શાવાતા) કહેવાતા  $up$  ક્વાર્ક જેનો વિદ્યુતભાર  $(2/3)e$  છે અને ( $d$  વડે દર્શાવાતા) કહેવાતા  $down$  ક્વાર્ક જેનો વિદ્યુતભાર  $(-1/3)e$  છે અને ઈલેક્ટ્રોન એ બધા ભેગાં મળીને સામાન્ય દ્રવ્ય બનાવે છે. (બીજા પ્રકારના ક્વાર્ક પણ શોધાયા છે જેઓ દ્રવ્યના વિવિધ અસામાન્ય પ્રકાર ઉપજાવે છે.) પ્રોટોન અને ન્યૂટ્રોન માટે શક્ય ક્વાર્ક બંધારણનું સૂચન કરો.



- 1.32 (a) એક યાદચ્છિક સ્થિત વિદ્યુત ક્ષેત્ર સંરચનાનો વિચાર કરો. આ સંરચનાના તટસ્થબિંદુ (એટલે કે જ્યાં  $E = 0$  હોય) એ એક નાનો પરિક્ષણ વિદ્યુતભાર મૂકેલ છે. દર્શાવો કે વિદ્યુતભારનું સંતુલન અસ્થાયી જ છે.
- (b) બે સમાન ચિહ્ન અને મૂલ્ય ધરાવતા અને એકબીજાથી અમુક અંતરે મૂકેલા બે વિદ્યુતભારોની સાદી સંરચના માટે આ પરિણામ ચકાસો.
- 1.33  $m$  દળ અને  $(-q)$  વિદ્યુતભાર ધરાવતો એક કણ બે વિદ્યુતભારિત પ્લેટોની વચ્ચે  $v_x$  વેગથી પ્રારંભમાં  $x$ -અક્ષને સમાંતરે દાખલ થાય છે (આકૃતિ 1.33માં કણ-1ની જેમ). દરેક પ્લેટની લંબાઈ  $L$  છે અને પ્લેટો વચ્ચે સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર જાળવી રાખવામાં આવે છે. દર્શાવો કે પ્લેટના દૂરના છેડે કણનું શિરોલંબ વિચલન  $qEL^2/2m v_x^2$  છે.
- ધોરણ XI, ભૌતિકવિજ્ઞાન પાઠ્યપુસ્તકના પરિચ્છેદ 4.10માં ચર્ચેલ પ્રક્ષિપ્ત પદાર્થની ગુરુત્વીય ક્ષેત્રમાંની ગતિ સાથે આ ગતિને સરખાવો.
- 1.34 ધારોકે સ્વાધ્યાય 1.33માંનો કણ  $v_x = 2.0 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$  વેગથી પ્રક્ષિપ્ત કરેલો ઇલેક્ટ્રોન છે.  $0.5 \text{ cm}$ નું અંતર ધરાવતી પ્લેટો વચ્ચેનું  $E$ , જો  $9.1 \times 10^2 \text{ N/C}$  હોય તો ઇલેક્ટ્રોન ઉપરની પ્લેટને ક્યાં અથડાશે ? ( $|e| = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ )

પ્રકરણ બે



# સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસિટન્સ

## (ELECTROSTATIC POTENTIAL AND CAPACITANCE)

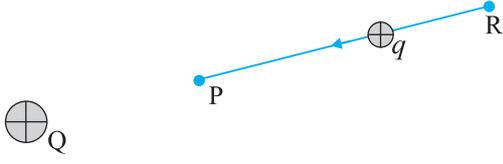


### 2.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

ધોરણ XIમાં પ્રકરણ-6 અને 8માં સ્થિતિઊર્જાનો ખ્યાલ દાખલ કરેલ હતો. સ્પ્રિંગબળ અથવા ગુરુત્વબળ જેવા બળની વિરુદ્ધમાં જ્યારે કોઈ બાહ્યબળ પદાર્થને એક બિંદુથી બીજા બિંદુએ લઈ જવા માટે કાર્ય કરે છે, ત્યારે તે કાર્ય, તે પદાર્થની સ્થિતિઊર્જા રૂપે સંગ્રહ પામે છે. જ્યારે બાહ્યબળ દૂર કરવામાં આવે છે ત્યારે પદાર્થ ગતિમાં આવીને ગતિઊર્જા પ્રાપ્ત કરે છે અને એટલા જ (સમાન) મૂલ્યની સ્થિતિઊર્જા ગુમાવે છે. આમ, ગતિઊર્જા અને સ્થિતિઊર્જાનો સરવાળો અચળ (સંરક્ષિત) રહે છે. આ પ્રકારના બળોને સંરક્ષી (Conservative) બળો કહે છે. સ્પ્રિંગબળ અને ગુરુત્વબળ સંરક્ષી બળોનાં ઉદાહરણ છે.

ગુરુત્વબળની જેમ બે (સ્થિર) વિદ્યુતભારો વચ્ચેનું કુલંબ બળ પણ સંરક્ષી બળ છે. આમાં કંઈ નવાઈ નથી. કારણ કે, બંને અંતરના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણ પર આધારિત છે અને મુખ્યત્વે સપ્રમાણતાના અચળાંકની બાબતમાં જુદા પડે છે. વળી, ગુરુત્વાકર્ષણના નિયમમાં દળના સ્થાને કુલંબના નિયમમાં વિદ્યુતભાર આવે છે. આમ, ગુરુત્વક્ષેત્રમાં દળની સ્થિતિઊર્જાની જેમ આપણે સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્રમાં વિદ્યુતભારની સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિઊર્જાને વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ.

કોઈ વિદ્યુતભાર સંરચનાને લીધે મળતા વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E$ નો વિચાર કરો. પ્રારંભમાં સરળતા માટે, ઊગમબિંદુએ મૂકેલા  $Q$  વિદ્યુતભારને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E$ નો વિચાર કરો. હવે એક પરિક્ષણ વિદ્યુતભાર  $q$ ને આપણે  $R$  બિંદુથી  $P$  બિંદુ સુધી તેની પર  $Q$ ને લીધે લાગતા અપાકર્ષણ બળની વિરુદ્ધમાં લાવીએ તેવી કલ્પના કરો. આકૃતિ 2.1ના સંદર્ભમાં આવું ત્યારે બનશે કે જ્યારે  $Q$  અને  $q$  બંને ધન અથવા બંને ઋણ હશે. નિશ્ચિતતા માટે આપણે  $Q, q > 0$  લઈએ. અત્રે બે નોંધ કરી શકાય. એક તો એ કે, આપણે એમ



**આકૃતિ 2.1** ઉગમબિંદુએ મૂકેલ વિદ્યુતભાર  $Q (> 0)$  ને લીધે લાગતા અપાકર્ષણબળની વિરુદ્ધમાં પરિક્ષણ વિદ્યુતભાર  $q (> 0)$  ને R બિંદુથી P બિંદુએ લાવવામાં આવે છે.

ધારી લઈએ કે પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર  $q$  એટલો બધો નાનો છે કે તે મૂળ સંરચનાને એટલે કે ઉગમબિંદુએ રહેલા વિદ્યુતભાર  $Q$  ને ખલેલ પહોંચાડતો નથી. (અથવા બીજી રીતે આપણે  $Q$  ને ઉગમબિંદુએ કોઈક ન જણાવેલ બળ દ્વારા જકડી રાખેલ છે.) બીજું કે વિદ્યુતભાર  $q$  ને R થી P સુધી લાવવામાં આપણે લગાડેલું બાહ્યબળ  $F_{ext}$  અપાકર્ષણ બળ  $F_E$  નો બરાબર સામનો કરે (Counter) તેટલું જ છે (એટલે કે  $F_{ext} = -F_E$ ). આનો અર્થ એ કે જ્યારે વિદ્યુતભાર  $q$  ને R થી P પર લાવવામાં આવે છે ત્યારે તેના પર કોઈ ચોખ્ખું (Net) બળ નથી અને તેને પ્રવેગ નથી, એટલે કે તેને ખૂબ નાની પરંતુ અચળ ઝડપથી લાવવામાં આવે છે. આ પરિસ્થિતિમાં, બાહ્યબળ વડે થયેલું

કાર્ય વિદ્યુતબળ વડે થતા કાર્યના ઋણ જેટલું છે અને તે વિદ્યુતભાર  $q$  ની સ્થિતિઊર્જાના રૂપમાં પૂરેપૂરું સંગ્રહ પામે છે. જો P પર પહોંચીને બાહ્યબળ દૂર કરવામાં આવે તો વિદ્યુતબળ તે વિદ્યુતભારને Q થી દૂર લઈ જાય છે. P આગળ સંગ્રહ પામેલી ઊર્જા (સ્થિતિ ઊર્જા) વિદ્યુતભાર  $q$  ને ગતિઊર્જા આપવામાં એવી રીતે વપરાય છે કે ગતિઊર્જા અને સ્થિતિઊર્જાનો સરવાળો અચળ (સંરક્ષિત) રહે છે.

આમ, વિદ્યુતભાર  $q$  ને R થી P સુધી લઈ જવામાં બાહ્યબળ વડે થયેલું કાર્ય,

$$\begin{aligned} W_{RP} &= \int_R^P \mathbf{F}_{ext} \cdot d\mathbf{r} \\ &= - \int_R^P \mathbf{F}_E \cdot d\mathbf{r} \end{aligned} \quad (2.1)$$

આ કાર્ય સ્થિતિવિદ્યુત અપાકર્ષણ બળની વિરુદ્ધમાં થયેલ છે અને તે સ્થિતિઊર્જા રૂપે સંગ્રહ પામે છે.

વિદ્યુતક્ષેત્રમાં દરેક બિંદુએ  $q$  વિદ્યુતભાર ધરાવતો કણ અમુક સ્થિતિવિદ્યુત સ્થિતિઊર્જા ધરાવે છે, તેના પર કરેલું કાર્ય તેની સ્થિતિઊર્જામાં, R અને P બિંદુઓ વચ્ચેની સ્થિતિઊર્જાના તફાવત જેટલો વધારો કરે છે.

આમ, સ્થિતિઊર્જાનો તફાવત

$$\Delta U = U_P - U_R = W_{RP} \quad (2.2)$$

(નોંધો કે, આ સ્થાનાંતર વિદ્યુતબળની વિરુદ્ધ દિશામાં છે તેથી વિદ્યુતબળ વડે થયેલું કાર્ય ઋણ એટલે કે  $-W_{RP}$  છે.)

આથી, આપણે કોઈ પણ યાદચ્છિક વિદ્યુતભાર સંરચનાના વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે, બે બિંદુઓ વચ્ચેના વિદ્યુતસ્થિતિ ઊર્જાના તફાવતને, આપેલ વિદ્યુતભાર  $q$  ને એક બિંદુથી બીજા બિંદુ પર (પ્રવેગરહિત ગતિથી) લઈ જવા માટે બાહ્યબળ વડે કરવા પડતા કાર્ય તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ છીએ.

આ તબક્કે બે અગત્યના મુદ્દાઓનો ઉલ્લેખ કરીએ :

- સમીકરણ (2.2) ની જમણી બાજુ વિદ્યુતભારના માત્ર પ્રારંભિક અને અંતિમ સ્થાનો પર જ આધારિત છે. આનો અર્થ એ છે કે એક વિદ્યુતભારને એકથી બીજા બિંદુએ લઈ જવા માટે વિદ્યુતક્ષેત્ર વડે થયેલું કાર્ય માત્ર પ્રારંભિક અને અંતિમ સ્થાનો પર જ આધાર રાખે છે અને એકથી બીજા બિંદુએ જવા માટે લીધેલા માર્ગ પર આધારિત નથી. સંરક્ષીબળની આ મૂળભૂત લાક્ષણિકતા છે. જો આવું કાર્ય માર્ગ પર આધાર રાખતું હોત તો સ્થિતિઊર્જાનો ખ્યાલ અર્થપૂર્ણ હોત જ નહિ. વિદ્યુતક્ષેત્ર વડે થતું કાર્ય માર્ગ-આધારિત નથી એમ કુલંબના નિયમની મદદથી સાબિત થઈ શકે છે. આપણે અહીં એ સાબિતી છોડી દઈએ છીએ.

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસિટન્સ

- (ii) સમીકરણ (2.2) સ્થિતિઊર્જાના તફાવતને ભૌતિક દૃષ્ટિએ અર્થપૂર્ણ રાશિ કાર્યના પદમાં વ્યાખ્યાયિત કરે છે. એ તો સ્પષ્ટ છે કે આ રીતે વ્યાખ્યાયિત થયેલી સ્થિતિઊર્જા સરવાળામાં આવતા અચળાંક પુરતી અનિશ્ચિત છે. આનો અર્થ એ છે કે સ્થિતિઊર્જાના ખરેખરા મૂલ્યનો ભૌતિક રીતે કોઈ અર્થ નથી, માત્ર સ્થિતિઊર્જાના તફાવતને જ કંઈક અર્થ છે. દરેક બિંદુ આગળની સ્થિતિઊર્જામાં આપણે હંમેશાં કોઈ યાદચ્છિક અચળાંક  $\alpha$  ઉમેરી શકીએ, કારણ કે આમ કરવાથી સ્થિતિઊર્જાના તફાવતમાં કોઈ ફેર પડતો નથી.

$$(U_P + \alpha) - (U_R + \alpha) = U_P - U_R$$

આને જુદી રીતે કહીએ તો, જ્યાં સ્થિતિઊર્જા શૂન્ય છે તેવા બિંદુની પસંદગીમાં આપણને સ્વતંત્રતા છે. એક સગવડભરી પસંદગી એ છે કે અનંત અંતરે સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિઊર્જા શૂન્ય લઈએ. આ પસંદગી સાથે જો આપણે બિંદુ R ને અનંત અંતરે લઈએ તો સમીકરણ (2.2) પરથી,

$$W_{\infty P} = U_P - U_{\infty} = U_P \quad (2.3)$$

બિંદુ P યાદચ્છિક હોવાથી સમીકરણ (2.3) પરથી આપણને કોઈ પણ બિંદુએ વિદ્યુતભાર  $q$  ની સ્થિતિઊર્જાની વ્યાખ્યા મળે છે. કોઈ પણ બિંદુએ વિદ્યુતભાર  $q$  ની સ્થિતિઊર્જા (કોઈ પણ વિદ્યુતભાર ગોઠવણીને લીધે ઉદ્ભવતા ક્ષેત્રની હાજરીમાં) એ તે વિદ્યુતભારને અનંત અંતરેથી તે બિંદુએ લાવવા માટે બાહ્યબળ (વિદ્યુતબળ જેટલા જ અને વિરુદ્ધ દિશામાંના) વડે થતું કાર્ય જ છે.

## 2.2 સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન (ELECTROSTATIC POTENTIAL)

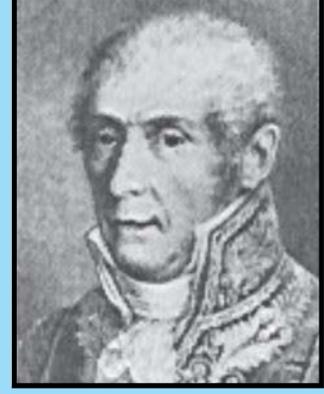
કોઈ એક વ્યાપક સ્થાયી વિદ્યુતભાર ગોઠવણ (સંરચના) વિચારો. પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર  $q$  ની સ્થિતિઊર્જાને આપણે તે વિદ્યુતભાર  $q$  પર કરેલા કાર્યના પદમાં વ્યાખ્યાયિત કરેલ છે. સ્વાભાવિક રીતે જ આ કાર્ય  $q$  ના સમપ્રમાણમાં છે, કારણ કે કોઈ પણ બિંદુએ બળ  $qE$  છે, જ્યાં,  $E$  આપેલ વિદ્યુતભાર ગોઠવણને લીધે તે બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર છે. આથી કાર્યને વિદ્યુતભાર  $q$  વડે ભાગવાનું સુગમભર્યું છે, જેથી પરિણમતી રાશિ  $q$  પર આધારિત નહિ હોય. બીજા શબ્દોમાં એકમ પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર દીઠ કરેલું કાર્ય, તે વિદ્યુતભાર ગોઠવણથી ઉદ્ભવતા વિદ્યુતક્ષેત્રની લાક્ષણિકતા છે. આ બાબત આપેલા વિદ્યુતભાર ગોઠવણને લીધે ઉદ્ભવતા સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાનના ખ્યાલ તરફ દોરી જાય છે. સમીકરણ (2.1) પરથી આપણને :

એકમ ધન વિદ્યુતભારને R થી P બિંદુએ લઈ જવા માટે બાહ્યબળ વડે કરાતું કાર્ય

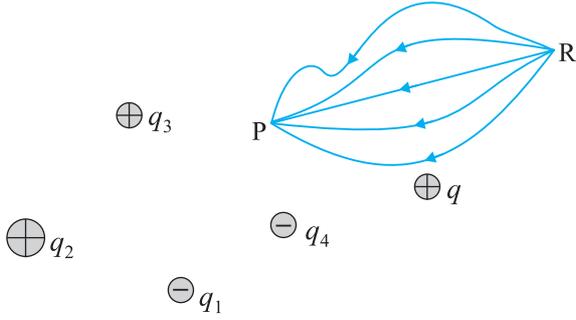
$$= V_P - V_R = \left( \frac{U_P - U_R}{q} \right) \quad (2.4)$$

જેટલું મળે છે. જ્યાં,  $V_P$  અને  $V_R$  અનુક્રમે P અને R બિંદુએ સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન છે. અગાઉની જેમ એ નોંધો કે સ્થિતિમાનના ખરેખરા મૂલ્યનો ભૌતિક દૃષ્ટિએ કોઈ અર્થ નથી પણ માત્ર સ્થિતિમાનનો તફાવત જ ભૌતિક રીતે અર્થપૂર્ણ છે. જો અગાઉની જેમ જ આપણે અનંત અંતરે સ્થિતિમાનને શૂન્ય તરીકે પસંદ કરીએ તો, સમીકરણ (2.4) દર્શાવે છે કે :

એકમ ધન વિદ્યુતભારને અનંત અંતરેથી આપેલા બિંદુએ (પ્રવેગ રહિત) લાવવા માટે બાહ્યબળ વડે કરવું પડતું કાર્ય = તે બિંદુએ સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન (V)



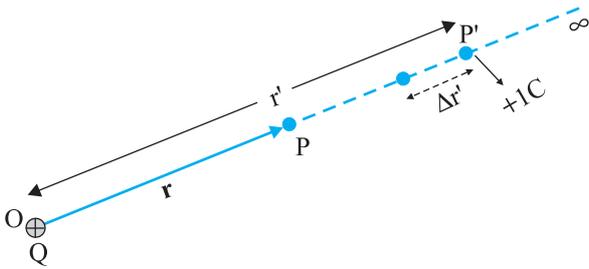
કાઉન્ટ અલેક્ઝાન્ડ્રો વોલ્ટા (1745-1827) : તે ઇટાલિયન ભૌતિકવિજ્ઞાની અને પેવીઆ ખાતે પ્રોફેસર હતો. વોલ્ટાએ એમ સ્થાપિત કર્યું કે લુઈગી ગેલ્વેની (1737-1798)ને ડેડકાની સ્નાયુ પેશીને બે જુદી-જુદી ધાતુઓની પ્લેટોના સંપર્કમાં રાખવાથી જોવા મળેલી પ્રાણીજ વિદ્યુત, પ્રાણીના સ્નાયુના કોઈ વિશિષ્ટ ગુણધર્મને લીધે નથી પરંતુ બે જુદી જુદી ધાતુઓની વચ્ચે કોઈ ભીના દ્રવ્યને રાખવાથી પણ હંમેશાં ઉત્પન્ન થાય છે. આ પરથી તેણે સર્વપ્રથમ વોલ્ટેક પાઈલ અથવા બેટરી બનાવી જે ધાતુની તકતીઓ (ઇલેક્ટ્રોડ્સ) વચ્ચે સેન્ડવિચ કરેલી કાર્બોર્ડની ભીની તકતીઓ (ઇલેક્ટ્રોલાઈટ)ની મોટી થપ્પીની બનેલી હતી.



**આકૃતિ 2.2** કોઈ આપેલ વિદ્યુતભાર ગોઠવણને લીધે ઉદ્ભવતા વિદ્યુતક્ષેત્ર વડે પરિક્ષણ વિદ્યુતભાર  $q$  પર થતું કાર્ય માર્ગથી સ્વતંત્ર છે અને માત્ર પ્રારંભિક અને અંતિમ સ્થાનો પર જ આધારિત છે.

### 2.3 બિંદુવત્ વિદ્યુતભારને લીધે સ્થિતિમાન (POTENTIAL DUE TO A POINT CHARGE)

ઉગમબિંદુએ રહેલા એક વિદ્યુતભાર  $Q$ નો વિચાર કરો (આકૃતિ 2.3). ચોક્કસતા માટે  $Q$ ને ધન ગણીએ. ઉગમબિંદુથી સ્થાનસદિશ  $\mathbf{r}$  ધરાવતા કોઈ પણ  $P$  બિંદુએ આપણે સ્થિતિમાન શોધવા માગીએ.



**આકૃતિ 2.3** એકમ ધન પરિક્ષણ વિદ્યુતભારને  $Q(Q > 0)$  વિદ્યુતભારના અપાકર્ષણ વિરૂદ્ધ, અનંત અંતરેથી  $P$  બિંદુએ લાવવા કરેલું કાર્ય, એ  $Q$ ને લીધે  $P$  બિંદુએ સ્થિતિમાન છે.

બીજા શબ્દોમાં, સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્રના વિસ્તારમાં કોઈ પણ બિંદુએ વિદ્યુત સ્થિતિમાન ( $V$ ), એકમ ધન વિદ્યુતભારને અનંત અંતરેથી તે બિંદુએ (પ્રવેગરહિત) લાવવા માટે બાહ્યબળે કરેલું કાર્ય છે.

અગાઉ જણાવેલી શરતો આ સ્થિતિમાનની વ્યાખ્યાને પણ લાગુ પડે છે. એકમ ધન પરિક્ષણ વિદ્યુતભાર પર થતું કાર્ય મેળવવા માટે આપણે સૂક્ષ્મ વિદ્યુતભાર  $\delta q$  લેવો જોઈએ, તેને અનંત અંતરેથી તે બિંદુએ લાવવા માટેનું કાર્ય  $\delta W$  મેળવવું જોઈએ અને તે પરથી ગુણોત્તર  $\delta W/\delta q$  શોધવું જોઈએ. વળી સમગ્ર માર્ગ પર દરેક બિંદુએ બાહ્યબળ, તે બિંદુએ પરિક્ષણ વિદ્યુતભાર પર લાગતા વિદ્યુતબળ જેટલું અને વિરૂદ્ધ દિશામાં હોવું જોઈએ.

છીએ. તે માટે આપણે એકમ ધન પરિક્ષણ વિદ્યુતભારને અનંત અંતરેથી  $P'$  બિંદુએ લાવવા માટે બાહ્યબળે પરિક્ષણ વિદ્યુતભાર પર કરેલું કાર્ય ગણવું પડે.  $Q > 0$  માટે અપાકર્ષણ બળની વિરૂદ્ધમાં બાહ્યબળે કરેલું કાર્ય ધન છે. આ કાર્ય માર્ગ પર આધારિત ન હોવાથી આપણે એક સગવડભર્યો માર્ગ અનંત અંતરેથી  $P$  સુધી ત્રિજ્યાવર્તી દિશામાં પસંદ કરીએ.

માર્ગ પરના વચ્ચેના કોઈ બિંદુ  $P'$  આગળ એકમ ધન વિદ્યુતભાર પર લાગતું બળ,

$$\frac{Q \times 1}{4\pi\epsilon_0 r'^2} \hat{\mathbf{r}}' \quad (2.5)$$

છે. જ્યાં,  $\hat{\mathbf{r}}'$ ,  $OP'$  દિશામાંનો એકમ સદિશ છે.  $\mathbf{r}'$ થી  $\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}'$  સુધીમાં આ બળની વિરૂદ્ધ થતું કાર્ય

$$\Delta W = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r'^2} \Delta r' \quad (2.6)$$

છે. અહીં, ઋણ નિશાની એટલા માટે આવે છે કે  $\Delta r' < 0$ ,  $\Delta W$  ધન છે. બાહ્યબળે કરેલું કુલ કાર્ય ( $W$ ) સમીકરણ (2.6)નું  $r' = \infty$  થી  $r' = r$  સુધી સંકલન કરવાથી મળે છે.

$$W = - \int_{\infty}^r \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r'^2} dr' = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \Big|_{\infty}^r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (2.7)$$

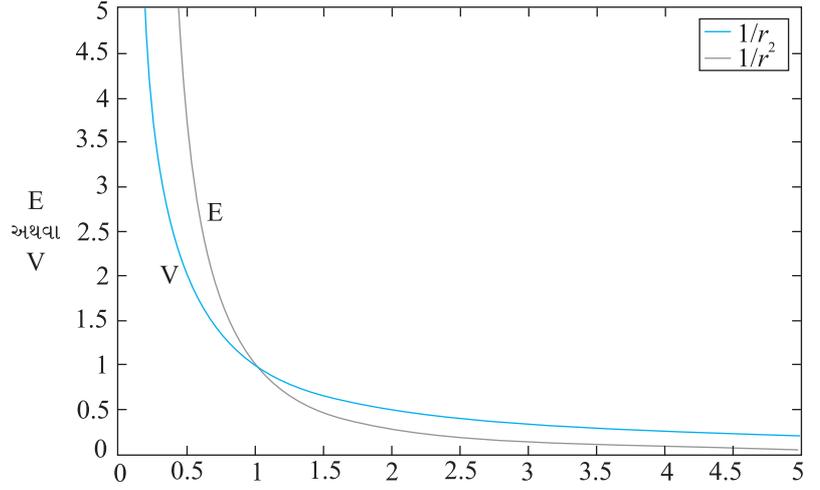
વ્યાખ્યા મુજબ, આ વિદ્યુતભાર  $Q$ ને લીધે  $P$  આગળનું સ્થિતિમાન છે.

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (2.8)$$

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસિટન્સ

જો કે આપણે સમીકરણ (2.8)ને સાધિત કરવામાં  $Q > 0$  ગણેલું છે પણ તે  $Q$ ના કોઈ પણ ચિહ્ન માટે સાચું છે.  $Q < 0$  માટે  $V < 0$ , એટલે કે એકમ ધન પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર દીઠ (બાહ્યબળ વડે) તેને અનંત અંતરેથી આપેલા બિંદુએ લાવવા માટે કરેલું કાર્ય ઋણ છે. આને સમતુલ્ય રીતે એમ પણ કહી શકાય કે સ્થિત વિદ્યુતબળ વડે એકમ ધન વિદ્યુતભારને અનંત અંતરેથી  $P$  બિંદુએ લાવવા માટે કરેલું કાર્ય ધન છે. (આ આમ હોવું જ જોઈએ કારણ કે  $Q < 0$  માટે એકમ ધન પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર પર લાગતું બળ આકર્ષી છે અને તેથી બળ અને સ્થાનાંતર (અનંત અંતરેથી  $P$  સુધી) એક જ દિશામાં છે. અંતમાં, આપણે એ નોંધીએ કે સમીકરણ (2.8), અનંત અંતરે સ્થિતિમાન શૂન્ય લેવાની આપણી પસંદગી સાથે સુસંગત છે.

આકૃતિ (2.4), સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન ( $\propto 1/r$ ) અને સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર ( $\propto 1/r^2$ ) અંતર  $r$  સાથે કેવી રીતે બદલાય છે તે દર્શાવે છે.



**આકૃતિ 2.4** બિંદુવત્ વિદ્યુતભાર  $Q$  માટે અંતર  $r$  સાથે સ્થિતિમાનનો ફેરફાર  $(Q/4\pi\epsilon_0)m^{-1}$ ના એકમો (ભૂરો વક્ર) અને અંતર  $r$  સાથે ક્ષેત્રનો ફેરફાર  $(Q/4\pi\epsilon_0)m^{-2}$ ના એકમોમાં (કાળો વક્ર)

### ઉદાહરણ 2.1

- (a)  $4 \times 10^{-7} \text{ C}$  વિદ્યુતભારથી 9 cm દૂર આવેલા  $P$  બિંદુએ સ્થિતિમાનની ગણતરી કરો.  
(b) તે પરથી  $2 \times 10^{-9} \text{ C}$  વિદ્યુતભારને અનંત અંતરેથી  $P$  બિંદુએ લાવવા માટે કરેલા કાર્યની ગણતરી કરો. શું જવાબ વિદ્યુતભારને જે માર્ગે લાવવામાં આવે છે તેના પર આધારિત છે ?

ઉકેલ

$$(a) V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2} \times \frac{4 \times 10^{-7} \text{ C}}{0.09 \text{ m}} = 4 \times 10^4 \text{ V}$$

$$(b) W = qV = 2 \times 10^{-9} \text{ C} \times 4 \times 10^4 \text{ V} = 8 \times 10^{-5} \text{ J}$$

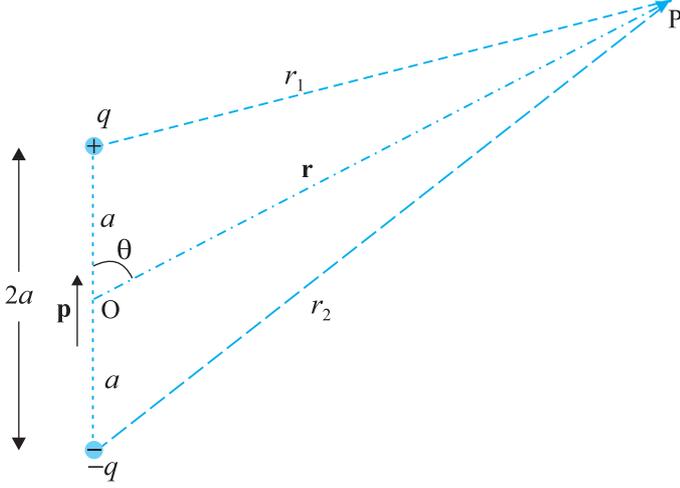
ના, અત્રે કરવામાં આવેલું કાર્ય માર્ગથી સ્વતંત્ર છે. કોઈ પણ યાદચ્છિક સૂક્ષ્મ માર્ગને બે પરસ્પર લંબ એવા સ્થાનાંતરોમાં વિભાજિત કરી શકાય : એક  $r$ ને સમાંતર અને બીજું  $r$ ને લંબ. આમાંથી  $r$ ને લંબ સ્થાનાંતરને અનુરૂપ કરેલું કાર્ય શૂન્ય બનશે.

ઉદાહરણ 2.1

## 2.4 વિદ્યુત ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી)ને લીધે સ્થિતિમાન

### (POTENTIAL DUE TO AN ELECTRIC DIPOLE)

ગયા પ્રકરણમાં આપણે જોયું કે વિદ્યુત ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી) એકબીજાથી (નાના)  $2a$  અંતરે રહેલા બે વિદ્યુતભારો  $q$  અને  $-q$ ની બનેલી છે. તેનો કુલ વિદ્યુતભાર શૂન્ય છે. તેની લાક્ષણિકતા ડાયપોલ ચાકમાત્રા સદિશ  $\mathbf{p}$  દ્વારા દર્શાવાય છે, જેનું માન  $q \times 2a$  છે અને તે  $-q$ થી  $q$ ની દિશામાં છે (આકૃતિ 2.5). આપણે એ પણ જોયું કે સ્થાનસદિશ  $\mathbf{r}$  ધરાવતા બિંદુએ ડાયપોલનું વિદ્યુતક્ષેત્ર તેના માન  $r$  પર જ આધાર રાખતું નથી, પરંતુ  $\mathbf{r}$  અને  $\mathbf{p}$  વચ્ચેના ખૂણા પર પણ આધાર રાખે છે. ઉપરાંત, મોટા અંતરે ક્ષેત્ર  $1/r^2$



આકૃતિ 2.5 ડાયપોલથી ઉદ્ભવતા સ્થિતિમાનની ગણતરીમાં સંકળાયેલી રાશિઓ

(જે એકલ વિદ્યુતભારના ક્ષેત્રની લાક્ષણિકતા છે) મુજબ ઘટતું નથી પરંતુ  $1/r^3$  મુજબ ઘટે છે. હવે આપણે ડાયપોલને લીધે ઉદ્ભવતું સ્થિતિમાન શોધીએ અને એકલ વિદ્યુતભારથી ઉદ્ભવતા સ્થિતિમાન કરતાં કેવી રીતે જુદું પડે છે તે જોઈએ.

અગાઉની જેમ આપણે ઉગમબિંદુ ડાયપોલના કેન્દ્ર પર લઈએ છીએ. આપણે જાણીએ છીએ કે વિદ્યુતક્ષેત્ર સંપાતપણાના સિદ્ધાંતને અનુસરે છે. સ્થિતિમાન ક્ષેત્ર વડે થતા કાર્ય સાથે સંબંધ ધરાવતું હોવાથી સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન પણ સંપાતપણાના સિદ્ધાંતને અનુસરે છે. આમ, ડાયપોલને લીધે સ્થિતિમાન  $q$  અને  $-q$ ને લીધે મળતા સ્થિતિમાનોના સરવાળા જેટલું છે.

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2} \right) \quad (2.9)$$

જ્યાં,  $r_1$  અને  $r_2$  અનુક્રમે  $q$  અને  $-q$ થી P બિંદુનાં અંતરો છે.

હવે, ભૂમિતિ પરથી,

$$\begin{aligned} r_1^2 &= r^2 + a^2 - 2ar \cos\theta \\ r_2^2 &= r^2 + a^2 + 2ar \cos\theta \end{aligned} \quad (2.10)$$

આપણે  $r$ ને  $a$  કરતાં ઘણું મોટું ( $r \gg a$ ) લઈએ અને  $a/r$ ના પ્રથમ ઘાત સુધીના પદોને જ રાખીએ (બીજા અવગણીએ) તો,

$$\begin{aligned} r_1^2 &= r^2 \left( 1 - \frac{2a \cos\theta}{r} + \frac{a^2}{r^2} \right) \\ &\cong r^2 \left( 1 - \frac{2a \cos\theta}{r} \right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

તે જ રીતે,

$$r_2^2 \cong r^2 \left( 1 + \frac{2a \cos\theta}{r} \right) \quad (2.12)$$

દ્વિપદી પ્રમેય વાપરતાં અને  $a/r$ માં પ્રથમ ઘાતના પદોને જ રાખતાં,

$$\frac{1}{r_1} \cong \frac{1}{r} \left( 1 - \frac{2a \cos\theta}{r} \right)^{-1/2} \cong \frac{1}{r} \left( 1 + \frac{a \cos\theta}{r} \right) \quad [2.13(a)]$$

$$\frac{1}{r_2} \cong \frac{1}{r} \left( 1 + \frac{2a \cos\theta}{r} \right)^{-1/2} \cong \frac{1}{r} \left( 1 - \frac{a \cos\theta}{r} \right) \quad [2.13(b)]$$

સમીકરણો (2.9) અને (2.13) અને  $p = 2qa$  પરથી

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2a \cos\theta}{r^2} = \frac{p \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (2.14)$$

વળી,  $p \cos\theta = \mathbf{p} \cdot \hat{\mathbf{r}}$

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસિટન્સ

જ્યાં  $\hat{r}$  સ્થાનસદિશ OPની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે.

આ પરથી ડાયપોલનું સ્થિતિમાન

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p} \cdot \hat{r}}{r^2}; (r \gg a) \quad (2.15)$$

મળે છે.

અગાઉ જણાવ્યું તેમ સમીકરણ (2.15) ડાયપોલના માપ (પરિમાણ)ની સરખામણીએ મોટાં અંતરો માટે જ સંનિકટ રીતે સાચું છે કે જેને માટે  $a/r$ માં ઊંચી ઘાતનાં પદો અવગણ્ય છે. જો કે ઊગમબિંદુ આગળના બિંદુ ડાયપોલ માટે સમીકરણ (2.15) પૂરેપૂરું સત્ય છે.

સમીકરણ (2.15) પરથી, ડાયપોલની અક્ષ ( $\theta = 0, \pi$ ) પર સ્થિતિમાન

$$V = \pm \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^2} \quad (2.16)$$

( $\theta = 0$  માટે ધન ચિહ્ન,  $\theta = \pi$  માટે ઋણ ચિહ્ન). વિષુવરેખીય સમતલ ( $\theta = \pi/2$ )માં સ્થિતિમાન શૂન્ય છે.)

ડાયપોલનું વિદ્યુતસ્થિતિમાન અને એકલ (એકાકી) વિદ્યુતભારના વિદ્યુતસ્થિતિમાન વચ્ચેના તફાવતના મહત્વના મુદ્દાઓ સમીકરણો (2.8) અને (2.15) પરથી સ્પષ્ટ છે :

- ડાયપોલને લીધે સ્થિતિમાન માત્ર  $r$  પર જ આધાર રાખતું નથી પણ સ્થાન સદિશ  $\mathbf{r}$  અને ડાયપોલ ચાકમાત્રા સદિશ  $\mathbf{p}$  વચ્ચેના કોણ વચ્ચે પણ આધાર રાખે છે. (જો કે તે  $\mathbf{p}$ ની આસપાસ અક્ષીય રીતે સંમિત છે. એટલે કે, જો તમે સ્થાન સદિશ  $\mathbf{r}$ ને  $\mathbf{p}$ ની આસપાસ  $\theta$  અચળ રાખીને ઘુમાવો (ભ્રમણ આપો) તો આ રીતે ઉદ્ભવતા શંકુ પર Pને અનુરૂપ બિંદુઓએ સ્થિતિમાન, P આગળ હતું તેટલું જ હશે.
- વિદ્યુત ડાયપોલનું સ્થિતિમાન મોટા અંતરે  $1/r^2$  મુજબ ઘટે છે, એકલ વિદ્યુતભાર માટે લાક્ષણિક રીતે સ્થિતિમાન  $1/r$  મુજબ ઘટતું હોય, તે રીતે નહિ. (તમે આકૃતિ 2.4માં બીજા સંદર્ભમાં દોરાયેલા  $1/r^2$  વિરૂદ્ધ  $r$  અને  $1/r$  વિરૂદ્ધ  $r$ ના આલેખોનો સંદર્ભ લઈ શકો છો.)

## 2.5 વિદ્યુતભારોના તંત્રને લીધે સ્થિતિમાન

### (POTENTIAL DUE TO A SYSTEM OF CHARGES)

કોઈ ઊગમબિંદુની સાપેક્ષે  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n$  સ્થાન સદિશો ધરાવતા વિદ્યુતભારો અનુક્રમે  $q_1, q_2, \dots, q_n$ ના તંત્રનો વિચાર કરો (આકૃતિ 2.6). P આગળ વિદ્યુતભાર  $q_1$ ને લીધે સ્થિતિમાન  $V_1$

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{1P}}$$

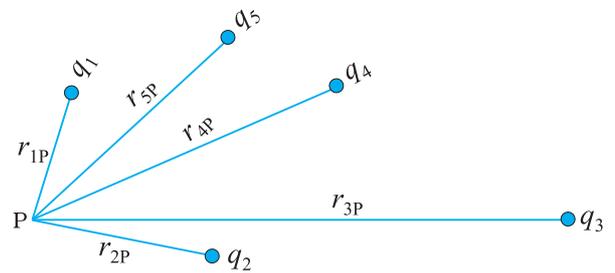
છે, જ્યાં  $r_{1P}$  એ  $q_1$  અને P વચ્ચેનું અંતર છે.

તેવી જ રીતે, P આગળ  $q_2$ ને લીધે સ્થિતિમાન  $V_2$  અને  $q_3$ ને લીધે સ્થિતિમાન  $V_3$  પણ

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_{2P}}, \quad V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3}{r_{3P}}$$

પરથી મળે છે. જ્યાં  $r_{2P}$  અને  $r_{3P}$  એ P બિંદુનાં અનુક્રમે  $q_2$  અને  $q_3$  વિદ્યુતભારોથી અંતરો છે. આ જ રીતે બીજા વિદ્યુતભારોથી સ્થિતિમાન મળે. સંપાતપણાના સિદ્ધાંત મુજબ સમગ્ર વિદ્યુતભાર ગોઠવણી (સંરચના)ને લીધે P આગળનું સ્થિતિમાન, વ્યક્તિગત વિદ્યુતભારોથી મળતા સ્થિતિમાનોનો બૈજિક સરવાળો છે.

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_n \quad (2.17)$$



આકૃતિ 2.6 વિદ્યુતભારોના તંત્રને લીધે કોઈ બિંદુએ સ્થિતિમાન, વ્યક્તિગત વિદ્યુતભારોને લીધે મળતા સ્થિતિમાનોનો સરવાળો છે

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{r_{1P}} + \frac{q_2}{r_{2P}} + \dots + \frac{q_n}{r_{nP}} \right) \quad (2.18)$$

જો આપણી પાસે કોઈ સતત વિદ્યુતભાર વિતરણ એવું હોય કે જેમાં વિદ્યુતભાર ઘનતા  $\rho(\mathbf{r})$  હોય, તો અગાઉની જેમ, આપણે તેને દરેક  $\Delta V$  માપના નાના કદ ખંડોમાં વિભાજિત કરીએ. તે દરેકમાં  $\rho\Delta V$  વિદ્યુતભાર રહેલો હશે. પછી આપણે દરેક કદ ખંડ વડે સ્થિતિમાન શોધી આવા બધા પદોનો સરવાળો (વધુ ચોક્કસપણે સંકલન) કરીએ અને આમ સમગ્ર વિતરણને લીધે સ્થિતિમાન મેળવીએ.

પ્રકરણ-1માં આપણે જોયું છે કે સમાન રીતે વિદ્યુતભારિત ગોળાકાર કવચ માટે કવચની બહાર વિદ્યુતક્ષેત્ર જાણે કે બધો વિદ્યુતભાર કેન્દ્ર પર કેન્દ્રિત થયેલો હોય તે પરથી જે ક્ષેત્ર મળે તેટલું જ હોય છે. આમ, કવચની બહાર સ્થિતિમાન

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (r \geq R) \quad [2.19(a)]$$

જ્યાં  $q$  કવચ પરનો કુલ વિદ્યુતભાર અને  $R$  કવચની ત્રિજ્યા છે. કવચની અંદર વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય છે. આનો અર્થ એ (પરિચ્છેદ 2.6) કે કવચની અંદર સ્થિતિમાન અચળ છે (કારણ કે વિદ્યુતભારને કવચની અંદર ગતિ કરાવવા માટે કોઈ કાર્ય કરવું પડતું નથી) અને તેથી, સપાટી પરના મૂલ્ય બરાબર જ છે, જે

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R} \quad [2.19(b)]$$

**ઉદાહરણ 2.2** બે વિદ્યુતભારો  $3 \times 10^{-8} \text{ C}$  અને  $-2 \times 10^{-8} \text{ C}$  એકબીજાથી 15 cm અંતરે રહેલા છે. બે વિદ્યુતભારોને જોડતી રેખા પરના કયા બિંદુએ વિદ્યુતસ્થિતિમાન શૂન્ય હશે? અનંત અંતરે સ્થિતિમાન શૂન્ય લો.

ઉકેલ આપણે ધન વિદ્યુતભારના સ્થાન પર ઉગમબિંદુ O લઈએ. બે વિદ્યુતભારોને જોડતી રેખા  $x$ -અક્ષ તરીકે લીધેલ છે. ઋણ વિદ્યુતભારને ઉગમબિંદુની જમણી બાજુ લીધેલ છે (આકૃતિ 2.7)



આકૃતિ 2.7

ધારો કે P એ  $x$  અક્ષ પર માંગેલ બિંદુ છે, જ્યાં, સ્થિતિમાન શૂન્ય છે. જો  $x$  એ Pનો  $x$ -યામ હોય તો સ્વાભાવિક છે કે  $x$  ધન હોવું જોઈએ. ( $x < 0$  માટે બે વિદ્યુતભારોને લીધે સ્થિતિમાનોનો સરવાળો શૂન્ય થાય તેવી કોઈ શક્યતા નથી). જો  $x$ , O અને Aની વચ્ચે હોય તો,

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{3 \times 10^{-8}}{x \times 10^{-2}} - \frac{2 \times 10^{-8}}{(15-x) \times 10^{-2}} \right] = 0$$

જ્યાં,  $x$  cmમાં છે. એટલે કે,

$$\frac{3}{x} - \frac{2}{15-x} = 0$$

આ પરથી  $x = 9$  cm

જો  $x$ , લંબાવેલી OA રેખા પર હોય તો, જરૂરી શરત

$$\frac{3}{x} - \frac{2}{x-15} = 0 \text{ બને.}$$

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસિટન્સ

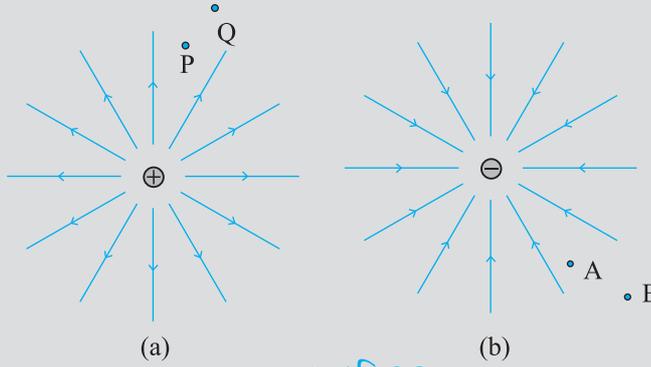
તે પરથી

$$x = 45 \text{ cm}$$

આમ, શૂન્ય વિદ્યુત સ્થિતિમાન, ધન વિદ્યુતભારથી 9 cm અને 45 cm અંતરોએ ઋણ વિદ્યુતભાર તરફ મળે. એ નોંધો કે ગણતરીમાં વાપરેલ સૂત્ર માટે અનંત અંતરે શૂન્ય સ્થિતિમાન પસંદ કરવાની જરૂર છે.

ઉદાહરણ 2.2

ઉદાહરણ 2.3 આકૃતિઓ 2.8(a) અને (b) અનુક્રમે ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારોની ક્ષેત્રરેખાઓ દર્શાવે છે.



આકૃતિ 2.8

- સ્થિતિમાન તફાવત  $V_P - V_Q$ ,  $V_B - V_A$  નાં ચિહ્ન જણાવો.
- એક નાના ઋણ વિદ્યુતભારની Q અને P તથા A અને B બિંદુઓ વચ્ચેની સ્થિતિ-ઊર્જાના તફાવતનાં ચિહ્ન જણાવો.
- એક નાના ધન વિદ્યુતભારને Q થી P લઈ જવામાં ક્ષેત્ર વડે થતા કાર્યનું ચિહ્ન જણાવો.
- એક નાના ઋણ વિદ્યુતભારને B થી A લઈ જવામાં બાહ્યબળ વડે થતા કાર્યનું ચિહ્ન જણાવો.
- B થી A જવામાં નાના ઋણ વિદ્યુતભારની ગતિઊર્જા વધે કે ઘટે ?

ઉકેલ (a)  $V \propto \frac{1}{r}$  હોવાથી  $V_P > V_Q$ . આમ,  $V_P - V_Q$  ધન છે. વળી,  $V_B, V_A$  કરતાં ઓછું ઋણ છે.

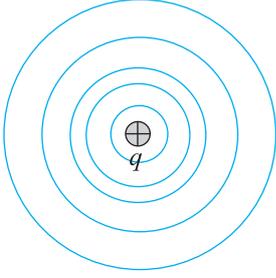
આમ,  $V_B > V_A$  અથવા  $V_B - V_A$  ધન છે.

- નાનો ઋણ વિદ્યુતભાર ધન વિદ્યુતભાર તરફ આકર્ષાય છે. ઋણ વિદ્યુતભાર ઊંચી સ્થિતિઊર્જાથી નીચી સ્થિતિઊર્જા તરફ ગતિ કરે છે. તેથી Q અને P વચ્ચે સ્થિતિઊર્જા તફાવતની નિશાની ધન છે. આવી જ રીતે,  $(\text{સ્થિ.ઊ.})_A > (\text{સ્થિ.ઊ.})_B$ . આથી, સ્થિતિઊર્જાના તફાવતની નિશાની ધન છે.
- એક નાના ધન વિદ્યુતભારને Q થી P પર લઈ જવામાં બાહ્ય પરિબળને વિદ્યુતક્ષેત્રની વિરુદ્ધમાં કાર્ય કરવું પડે છે. તેથી ક્ષેત્રએ કરેલું કાર્ય ઋણ છે.
- નાના ઋણ વિદ્યુતભારને B થી A પર લઈ જવામાં બાહ્ય પરિબળને કાર્ય કરવું પડે છે. તે ધન છે.
- ઋણ વિદ્યુતભાર પરના અપાકર્ષણ બળને લીધે વેગ ઘટે છે અને તેથી B થી A પર જવામાં ગતિઊર્જા ઘટે છે.

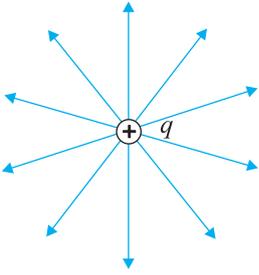


**Electric potential, equipotential surfaces:**  
<http://video.mit.edu/watch/4-electrostatic-potential-electric-energy-ev-conservative-field-equipotential-surfaces-12584/>

ઉદાહરણ 2.3



(a)



(b)

આકૃતિ 2.9 એકલ વિદ્યુતભાર  $q$  માટે

- (a) સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠો વિદ્યુતભાર પર કેન્દ્ર ધરાવતી ગોળાકાર સપાટીઓ છે  
(b) જો  $q > 0$  હોય તો વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓ  $q$ માંથી શરૂ થતી અને ત્રિજ્યાવર્તી છે.

## 2.6 સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠો (EQUIPOTENTIAL SURFACES)

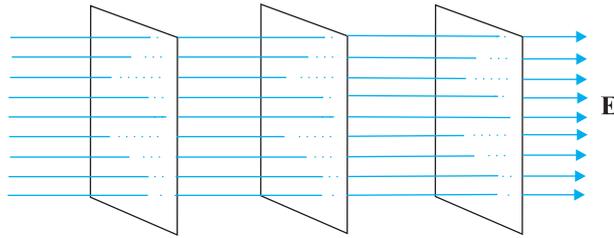
સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠ એ એવું પૃષ્ઠ (સપાટી) છે કે જે પૃષ્ઠ પરનાં બધાં બિંદુઓએ સ્થિતિમાન સમાન છે. એકલ વિદ્યુતભાર  $q$  માટે સ્થિતિમાન, સમીકરણ (2.8) પરથી,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

મળે છે. આ દર્શાવે છે કે, જો  $r$  અચળ હોય તો  $V$  અચળ છે. આમ, એકલ વિદ્યુતભારનાં સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠો, વિદ્યુતભાર પર કેન્દ્ર ધરાવતી ગોળાકાર સપાટીઓ છે.

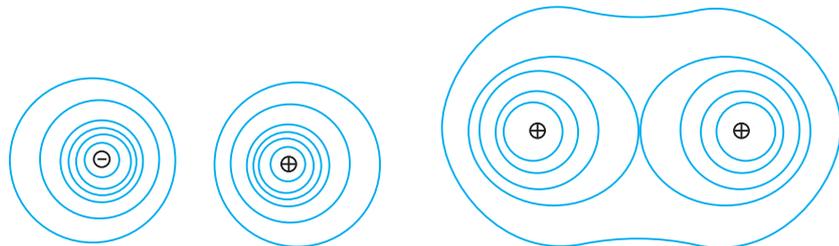
હવે, એકલ વિદ્યુતભારની વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓ, વિદ્યુતભારથી શરૂ થતી અથવા વિદ્યુતભારમાં અંત પામતી ત્રિજ્યાવર્તી રેખાઓ છે, જે વિદ્યુતભાર ધન છે કે ઋણ છે તેના પર આધાર રાખે છે. એ સ્પષ્ટ છે કે ક્ષેત્રરેખા દરેક બિંદુએ તે બિંદુમાંથી પસાર થતા સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠને લંબ છે. આ વ્યાપક રીતે સાચું છે : કોઈ પણ વિદ્યુતભાર સંરચના (ગોઠવણી) માટે, કોઈ બિંદુમાંથી પસાર થતું સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠ, તે બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્રને લંબ છે. આ વિધાનની સાબિતી સરળ છે.

જો ક્ષેત્ર સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠને લંબ ન હોત તો તેને પૃષ્ઠને સમાંતર અશૂન્ય ઘટક હોત. એકમ પરીક્ષણ વિદ્યુતભારને, ક્ષેત્રના ઘટકની વિરૂદ્ધમાં ગતિ કરાવવા કાર્ય કરવું પડ્યું હોત. પરંતુ આ તો સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠની વ્યાખ્યા કરતાં વિરૂદ્ધ છે : આ સપાટી પર કોઈ બે બિંદુઓ વચ્ચે કોઈ સ્થિતિમાન તફાવત નથી અને પરીક્ષણ વિદ્યુતભારને સપાટી પર ગતિ કરાવવા કોઈ કાર્ય કરવું પડતું નથી. આથી, વિદ્યુતક્ષેત્ર સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠને દરેક બિંદુએ લંબ હોવું જ જોઈએ. વિદ્યુતભાર વિતરણ (સંરચના)ની આસપાસ વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓના ચિત્ર ઉપરાંત આ સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠો એક વધારાનું વૈકલ્પિક દ્રશ્ય ચિત્ર પુરું પાડે છે.



આકૃતિ 2.10 સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠો

સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E$  ધારો કે  $x$ -અક્ષની દિશામાં છે, તેને માટે સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠો  $x$ -અક્ષને લંબ છે એટલે કે  $y$ - $z$  સમતલને સમાંતર સમતલો છે. (આકૃતિ 2.10). (a) ડાયપોલ માટેનાં અને (b) બે સમાન ધન વિદ્યુતભારો માટેનાં સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠો આકૃતિ 2.11માં દર્શાવ્યાં છે.



(a)

(b)

આકૃતિ 2.11 (a) ડાયપોલ

(b) બે સમાન ધન વિદ્યુતભારો માટેનાં કેટલાંક સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠો

### 2.6.1 ક્ષેત્ર અને સ્થિતિમાન વચ્ચેનો સંબંધ (Relation between Field and Potential)

એકબીજાની ખૂબ નજીકની બે સમસ્થિતિમાન સપાટીઓ A અને B (આકૃતિ 2.12).

જેમના પર સ્થિતિમાનનાં મૂલ્યો અનુક્રમે V અને V + δV છે, તેમનો વિચાર કરો. અહીં δV એ વિદ્યુતક્ષેત્ર Eની દિશામાંનો Vનો ફેરફાર છે. B સપાટી પર એક બિંદુ P છે. સપાટી Aનું Pથી લંબ અંતર δl છે. એકમ ધન વિદ્યુતભારને સપાટી B પરથી સપાટી A સુધી આ લંબરેખા પર, વિદ્યુતક્ષેત્રની વિરુદ્ધમાં ગતિ કરાવવાનો વિચાર કરો. આ પ્રક્રિયામાં કરેલું કાર્ય |E| δl છે.

આ કાર્ય સ્થિતિમાન તફાવત V<sub>A</sub> - V<sub>B</sub>ને બરાબર છે.

આમ,

$$|E| \delta l = V - (V + \delta V) = -\delta V$$

$$\text{એટલે કે, } |E| = -\frac{\delta V}{\delta l}$$

(2.20)

δV ઋણ હોવાથી, δV = -|δV| સમીકરણ (2.20)ને આપણે

$$|E| = -\frac{\delta V}{\delta l} = +\frac{|\delta V|}{\delta l}$$

(2.21)

તરીકે લખી શકીએ. આમ, આપણે વિદ્યુતક્ષેત્ર અને સ્થિતિમાન વચ્ચેના સંબંધ અંગે બે મહત્વના નિષ્કર્ષો પર પહોંચીએ છીએ :

- જે દિશામાં (અંતર સાથે) સ્થિતિમાનનો ઘટાડો સૌથી વધારે ઝડપી થતો હોય તે દિશામાં વિદ્યુતક્ષેત્ર હોય છે.
- કોઈ બિંદુએ આ વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠને લંબ દિશામાં એકમ સ્થાનાંતર દીઠ સ્થિતિમાનના ફેરફારના માન જેટલું હોય છે.

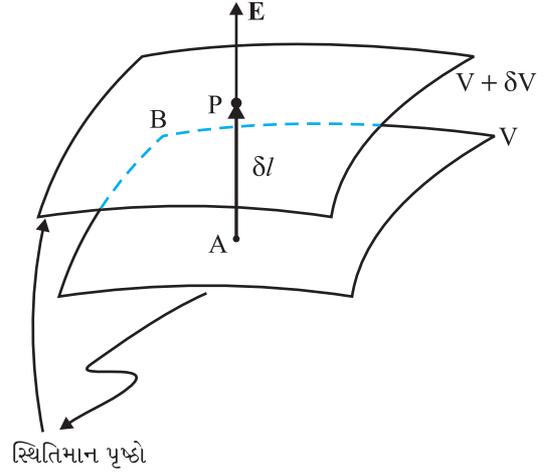
### 2.7 વિદ્યુતભારોના તંત્રની સ્થિતિઊર્જા (POTENTIAL ENERGY OF A SYSTEM OF CHARGES)

પ્રારંભમાં, કોઈ ઉગમબિંદુની સાપેક્ષે સ્થાનસદિશો  $\mathbf{r}_1$  અને  $\mathbf{r}_2$  ધરાવતા બે વિદ્યુતભારો અનુક્રમે  $q_1$  અને  $q_2$ ના બનેલા તંત્રનો વિચાર કરો. આપણે આ ગોઠવણી રચવા માટે (બહારથી) કરવા પડતા કાર્યની ગણતરી કરીશું. આનો અર્થ એ છે કે આપણે  $q_1$  અને  $q_2$  વિદ્યુતભારોને પ્રારંભમાં અનંત અંતરે ધારીને બાહ્ય પરિભળ દ્વારા તેમને આપેલાં સ્થાનોએ લાવવા માટે કરેલું કાર્ય શોધીશું. ધારોકે સૌપ્રથમ વિદ્યુતભાર  $q_1$ ને અનંત અંતરેથી  $\mathbf{r}_1$  બિંદુએ લાવવામાં આવે છે. જેની વિરુદ્ધમાં કાર્ય કરવું પડે તેવું કોઈ બાહ્યક્ષેત્ર હાજર નથી તેથી  $q_1$ ને અનંત અંતરેથી  $\mathbf{r}_1$  પર લાવવા માટે કરેલું કાર્ય શૂન્ય છે, આ વિદ્યુતભાર અવકાશમાં સ્થિતિમાન

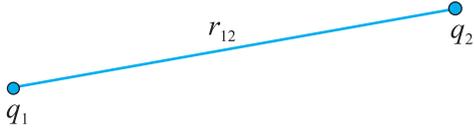
$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{1P}}$$

ઉત્પન્ન કરે છે. જ્યાં,  $r_{1P}$  એ અવકાશમાંના કોઈ બિંદુ Pનું  $q_1$ ના સ્થાનથી અંતર છે. સ્થિતિમાનની વ્યાખ્યા પરથી વિદ્યુતભાર  $q_2$ ને અનંત અંતરેથી  $\mathbf{r}_2$  બિંદુએ લાવવા માટે બાહ્યબળે કરેલું કાર્ય,  $q_2$  ગુણ્યા  $\mathbf{r}_2$  પર  $q_1$ ને લીધે સ્થિતિમાન જેટલું છે :

$$q_2 \text{ પર કરેલું કાર્ય} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$



આકૃતિ 2.12 સ્થિતિમાન પરથી ક્ષેત્ર



**આકૃતિ 2.13**  $q_1$  અને  $q_2$  વિદ્યુતભારોના તંત્રની સ્થિતિઊર્જા તેમના ગુણાકારના સમપ્રમાણમાં અને તેમની વચ્ચેના અંતરના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં છે.

જ્યાં  $r_{12}$ , 1 અને 2 બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર છે.

સ્થિતવિદ્યુતબળ એ સંરક્ષી (Conservative) બળ હોવાથી આ કાર્ય તંત્રની સ્થિતિઊર્જા રૂપે સંગ્રહ પામે છે. આમ, બે વિદ્યુતભારો  $q_1$  અને  $q_2$ ના તંત્રની સ્થિતિઊર્જા

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \quad (2.22)$$

છે. એ સ્વાભાવિક છે કે, પહેલા  $q_2$ ને તેના હાલના સ્થાને લાવ્યા હોત અને  $q_1$ ને પછીથી લાવ્યા હોત તો પણ સ્થિતિઊર્જા U સમાન જ હોત. વધુ વ્યાપક સ્વરૂપે, તે બે વિદ્યુતભારોને ગમે તે રીતે તેમનાં નિશ્ચિત સ્થાનો પર લાવવામાં આવે તો

પણ સ્થિતિઊર્જાનું સૂત્ર (2.22) બદલાતું નથી, આનું કારણ એ છે કે સ્થિતવિદ્યુતબળ માટે કાર્ય માર્ગ પર આધારિત નથી.

સમીકરણ (2.22)  $q_1$  અને  $q_2$ ના કોઈપણ ચિહ્ન માટે સાચું છે. જો  $q_1 q_2 > 0$  હોય તો સ્થિતિઊર્જા ધન છે. આ અપેક્ષા મુજબનું જ છે, કારણ કે સજાતિય વિદ્યુતભારો માટે ( $q_1 q_2 > 0$ ), વિદ્યુતબળ અપાકર્ષી છે અને વિદ્યુતભારોને અનંત અંતરેથી સીમિત અંતરે લાવવા માટે તે બળની વિરૂદ્ધમાં ધન કાર્ય જરૂરી છે. વિજાતિય વિદ્યુતભારો માટે ( $q_1 q_2 < 0$ ), વિદ્યુતબળ આકર્ષી છે. તે કિસ્સામાં, વિદ્યુતભારોને આપેલા સ્થાનોથી અનંત અંતરે લઈ જવા માટે આ બળની વિરૂદ્ધમાં ધન કાર્ય કરવું પડે છે. બીજા શબ્દોમાં, ઉલટા માર્ગ (અનંત અંતરેથી હાલના સ્થાનો સુધી) માટે ઋણ કાર્ય જરૂરી બને છે, તેથી સ્થિતિઊર્જા ઋણ છે.

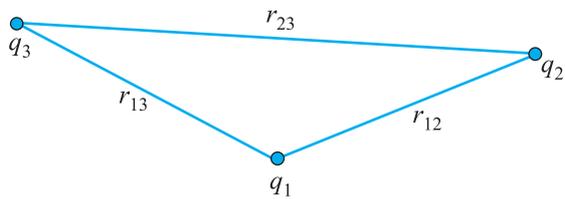
સમીકરણ (2.22)ને ગમે તેટલી સંખ્યાના બિંદુ વિદ્યુતભારોના તંત્ર માટે, સહેલાઈથી વ્યાપકરૂપે લાગુ પાડી શકાય છે. હવે આપણે  $r_1, r_2, r_3$  પર રહેલા વિદ્યુતભારો અનુક્રમે  $q_1, q_2, q_3$ ના તંત્રની સ્થિતિઊર્જા ગણીએ.  $q_1$ ને અનંત અંતરેથી  $r_1$  પર લાવવા માટે કોઈ કાર્ય જરૂરી નથી. પછી આપણે  $q_2$ ને અનંત અંતરેથી  $r_2$  પર લાવીએ. અગાઉ જોયું તેમ આ પગલામાં કરેલું કાર્ય છે.

$$q_2 V_1(\mathbf{r}_2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \quad (2.23)$$

$q_1$  અને  $q_2$  વિદ્યુતભારો સ્થિતિમાન ઉત્પન્ન કરે છે. જે કોઈપણ P બિંદુએ

$$V_{1,2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{r_{1P}} + \frac{q_2}{r_{2P}} \right) \quad (2.24)$$

પરથી મળે છે. હવે પછી,  $q_3$ ને અનંત અંતરેથી  $r_3$  બિંદુએ લાવવા માટે કરેલું કાર્ય  $q_3$  ગુણ્યા  $r_3$  બિંદુએ  $V_{1,2}$  જેટલું છે.



**આકૃતિ 2.14** ત્રણ વિદ્યુતભારોના તંત્રની સ્થિતિઊર્જા આકૃતિમાં દર્શાવેલ સંજ્ઞાઓ સાથે સમીકરણ (2.26) દ્વારા અપાય છે.

$$q_3 V_{1,2}(\mathbf{r}_3) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right) \quad (2.25)$$

વિદ્યુતભારોને આપેલા સ્થાનોએ એકઠા કરવા માટે કરવું પડતું કુલ કાર્ય, વિવિધ પગલાંમાં કરેલા કાર્ય [સમીકરણ (2.23) અને સમીકરણ (2.25)]ના સરવાળાથી મળે છે.

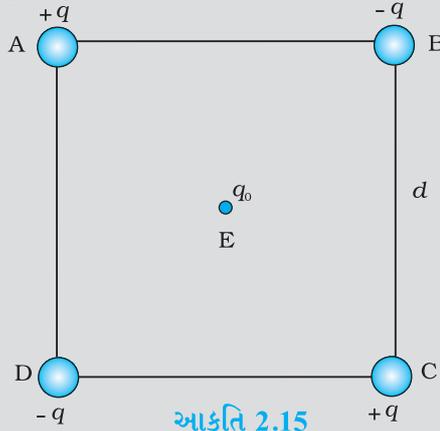
$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right) \quad (2.26)$$

ફરીથી, વિદ્યુતબળ સંરક્ષી બળ હોવાને કારણે (અથવા સમતુલ્ય રીતે કહીએ તો કાર્ય માર્ગથી સ્વતંત્ર હોવાને લીધે), U માટેનું અંતિમ સૂત્ર, સમીકરણ (2.26), વિદ્યુતભારોને એકઠા કરવાની પદ્ધતિ પર

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસિટન્સ

આધારિત નથી. સ્થિતિઊર્જા, ગોઠવણીની હાલની સ્થિતિ માટે લાક્ષણિક છે અને આ સ્થિતિ કેવી રીતે પ્રાપ્ત કરી તે પદ્ધતિ પર આધારિત નથી.

**ઉદાહરણ 2.4** આકૃતિ 2.15માં દર્શાવ્યા મુજબ  $d$  બાજુવાળા ચોરસ ABCDના શિરોબિંદુઓ પર ચાર વિદ્યુતભારો ગોઠવેલ છે. (a) આ ગોઠવણી પ્રાપ્ત કરવા માટે જરૂરી કાર્ય શોધો. (b) ચાર વિદ્યુતભારોને તે શિરોબિંદુઓ પર જકડી રાખીને વિદ્યુતભાર  $q_0$ ને ચોરસના કેન્દ્ર પર લાવવામાં આવે છે. આ માટે વધારાનું કેટલું કાર્ય જરૂરી છે ?



**ઉકેલ**

(a) અત્રે કરવામાં આવતું કાર્ય માત્ર વિદ્યુતભારોની અંતિમ ગોઠવણી પર જ આધાર રાખે છે નહિ કે કેવી રીતે તેમને લાવ્યા છીએ તેના પર. આથી, આપણે A, B, C અને D પર વિદ્યુતભારો લાવવાની એક રીતે થયેલું કાર્ય ગણીશું. ધારો કે સૌપ્રથમ વિદ્યુતભાર  $+q$ ને A પર લાવવામાં આવે છે અને પછી B, C, D પર  $-q$ ,  $+q$  અને  $-q$  વિદ્યુતભારોને અનુક્રમે લાવવામાં આવે છે. આ માટે જરૂરી કાર્ય આ મુજબ ગણી શકાય :

(i) બીજે ક્યાંય કોઈ વિદ્યુતભાર હાજર ન હોય ત્યારે  $+q$  વિદ્યુતભારને A પર લાવવા માટે જરૂરી કાર્ય : આ શૂન્ય છે.

(ii) A પર  $+q$  હાજર હોય ત્યારે B પર  $-q$ ને લાવવા માટે જરૂરી કાર્ય :  
આ કાર્ય = (B પરનો વિદ્યુતભાર)  $\times$  (A પરના  $+q$  વિદ્યુતભારને લીધે B આગળ વિદ્યુતસ્થિતિમાન)

$$= -q \times \left( \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d} \right) = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d}$$

(iii) A પર  $+q$  હોય અને B પર  $-q$  હોય ત્યારે  $+q$ ને C પર લાવવા માટે જરૂરી કાર્ય :  
આ કાર્ય = (C પરનો વિદ્યુતભાર)  $\times$  (A અને B પરના વિદ્યુતભારોને લીધે C આગળ વિદ્યુતસ્થિતિમાન)

$$= +q \left( \frac{+q}{4\pi\epsilon_0 d\sqrt{2}} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 d} \right)$$

$$= \frac{-q^2}{4\pi\epsilon_0 d} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

(iv) A પર  $+q$ , B પર  $-q$  અને C પર  $+q$  હાજર હોય ત્યારે  $-q$ ને D પર લાવવા માટે જરૂરી કાર્ય :

આ કાર્ય = (D પરનો વિદ્યુતભાર)  $\times$  (A, B અને C પરના વિદ્યુતભારોને લીધે D આગળ સ્થિતિમાન)

$$= -q \left( \frac{+q}{4\pi\epsilon_0 d} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 d\sqrt{2}} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d} \right)$$

$$= \frac{-q^2}{4\pi\epsilon_0 d} \left( 2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\begin{aligned}
 & (i) (ii), (iii) \text{ અને } (iv) \text{ પદોમાં કરેલા કાર્યનો સરવાળો કરો. જરૂરી કુલ કાર્ય} \\
 & = \frac{-q^2}{4\pi\epsilon_0 d} \left\{ (0) + (1) + \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \right\} \\
 & = \frac{-q^2}{4\pi\epsilon_0 d} (4 - \sqrt{2})
 \end{aligned}$$

કરેલું આ કાર્ય માત્ર વિદ્યુતભારોની ગોઠવણી પર આધારિત છે, તેમને કેવી રીતે એકઠા કર્યા તેના પર નહિ. વ્યાખ્યા મુજબ, આ સૂત્ર વિદ્યુતભારોના તંત્રની કુલ સ્થિતિઊર્જા દર્શાવે છે.

(વિદ્યાર્થીઓ તેમને ગમે તેવા બીજા કોઈ ક્રમમાં વિદ્યુતભારોને લાવીને જરૂરી કાર્યની ગણતરી કરીને પોતે ખાતરી કરી શકે છે કે ઊર્જા એકસમાન જ છે.)

(b) જ્યારે A, B, C અને D પર વિદ્યુતભારો  $+q, -q, +q$  અને  $-q$  હાજર હોય ત્યારે  $q_0$  વિદ્યુતભારને E બિંદુએ લાવવા માટે જરૂરી કાર્ય,  $q_0 \times$  (E આગળ A, B, C અને D પરના વિદ્યુતભારોથી ઉદ્ભવતું સ્થિતિમાન) છે. એ સ્પષ્ટ છે કે E આગળનું વિદ્યુત સ્થિતિમાન શૂન્ય છે. કારણ કે, A અને Cને લીધે ઉદ્ભવતું સ્થિતિમાન B અને Dને લીધે મળતા સ્થિતિમાન વડે નાબૂદ થાય છે. આથી, કોઈ પણ વિદ્યુતભારને E પર લાવવા માટે કોઈ કાર્ય જરૂરી નથી.

## 2.8 બાહ્ય ક્ષેત્રમાં સ્થિતિઊર્જા (POTENTIAL ENERGY IN AN EXTERNAL FIELD)

### 2.8.1 એકલ (એકાકી, Single) વિદ્યુતભારની સ્થિતિઊર્જા (Potential Energy of a Single Charge)

પરિચ્છેદ 2.7માં વિદ્યુતક્ષેત્રનું ઉદ્ભવ (સ્રોત) - વિદ્યુતભારો અને તેમનાં સ્થાનો - જાણીતું હતું અને તે વિદ્યુતભારોના તંત્રની સ્થિતિઊર્જા શોધી હતી. આ પરિચ્છેદમાં આપણે એક જુદો જ પણ તેને સંબંધિત પ્રશ્ન પૂછીએ છીએ. આપેલા કોઈ ક્ષેત્રમાં વિદ્યુતભાર  $q$ ની સ્થિતિઊર્જા કેટલી હશે? ખરેખર તો આ પ્રશ્ન સ્થિતિવિદ્યુત સ્થિતિમાનના ખ્યાલ તરફ દોરી જતું આરંભ બિંદુ હતું (પરિચ્છેદ 2.1 અને 2.2). પરંતુ અહીં આપણે આ પ્રશ્નને ફરીથી હલ કરીશું અને એ સ્પષ્ટ કરીશું કે પરિચ્છેદ 2.7માંની ચર્ચા કરતાં તે કઈ રીતે અલગ છે.

મુખ્ય તફાવત એ છે કે આપણને હવે વિદ્યુતભાર (કે વિદ્યુતભારો)ની બાહ્ય ક્ષેત્રમાં સ્થિતિઊર્જા સાથે સંબંધ છે. આ બાહ્યક્ષેત્ર  $E$ , આપણે જેમની સ્થિતિઊર્જા શોધવી છે તે આપેલા વિદ્યુતભારો વડે ઉત્પન્ન થયેલું નથી. પરંતુ  $E$ , આપેલા વિદ્યુતભારો સિવાય અન્ય સ્રોતથી ઉત્પન્ન થયેલું છે. અન્ય સ્રોત જાણીતા હોઈ શકે છે, પરંતુ ઘણીવાર તેઓ અજ્ઞાત કે અનિશ્ચિત હોય છે, નિશ્ચિત તો અન્ય સ્રોતથી ઉદ્ભવતા વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E$  અથવા વિદ્યુત સ્થિતિમાન  $V$  હોય છે. આપણે એવું ધારી લઈએ છીએ કે વિદ્યુતભાર, બાહ્યક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરતા અન્ય સ્રોતને ખાસ કંઈ અસર કરતા નથી. જો  $q$  ખૂબ નાનો હોય અથવા સ્રોતને અન્ય અજ્ઞાત બળો દ્વારા જકડી રાખેલા હોય તો આ સાચું છે. જો ખૂબ દૂર અનંત અંતરે રહેલા બહુ પ્રબળ સ્રોતને કારણે, આપણને રસ છે તે વિસ્તારમાં, નિશ્ચિત વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E$  ઉત્પન્ન થયેલ હોય તો  $q$  નિશ્ચિત હોવા છતાં તેની બાહ્યક્ષેત્ર પરની અસરને અવગણી શકાય છે. એ બરાબર નોંધો કે આપણને આપેલ વિદ્યુતભાર  $q$ ની (અને પછી વિદ્યુતભારોના તંત્રની) બાહ્યક્ષેત્રમાં સ્થિતિઊર્જા શોધવામાં રસ છે, આપણને આ બાહ્યક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરનારા સ્રોતની સ્થિતિઊર્જા શોધવામાં રસ નથી.

બાહ્ય ક્ષેત્ર  $E$  અને તેને અનુરૂપ બાહ્ય સ્થિતિમાન  $V$ , બિંદુએ બિંદુએ બદલાઈ શકે છે. વ્યાખ્યા મુજબ, P બિંદુએ  $V$ , એ એકમ ધન વિદ્યુતભારને અનંત અંતરેથી P બિંદુએ લાવવામાં કરેલું કાર્ય છે (આપણે અનંત અંતરે સ્થિતિમાન શૂન્ય લીધું છે). આમ, વિદ્યુતભાર  $q$ ને અનંત અંતરેથી બાહ્ય ક્ષેત્રમાંના P બિંદુએ લાવવામાં થતું કાર્ય  $qV$  છે. આ કાર્ય  $q$ ની સ્થિતિઊર્જા રૂપે સંગ્રહ પામે છે. જો બિંદુ Pનો સ્થાન સદિશ કોઈ ઉગમબિંદુની સાપેક્ષે  $r$  હોય તો આપણે,

બાહ્યક્ષેત્રમાં  $\mathbf{r}$  આગળ  $q$ ની સ્થિતિઊર્જા

$$= qV(\mathbf{r}) \quad (2.27)$$

લખી શકીએ છીએ, જ્યાં  $V(\mathbf{r})$  એ  $\mathbf{r}$  બિંદુએ બાહ્ય સ્થિતિમાન છે.

આમ, જો વિદ્યુતભાર  $q = e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  ધરાવતા ઇલેક્ટ્રોનને  $\Delta V = 1 \text{ volt}$ ના સ્થિતિમાન તફાવતમાંથી પ્રવેગિત કરવામાં આવે તો તે  $q\Delta V = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$  ઊર્જા પ્રાપ્ત કરે છે. ઊર્જાના આ એકમને 1 ઇલેક્ટ્રોન વોલ્ટ અથવા  $1 \text{ eV}$  તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે, એટલે કે  $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ .  $\text{eV}$  આધારિત એકમો વધુ વ્યાપક પ્રમાણમાં પરમાણુ, ન્યુક્લિયર અને કણ ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં વપરાય છે. ( $1 \text{ keV} = 10^3 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-16} \text{ J}$ ,  $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-13} \text{ J}$ ,  $1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-10} \text{ J}$ ,  $1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-7} \text{ J}$ ) (અગાઉ આ વ્યાખ્યા ધોરણ XI, ભૌતિકવિજ્ઞાન ભાગ-I, પાન 117, કોષ્ટક 6.1માં આપેલ છે.)

## 2.8.2 બાહ્ય ક્ષેત્રમાં બે વિદ્યુતભારોના તંત્રની સ્થિતિઊર્જા (Potential Energy of a System of Two Charges in an External Field)

હવે પછીનો આપણો પ્રશ્ન આ છે : બાહ્ય ક્ષેત્રમાં  $\mathbf{r}_1$  અને  $\mathbf{r}_2$  સ્થાનોએ રહેલા બે વિદ્યુતભારોના તંત્રની, સ્થિતિઊર્જા કેટલી હશે ? પ્રથમ, આપણે વિદ્યુતભાર  $q_1$ ને અનંત અંતરેથી  $\mathbf{r}_1$  પર લાવવા માટેનું કાર્ય ગણીએ. સમીકરણ (2.27) પરથી આ ક્રિયામાં કરેલું કાર્ય  $q_1 V(\mathbf{r}_1)$  છે. પછી આપણે  $q_2$ ને  $\mathbf{r}_2$  પર લાવવા માટેનું કાર્ય શોધીએ. આ માટે માત્ર બાહ્યક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$  ની વિરૂદ્ધમાં નહિ પણ  $q_1$ ના ક્ષેત્રની વિરૂદ્ધમાં પણ કાર્ય કરવું પડે છે.

બાહ્ય ક્ષેત્રની વિરૂદ્ધમાં  $q_2$  પર કરેલું કાર્ય

$$= q_2 V(\mathbf{r}_2)$$

$q_1$ ના ક્ષેત્રની વિરૂદ્ધમાં  $q_2$  પર કરેલું કાર્ય

$$= \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}}$$

જ્યાં  $r_{12}$ ,  $q_1$  અને  $q_2$  વચ્ચેનું અંતર છે. આપણે સમીકરણો (2.27) અને (2.22)નો ઉપયોગ કર્યો છે. ક્ષેત્રો માટેના સંપાતપણાના સિદ્ધાંત મુજબ આપણે બે ક્ષેત્રો ( $\mathbf{E}$  અને  $q_1$ નું ક્ષેત્ર) વિરૂદ્ધમાં  $q_2$  પર કરેલા કાર્યનો સરવાળો કરીએ :

$q_2$ ને  $\mathbf{r}_2$  એ લાવવા માટે કરેલું કાર્ય

$$= q_2 V(\mathbf{r}_2) + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} \quad (2.28)$$

આમ,

આ તંત્રની સ્થિતિઊર્જા

= આ ગોઠવણ કરવા માટે કરેલું કુલ કાર્ય

$$= q_1 V(\mathbf{r}_1) + q_2 V(\mathbf{r}_2) + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} \quad (2.29)$$

### ઉદાહરણ 2.5

- (a)  $(-9 \text{ cm}, 0, 0)$  અને  $(9 \text{ cm}, 0, 0)$  સ્થાનોએ રહેલા બે વિદ્યુતભારો અનુક્રમે  $7 \mu\text{C}$  અને  $-2 \mu\text{C}$ ના તંત્રની (બાહ્યક્ષેત્ર વિના) સ્થિત વિદ્યુત સ્થિતિઊર્જા શોધો.
- (b) આ બે વિદ્યુતભારોને એકબીજાથી અનંત અંતર સુધી જુદા પાડવા માટે કેટલું કાર્ય જરૂરી છે ?

(c) ધારો કે આ વિદ્યુતભારોના તંત્રને બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E = A(1/r^2)$ માં મૂકવામાં આવે છે. જ્યાં,  $A = 9 \times 10^5 \text{ NC}^{-1} \text{ m}^2$  છે, તો આ તંત્રની વિદ્યુત સ્થિતિઊર્જા કેટલી હશે ?

ઉકેલ

$$(a) U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} = 9 \times 10^9 \times \frac{7 \times (-2) \times 10^{-12}}{0.18} = -0.7 \text{ J}$$

$$(b) W = U_2 - U_1 = 0 - U = 0 - (-0.7) = 0.7 \text{ J}$$

(c) બે વિદ્યુતભારોની પરસ્પર આંતરક્રિયાની ઊર્જા બદલાતી નથી. ઉપરાંત, બે વિદ્યુતભારોની બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્ર સાથેની આંતરક્રિયાની ઊર્જા પણ છે. આમ આપણને

$$q_1 V(\mathbf{r}_1) + q_2 V(\mathbf{r}_2) = A \frac{7\mu\text{C}}{0.09\text{m}} + A \frac{-2\mu\text{C}}{0.09\text{m}}$$

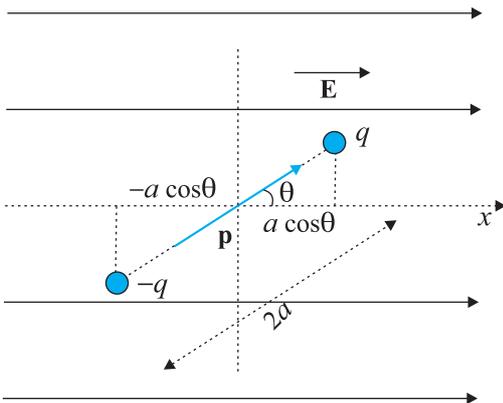
મળે અને કુલ વિદ્યુતસ્થિતિ ઊર્જા

$$q_1 V(\mathbf{r}_1) + q_2 V(\mathbf{r}_2) + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} = A \frac{7\mu\text{C}}{0.09\text{m}} + A \frac{-2\mu\text{C}}{0.09\text{m}} - 0.7 \text{ J}$$

$$= 70 - 20 - 0.7 = 49.3 \text{ J}$$

### 2.8.3 બાહ્યક્ષેત્રમાં ડાયપોલની સ્થિતિઊર્જા (Potential Energy of a Dipole in an External Field)

આકૃતિ 2.16માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે  $q_1 = +q$  અને  $q_2 = -q$  ધરાવતી એક ડાયપોલને એકસમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$ માં મૂકેલી વિચારો.



આકૃતિ 2.16 સમાન બાહ્યક્ષેત્રમાં ડાયપોલની સ્થિતિઊર્જા

છેલ્લા પ્રકરણમાં જોયું તેમ, સમાન વિદ્યુતક્ષેત્રમાં ડાયપોલ કોઈ પરિણામી (Net) બળ અનુભવતું નથી, પરંતુ તે ટોર્ક અનુભવે છે, જે

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E} \quad (2.30)$$

વડે અપાય છે. આ ટોર્ક તેને ભ્રમણ કરાવવાનો પ્રયત્ન કરે છે (સિવાય કે  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{E}$ ને સમાંતર કે પ્રતિસમાંતર હોય). ધારો કે તેના પર એક બાહ્ય ટોર્ક  $\boldsymbol{\tau}_{\text{ext}}$  એવી રીતે લગાડવામાં આવે છે કે તે આ ટોર્કને નાબૂદ કરે છે અને પુસ્તકના પૃષ્ઠના સમતલમાં, કોણીય પ્રવેગ સિવાય, અત્યંત સૂક્ષ્મ કોણીય ઝડપથી, કોણ  $\theta_0$  થી  $\theta_1$  સુધી ભ્રમણ કરાવે છે. આ દરમિયાન બાહ્ય ટોર્ક વડે થયેલું કાર્ય,

$$W = \int_{\theta_0}^{\theta_1} \tau_{\text{ext}}(\theta) d\theta = \int_{\theta_0}^{\theta_1} pE \sin\theta d\theta$$

$$= pE(\cos\theta_0 - \cos\theta_1) \quad (2.31)$$

આ કાર્ય તંત્રની સ્થિતિઊર્જા રૂપે સંગ્રહ પામે છે. આપણે ડાયપોલના નમન ( $\theta$ ) સાથે સ્થિતિઊર્જા  $U(\theta)$ ને સાંકળી શકીએ. અન્ય સ્થિતિઊર્જાઓની જેમ સ્થિતિઊર્જાને શૂન્ય લેવા માટેના કોણની પસંદગીમાં આપણને સ્વતંત્રતા છે. એક સ્વાભાવિક પસંદગી  $\theta_0 = \pi/2$  લેવાની છે. (આ માટેની સમજૂતી આ ચર્ચાના અંત ભાગમાં આપેલ છે.) આ પરથી આપણે

$$U(\theta) = pE(\cos \frac{\pi}{2} - \cos\theta) = -pE \cos\theta = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E} \quad (2.32)$$

લખી શકીએ.

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસિટન્સ

આ સમીકરણને વૈકલ્પિક રીતે સમીકરણ (2.29) પરથી પણ સમજી શકાય છે. આપણે સમીકરણ (2.29),  $+q$  અને  $-q$ ના આ તંત્રને લાગુ પાડીએ, તો સ્થિતિઊર્જાનું સૂત્ર

$$U'(\theta) = q[V(\mathbf{r}_1) - V(\mathbf{r}_2)] - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \times 2a} \quad (2.33)$$

અત્રે,  $\mathbf{r}_1$  અને  $\mathbf{r}_2$ ,  $+q$  અને  $-q$ ના સ્થાનસંદિશો દર્શાવે છે.  $\mathbf{r}_1$  અને  $\mathbf{r}_2$  સ્થાનો વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત, એકમ ધન વિદ્યુતભારને ક્ષેત્રની વિરૂદ્ધમાં  $\mathbf{r}_2$  થી  $\mathbf{r}_1$  પર લાવવા માટે કરવા પડતા કાર્ય બરાબર છે. બળને સમાંતર સ્થાનાંતર  $2a\cos\theta$  છે. આમ,  $[V(\mathbf{r}_1) - V(\mathbf{r}_2)] = -E \times 2a\cos\theta$ . આમ,

$$U'(\theta) = -pE\cos\theta - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \times 2a} = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E} - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \times 2a} \quad (2.34)$$

આપણને મળે. આપણે નોંધીએ કે આપેલ ડાયપોલ માટે  $U(\theta)$  કરતાં  $U'(\theta)$  માત્ર એક અચળાંક જેટલું જ જુદું પડે છે. સ્થિતિઊર્જા માટે અચળાંક અર્થપૂર્ણ નથી. તેથી સમીકરણ (2.34)માંના બીજા પદને આપણે છોડી દઈ શકીએ છીએ અને આમ કરવાથી તે સમીકરણ (2.32) જ બની જાય છે.

હવે આપણે સમજી શકીએ કે આપણે  $\theta_0 = \pi/2$  કેમ લીધું હતું. એ કિસ્સામાં,  $+q$  અને  $-q$ ને બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રની વિરૂદ્ધમાં લાવવા માટેનાં કાર્ય સમાન અને વિરૂદ્ધ છે અને તેથી નાબુદ થાય છે, એટલે કે  $q[V(\mathbf{r}_1) - V(\mathbf{r}_2)] = 0$ .

**ઉદાહરણ 2.6** એક દ્રવ્યના અણુને  $10^{-29}$  C m જેટલી કાયમી વિદ્યુત ડાયપોલ ચાકમાત્રા છે. આ દ્રવ્યના એક મોલ જથ્થાને  $10^6$  V m<sup>-1</sup> મૂલ્યનું પ્રબળ વિદ્યુતક્ષેત્ર લગાડીને (નીચા તાપમાને) ધ્રુવીભૂત કરેલ છે. ક્ષેત્રની દિશા એકાએક 60°ના કોણ જેટલી બદલવામાં આવે છે. આ દ્રવ્યની ડાયપોલ ક્ષેત્રની નવી દિશામાં ગોઠવાતાં મુક્ત થતી ઉષ્માની ગણતરી કરો. સરળતા ખાતર નમૂનાનું 100% ધ્રુવીભવન થયું છે એમ ધારો.

ઉકેલ અહીં, દરેક અણુની ડાયપોલ ચાકમાત્રા =  $10^{-29}$  C m

1 મોલ દ્રવ્યમાં  $6 \times 10^{23}$  અણુઓ હોય છે, તેથી બધાં અણુઓની કુલ

ડાયપોલ ચાકમાત્રા  $p = 6 \times 10^{23} \times 10^{-29}$  C m =  $6 \times 10^{-6}$  C m

પ્રારંભિક સ્થિતિઊર્જા  $U_i = -pE\cos\theta = -6 \times 10^{-6} \times 10^6 \cos 0^\circ = -6$  J

અંતિમ સ્થિતિઊર્જા (જ્યારે  $\theta = 60^\circ$ ),  $U_f = -6 \times 10^{-6} \times 10^6 \cos 60^\circ = -3$  J

સ્થિતિઊર્જાનો તફાવત =  $-3$  J -  $(-6$  J) =  $3$  J

આમ, સ્થિતિઊર્જામાં ઘટાડો થાય છે. આ ડાયપોલની ગોઠવણીમાં દ્રવ્ય દ્વારા ઉષ્મા રૂપે મુક્ત થતી ઊર્જા છે.

ઉદાહરણ 2.6

## 2.9 સુવાહકોનું સ્થિત વિદ્યુતશાસ્ત્ર

### (ELECTROSTATICS OF CONDUCTORS)

સુવાહકો અને અવાહકો વિષે પ્રકરણ-1માં ટૂંકમાં જણાવવામાં આવ્યું હતું. સુવાહકો ગતિશીલ વિદ્યુતભાર વાહકો ધરાવે છે. ધાત્વિક સુવાહકોમાં આ વિદ્યુતભાર વાહકો તરીકે ઇલેક્ટ્રોન છે. ધાતુમાં, બહારના (વેલન્સ) ઇલેક્ટ્રોન તેમના પિતૃ-પરમાણુઓથી છૂટા પડી જાય છે અને ગતિ કરવા માટે મુક્ત હોય છે. આ ઇલેક્ટ્રોન ધાતુની અંદર મુક્ત હોય છે પણ ધાતુને છોડવા માટે મુક્ત નથી. આ મુક્ત ઇલેક્ટ્રોન એક 'વાયુ' જેવું રચે છે, તેઓ એકબીજા સાથે અને આયનો સાથે અથડાય છે અને જુદી જુદી દિશાઓમાં અવ્યવસ્થિત (Random) ગતિ કરે છે. બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રમાં તેઓ ક્ષેત્રની દિશાની વિરૂદ્ધમાં ઘસડાય (Drift) છે. ન્યુક્લિયસ અને બંધિત ઇલેક્ટ્રોનના બનેલા ધન આયનો તેમનાં નિશ્ચિત સ્થાનો પર જ જકડાયેલાં રહે છે. વિદ્યુત દ્રાવણિય (Electrolytic) સુવાહકોમાં, વિદ્યુતભાર વાહકો તરીકે ધન

અને ઋણ આયનો બંને છે, પરંતુ આ કિસ્સામાં પરિસ્થિતિ એવી છે કે વિદ્યુતવાહકોની ગતિ પર, બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્ર અને કહેવાતા રાસાયણિક બળો (જુઓ પ્રકરણ-3) બંનેની અસર થાય છે. આપણે આપણી ચર્ચા ધાત્વિક ઘન સુવાહકો પુરતી મર્યાદિત રાખીશું. સુવાહકોના સ્થિતવિદ્યુતશાસ્ત્રને લગતાં અગત્યનાં પરિણામો નોંધીએ :

### 1. સુવાહકની અંદરના ભાગમાં સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે

એક તટસ્થ અથવા વિદ્યુતભારિત સુવાહકનો વિચાર કરો. બાહ્ય સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્ર પણ તેના પર હોઈ શકે છે. સ્થાયી સ્થિતિમાં, જ્યારે સુવાહકની અંદરના ભાગમાં કે તેની સપાટી પર કોઈ વિદ્યુતપ્રવાહ ન હોય ત્યારે સુવાહકની અંદરના ભાગમાં બધે વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે. આ હકીકતને સુવાહકને વ્યાખ્યાયિત કરતા ગુણધર્મ તરીકે લઈ શકાય છે. સુવાહકને મુક્ત ઈલેક્ટ્રોન હોય છે. જ્યાં સુધી વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય ન હોય, ત્યાં સુધી આ મુક્ત વિદ્યુતભાર વાહક કણો બળ અનુભવે છે અને ઘસડાય છે. સ્થાયી સ્થિતિમાં મુક્ત વિદ્યુતભારો સુવાહકમાં એવી રીતે વિતરિત થાય (વહેંચાય) છે કે સુવાહકની અંદર બધે વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે. સુવાહકની અંદર સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે.

### 2. વિદ્યુતભારિત સુવાહકની સપાટી પર સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર સપાટીને દરેક બિંદુએ લંબ હોય છે

જો  $E$  સપાટીને લંબ ન હોત તો તેનો કંઈક અ-શૂન્ય ઘટક સપાટીને સમાંતર હોત. આ સંજોગોમાં સપાટી પરના મુક્ત વિદ્યુતભારો બળ અનુભવત અને તેઓ ગતિ કરવા લાગત. આથી, સ્થાયી સ્થિતિમાં  $E$ નો કોઈ સ્પર્શીય ઘટક ન હોવો જોઈએ. આમ, વિદ્યુતભારિત સુવાહકની સપાટી પર સ્થિતવિદ્યુતક્ષેત્ર સપાટીને દરેક બિંદુએ લંબ હોવું જ જોઈએ. (કોઈ વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા ન હોય તેવા સુવાહક માટે સપાટી પર પણ ક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે.) જુઓ પરિણામ-5.

### 3. સ્થાયી સ્થિતિમાં સુવાહકના અંદરના ભાગમાં વધારાનો વિદ્યુતભાર હોઈ શકે નહિ

કોઈ તટસ્થ સુવાહકના દરેક નાના સપાટી ખંડ કે કદ ખંડમાં સમાન જથ્થાના ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારો હોય છે. જ્યારે સુવાહકને વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે ત્યારે સ્થાયી સ્થિતિમાં વધારાનો વિદ્યુતભાર માત્ર સપાટી પર જ રહી શકે છે. ગોસના નિયમ પરથી આ બાબત ફલિત થાય છે. સુવાહકની અંદરના ભાગમાં કોઈ યાદચ્છિક કદ ખંડ  $U$ નો વિચાર કરો. કદખંડ  $U$ ને ઘેરતી બંધ સપાટી  $S$  પર સ્થિતવિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય છે. આમ,  $S$ માંથી પસાર થતું કુલ વિદ્યુતફલકસ શૂન્ય છે. આથી, ગોસના નિયમ મુજબ  $S$  વડે કોઈ ચોખ્ખો (net પરિણામી) વિદ્યુતભાર ઘેરાતો નથી. પણ આવી સપાટી  $S$  તમે ગમે તેટલી નાની બનાવી શકો છો એટલે કે કદ  $U$  અલોપ થઈ શકે તેટલું નાનું (Vanishingly Small) લઈ શકાય. આનો અર્થ એ કે સુવાહકની અંદરના ભાગમાં કોઈપણ બિંદુએ કોઈ ચોખ્ખો (Net) વિદ્યુતભાર હોતો નથી અને વધારાનો કોઈપણ વિદ્યુતભાર સપાટી પર જ રહેવો જોઈએ.

### 4. સુવાહકના સમગ્ર કદમાં સ્થિત વિદ્યુતસ્થિતિમાન અચળ હોય છે અને અંદરના ભાગમાં તેનું મૂલ્ય સપાટી પરના મૂલ્ય જેટલું જ હોય છે

આ બાબત ઉપરના પરિણામો 1 અને 2 પરથી સમજી શકાય છે. સુવાહકની અંદરના ભાગમાં  $E = 0$  હોવાથી અને સપાટી પર  $E$ નો કોઈ સ્પર્શીય ઘટક ન હોવાથી નાના પરીક્ષણ વિદ્યુતભારને સુવાહકની અંદરના ભાગમાં અને સપાટી પર ગતિ કરાવવા માટે કોઈ કાર્ય કરવું પડતું નથી એટલે કે સુવાહકની અંદરના કે સપાટી પરના કોઈપણ બે બિંદુઓ વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત નથી તેથી આ પરિણામ મળે છે. જો સુવાહક વિદ્યુતભારિત હોય તો વિદ્યુતક્ષેત્ર સપાટીને લંબરૂપે હોય છે, એનો અર્થ એ કે સપાટી પરનું સ્થિતિમાન અને સપાટીની તરત બહારના બિંદુનું સ્થિતિમાન જુદાં છે.

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસિટન્સ

યાદસ્થિતક પરિમાણ, આકાર અને વિદ્યુતભાર-વિતરણ ધરાવતા સુવાહકોના તંત્રમાં દરેક સુવાહકને લાક્ષણિક અચળ મૂલ્યનું સ્થિતિમાન હોય છે, પરંતુ આ અચળાંક જુદા જુદા સુવાહક માટે જુદો હોઈ શકે છે.

### 5. વિદ્યુતભારિત સુવાહકની સપાટી પર વિદ્યુતક્ષેત્ર :

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n} \quad (2.35)$$

છે, જ્યાં  $\sigma$  વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા છે અને  $\hat{n}$  સપાટીને લંબ બહારની તરફ એકમ સદિશ છે.

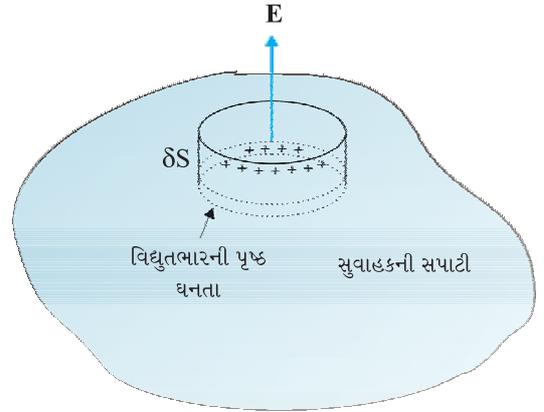
આ પરિણામ સાધિત કરવા માટે સપાટી પરના P બિંદુની આસપાસ એક પીલ-બોક્સ (Pill-box, એક ટૂંકો નળાકાર) ગોસિયન સપાટી તરીકે, આકૃતિ 2.17 મુજબ પસંદ કરો. પીલ-બોક્સ સુવાહકની સપાટીની અંશતઃ અંદર અને અંશતઃ બહાર છે. તેને આડછેદનું અલ્પ ક્ષેત્રફળ  $\delta S$  અને અવગણ્ય ઊંચાઈ છે.

સપાટીની અંદરના તરતના ભાગમાં સ્થિતવિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય છે અને બહારના તરતના ભાગમાં ક્ષેત્ર સપાટીને લંબ અને E મૂલ્યનું છે. આમ, પીલ-બોક્સમાંથી કુલ ફ્લક્સ માટેનો ફાળો પીલ-બોક્સના બહારના (વર્તુળાકાર) આડછેદમાંથી જ આવે છે. આનું મૂલ્ય  $\pm E\delta S$  ( $\sigma > 0$  માટે ધન,  $\sigma < 0$  માટે ઋણ) બરાબર છે, કારણ કે, અલ્પ ક્ષેત્રફળ  $\delta S$  પર Eને અચળ ગણી શકીએ અને E અને  $\delta S$  સમાંતર કે પ્રતિસમાંતર છે. પીલ બોક્સ વડે ઘેરાયેલો વિદ્યુતભાર  $\sigma\delta S$  છે. ગોસના નિયમ પરથી,

$$E\delta S = \frac{|\sigma|\delta S}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{|\sigma|}{\epsilon_0} \quad (2.36)$$

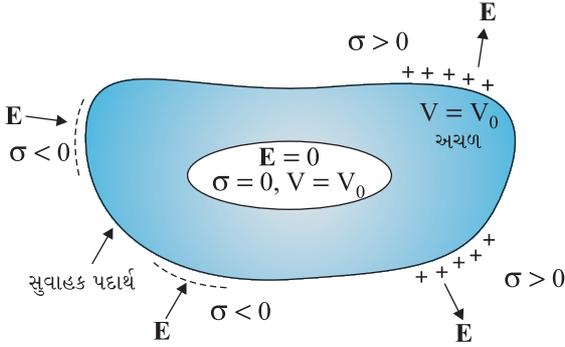
વિદ્યુતક્ષેત્ર સપાટીને લંબ છે તે હકીકતનો સમાવેશ કરતાં આપણને સમીકરણ (2.35) મુજબનો સદિશ સંબંધ મળે છે, વળી, તે  $\sigma$ ના બંને ચિહ્ન માટે સાચો છે.  $\sigma > 0$  માટે વિદ્યુતક્ષેત્ર સપાટીને લંબ બહાર તરફ છે.  $\sigma < 0$  માટે વિદ્યુતક્ષેત્ર સપાટીને લંબ અંદર તરફ છે.



આકૃતિ 2.17 વિદ્યુતભારિત સુવાહકની સપાટી પરના વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે સમીકરણ (2.35) સાધિત કરવા માટે પસંદ કરેલ ગોસિયન સપાટી (પીલ-બોક્સ)

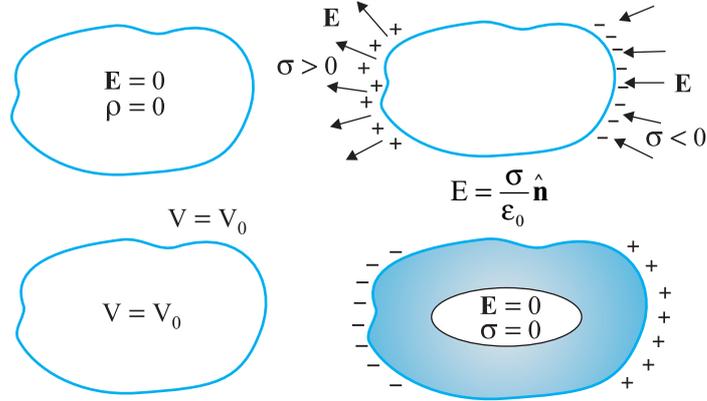
### 6. સ્થિતવિદ્યુત શીલ્ડીંગ

એક બખોલ (Cavity) ધરાવતા સુવાહકનો વિચાર કરો. બખોલની અંદર કોઈ વિદ્યુતભાર નથી. એક નોંધપાત્ર પરિણામ એ મળે છે કે બખોલનું પરિમાણ કે આકાર ગમે તે હોય, સુવાહક પર ગમે તે વિદ્યુતભાર હોય અને સુવાહકને ગમે તે બાહ્યક્ષેત્રમાં મૂકવામાં આવે તો પણ બખોલમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે. આ પરિણામનો એક સાદો કિસ્સો આપણે સાબિત કરેલો જ છે : વિદ્યુતભારિત કવચની અંદરના ભાગમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે (જુઓ પ્રકરણ-1). પરંતુ સુવાહકની અંદર (વિદ્યુતભાર-વિહિન) બખોલની અંદરના ભાગમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોવું એ, ઉપર જણાવ્યું તેમ બહુ વ્યાપક પરિણામ છે. આની સાથે સંબંધ ધરાવતું પરિણામ એ છે કે, સુવાહકને વિદ્યુતભારિત કરેલો હોય અથવા બાહ્ય ક્ષેત્ર વડે તટસ્થ સુવાહક પર વિદ્યુતભારોને પ્રેરિત કરવામાં આવે તો પણ બધા વિદ્યુતભારો, બખોલ ધરાવતા સુવાહકની બાહ્ય સપાટી પર જ રહેતા હોય છે.



આકૃતિ 2.18માં નોંધેલાં પરિણામોની સાબિતિઓ અહીં છોડી દઈએ છીએ, પરંતુ આપણે તેનો અગત્યનો સૂચિતાર્થ નોંધીએ. સુવાહકની બહાર ગમે તે વિદ્યુતભાર કે ક્ષેત્ર હોય, પણ સુવાહકની અંદરની બખોલ બહારની વિદ્યુત અસરોથી હંમેશાં શીલ્ડેડ (Shielded-સુરક્ષિત) રહે છે : બખોલની અંદર વિદ્યુતક્ષેત્ર હંમેશાં શૂન્ય હોય છે. આને સ્થિતવિદ્યુત શીલ્ડીંગ કહે છે. આ અસરનો ઉપયોગ સંવેદી ઉપકરણોને બહારની વિદ્યુત અસરોથી બચાવવા માટે કરી શકાય છે. આકૃતિ 2.19 સુવાહકના અગત્યના સ્થિતવિદ્યુત ગુણધર્મોનો સારાંશ આપે છે.

**આકૃતિ 2.18** કોઈ પણ સુવાહકની બખોલની અંદરના ભાગમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય છે. બખોલ ધરાવતા સુવાહકની બાહ્ય સપાટી પર જ બધા વિદ્યુતભાર રહે છે. (બખોલમાં કોઈ વિદ્યુતભારો મૂકેલા નથી)



**આકૃતિ 2.19** સુવાહકના કેટલાક અગત્યના સ્થિત વિદ્યુત ગુણધર્મો

**ઉદાહરણ 2.7**

- કોઈ માણસના સૂકા વાળમાંથી પસાર કરેલો કાંસકો કાગળના નાના ટુકડાઓને આકર્ષે છે. શા માટે ? જો વાળ ભીના હોય અથવા તે વરસાદી દિવસ હોય તો શું થાય ? (યાદ રાખો કે કાગળ વિદ્યુતનું વહન કરતો નથી.)
- સામાન્ય રબર અવાહક છે. પરંતુ વિમાનના વિશિષ્ટ રબરના ટાયરો સ્ટેજ સુવાહક બનાવવામાં આવે છે. આવું શા માટે જરૂરી છે ?
- દહનશીલ દ્રવ્યોને લઈ જતા વાહનોમાં જમીનને અડકતા હોય તેવા ધાતુના દોરડા રાખેલા હોય છે. શા માટે ?
- ખુલ્લી હાઈપાવર લાઈન પર પક્ષી આરામથી બેસે છે તો પણ તેને કંઈ થતું નથી. જમીન પર ઉભેલો માણસ તે જ લાઈનને સ્પર્શે તો તેને પ્રાણઘાતક આંચકો લાગે છે. શા માટે ?

**ઉકેલ**

- આનું કારણ એ છે કે, કાંસકો ઘર્ષણથી વિદ્યુતભારિત થાય છે. આ વિદ્યુતભારિત કાંસકા વડે કાગળની અંદરના અણુઓ ધ્રુવીભૂત થાય છે, તેના પરિણામે ચોખ્ખું (Net) આકર્ષણ બળ ઉદ્ભવે છે. જો વાળ ભીના હોય અથવા તે વરસાદી દિવસ હોય તો વાળ અને કાંસકા વચ્ચે ઘર્ષણ ઘટી જાય છે. કાંસકો વિદ્યુતભારિત થતો નથી અને તેથી તે કાગળના નાના ટુકડાઓને આકર્ષતો નથી.

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસિટન્સ

- (b) (ઘર્ષણથી ઉદ્ભવતા) વિદ્યુતભારને જમીનમાં વહન કરાવી દેવા માટે આમ કરાય છે. જો ખૂબ સ્થિત વિદ્યુતભાર એકઠો થાય તો તણખા (Spark) થઈ શકે અને પરિણામે આગ લાગી શકે.
- (c) કારણ (b)ના જેવું જ છે.
- (d) જ્યારે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત હોય ત્યારે જ પ્રવાહ પસાર થાય છે.

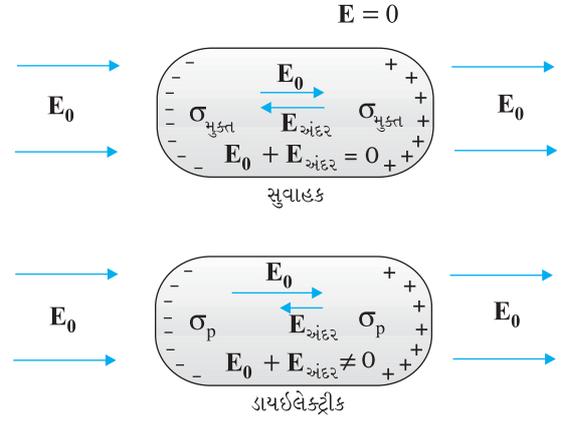
ઉદાહરણ 2.7

### 2.10 ડાયઇલેક્ટ્રીક અને ધ્રુવીભવન (DIELECTRIC AND POLARISATION)

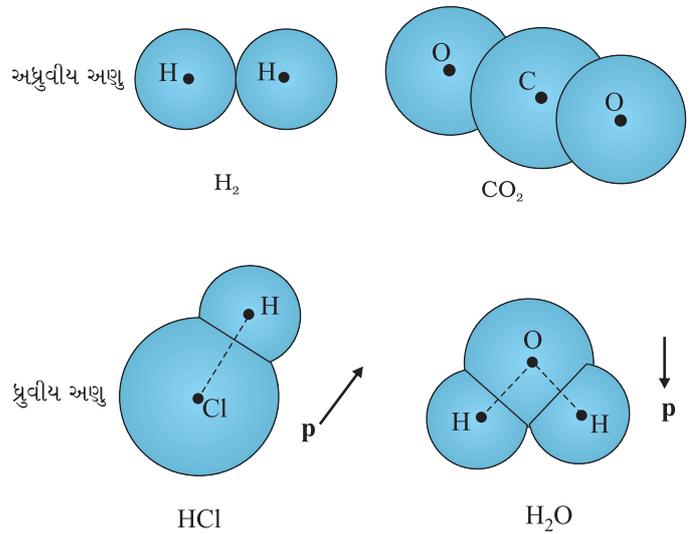
ડાયઇલેક્ટ્રીક અવાહક પદાર્થો છે. સુવાહકથી વિરુદ્ધ તેમનામાં વિદ્યુતભાર વાહકો હોતા નથી (અથવા અવગણ્ય સંખ્યાના હોય છે). પરિચ્છેદ 2.9 પરથી, સુવાહકને બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રમાં મૂકતાં શું થાય છે તે યાદ કરો. મુક્ત વિદ્યુતવાહક કણો ગતિ કરે છે અને સુવાહકમાં વિદ્યુતભાર વિતરણ સ્વયં એવી રીતે ગોઠવાય છે કે પ્રેરિત વિદ્યુતભારોને લીધે ઉદ્ભવતું વિદ્યુતક્ષેત્ર, બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રનો સુવાહકની અંદર વિરોધ કરે છે. સ્થાયી સ્થિતિમાં બંને વિદ્યુતક્ષેત્રો એકબીજાને નાબૂદ કરે અને સુવાહકમાં ચોખ્ખું (Net) વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય બને ત્યાં સુધી આવું થાય છે. ડાયઇલેક્ટ્રીકમાં વિદ્યુતભારોની મુક્ત ગતિ શક્ય નથી. બાહ્યક્ષેત્ર ડાયઇલેક્ટ્રીકના અણુઓને ખેંચીને કે પુનઃગોઠવણીથી ડાયપોલ ચાકમાત્રા પ્રેરિત કરે છે. બધી આણ્વિક ડાયપોલ ચાકમાત્રાની સામૂહિક અસર ડાયઇલેક્ટ્રીકની સપાટી પર ચોખ્ખા વિદ્યુતભાર રૂપે જણાય છે. આ વિદ્યુતભારો બાહ્ય ક્ષેત્રનો વિરોધ કરતું ક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. જો કે સુવાહકથી વિપરિત આ કિસ્સામાં આ રીતે પ્રેરિત થયેલું વિરોધક ક્ષેત્ર બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રને પૂરેપૂરું નાબૂદ કરતું નથી. તે માત્ર તેને ઘટાડે છે. આ અસરનું પ્રમાણ ડાયઇલેક્ટ્રીકના પ્રકાર પર આધારિત છે. આ અસરને સમજવા માટે આપણે આણ્વિક સ્તરે ડાયઇલેક્ટ્રીકનું વિદ્યુતભાર વિતરણ જોવું જોઈએ.

દ્રવ્યના અણુઓ ધ્રુવીય કે અધ્રુવીય હોઈ શકે. અધ્રુવીય અણુમાં, ધન વિદ્યુતભારનું કેન્દ્ર અને ઋણ વિદ્યુતભારનું કેન્દ્ર એકબીજા પર સંપાત થાય છે. આથી, અણુને કોઈ કાયમી (કે આંતરિક) ડાયપોલ ચાકમાત્રા હોતી નથી. અધ્રુવીય અણુઓનાં ઉદાહરણ ઓક્સિજન ( $O_2$ ) અને હાઈડ્રોજન ( $H_2$ ) અણુઓ છે, જેઓને તેમની સંમિતિને લીધે કોઈ ડાયપોલ ચાકમાત્રા હોતી નથી. બીજી બાજુ, ધ્રુવીય અણુ એવો હોય છે કે જેમાં ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારોનાં કેન્દ્રો (બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્ર ન હોય ત્યારે પણ) જુદાં જુદાં હોય છે. આવા અણુઓને કાયમી ડાયપોલ ચાકમાત્રા હોય છે. HCl જેવો આયોનિક અણુ અથવા પાણી ( $H_2O$ )નો અણુ એ ધ્રુવીય અણુઓનાં ઉદાહરણ છે.

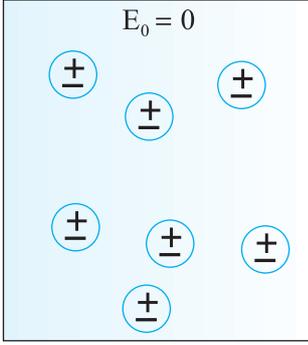
બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રમાં, અધ્રુવીય અણુના ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારો પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશાઓમાં સ્થાનાંતર પામે છે. જ્યારે અણુઓના ઘટક વિદ્યુતભારો પરનું બાહ્યબળ (અણુની અંદરના આંતરિક ક્ષેત્રને લીધે લાગતા) પુનઃસ્થાપક બળ વડે સમતુલિત થાય છે ત્યારે સ્થાનાંતર અટકી જાય છે. આમ, અધ્રુવીય અણુમાં પ્રેરિત ડાયપોલ ચાકમાત્રા ઉદ્ભવે છે. બાહ્યવિદ્યુતક્ષેત્ર વડે ડાયઇલેક્ટ્રીક ધ્રુવીભૂત થયો એમ કહેવાય છે.



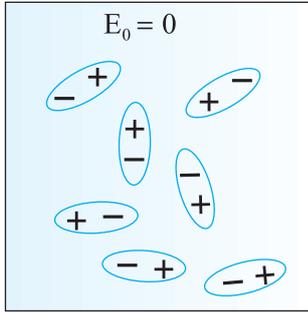
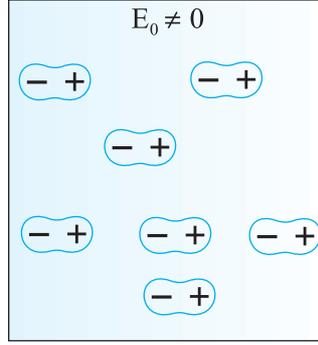
આકૃતિ 2.20 બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રમાં સુવાહક અને ડાયઇલેક્ટ્રીકની વર્તણૂકમાં તફાવત



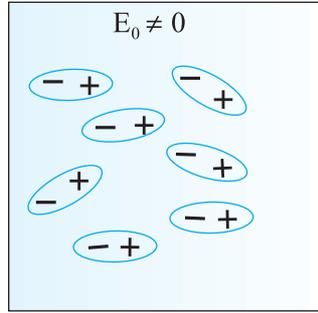
આકૃતિ 2.21 ધ્રુવીય અને અધ્રુવીય અણુઓના કેટલાંક ઉદાહરણો



(a) અધ્રુવીય અણુઓ



(b) ધ્રુવીય અણુઓ



આકૃતિ 2.22 બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રમાં મૂકેલ ડાયઇલેક્ટ્રીકમાં ચોખ્ખી ડાયપોલ ચાકમાત્રા ઉદ્ભવે છે. (a) અધ્રુવીય અણુઓ (b) ધ્રુવીય અણુઓ

આપણે માત્ર એવી સરળ પરિસ્થિતિનો વિચાર કરીએ છીએ કે જ્યારે પ્રેરિત ડાયપોલ ચાકમાત્રા ક્ષેત્રની દિશામાં છે અને તે ક્ષેત્રની તીવ્રતાના સમપ્રમાણમાં છે. (જે દ્રવ્યો માટે આ પૂર્વધારણા સાચી રહે તેમને રેખીય સમદિગ્ધર્મી ડાયઇલેક્ટ્રીક કહે છે.) બાહ્ય ક્ષેત્રની હાજરીમાં જુદા જુદા અણુઓની ડાયપોલ ચાકમાત્રાઓનો સરવાળો થઈને ડાયઇલેક્ટ્રીકની ચોખ્ખી (Net) ડાયપોલ ચાકમાત્રા મળે છે.

ધ્રુવીય અણુઓ ધરાવતા ડાયઇલેક્ટ્રીકમાં પણ વિદ્યુતક્ષેત્રમાં ડાયપોલ ચાકમાત્રા ઉત્પન્ન થાય છે, પણ તે બીજા કારણથી. બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રની ગેરહાજરીમાં કાયમી ડાયપોલ્સ ઉખીય ગતિને લીધે અસ્તવ્યસ્ત ગોઠવાયેલી હોય છે, આથી કુલ ડાયપોલ ચાકમાત્રા શૂન્ય હોય છે. જ્યારે બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્ર લગાડવામાં આવે છે ત્યારે વ્યક્તિગત ડાયપોલ ચાકમાત્રાઓ ક્ષેત્રને સમાંતર બનવાનો પ્રયત્ન કરે છે. આથી, બધા અણુઓ માટે સરવાળો કરતાં, વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશામાં ચોખ્ખી (Net) ડાયપોલ ચાકમાત્રા મળે છે, એટલે કે ડાયઇલેક્ટ્રીકનું ધ્રુવીભવન થાય છે. ધ્રુવીભવનનું પ્રમાણ નીચેના બે પરસ્પર વિરોધી પરિબલોની સાપેક્ષ પ્રબળતા પર આધારિત છે :

બાહ્યક્ષેત્રમાં ડાયપોલ સ્થિતિઊર્જા કે જે ડાયપોલ્સને ક્ષેત્રને સમાંતર ગોઠવવાનો પ્રયત્ન કરે છે તે અને ઉખીય ઊર્જા જે આવી ગોઠવણને ઇન્ન ભિન્ન કરવાનો પ્રયત્ન કરે છે તે. વધારામાં અધ્રુવીય અણુઓની જેમ 'પ્રેરિત ડાયપોલ ચાકમાત્રા' અસર પણ હોય છે પરંતુ સામાન્ય રીતે ધ્રુવીય અણુઓ માટે સમાંતર ગોઠવાઈ જવાની અસર વધારે મહત્વની છે.

આમ, ધ્રુવીય કે અધ્રુવીય દરેક કિસ્સામાં બાહ્ય ક્ષેત્રની હાજરીમાં ડાયઇલેક્ટ્રીકમાં પરિણામી (Net) ડાયપોલ ચાકમાત્રા ઉત્પન્ન થાય છે. એકમ કદ દીઠ ડાયપોલ ચાકમાત્રાને પોલરાઇઝેશન (ધ્રુવીભવન) કહે છે અને તેને  $\mathbf{P}$  વડે દર્શાવાય છે. રેખીય સમદિગ્ધર્મી (સમદૈશિક) ડાયઇલેક્ટ્રીક માટે

$$\mathbf{P} = \chi_e \mathbf{E} \quad (2.37)$$

જ્યાં,  $\chi_e$  ડાયઇલેક્ટ્રીકનો લાક્ષણિક અચળાંક છે અને તેને ડાયઇલેક્ટ્રીક માધ્યમની વિદ્યુત સસેપ્ટીબીલીટી કહે છે.

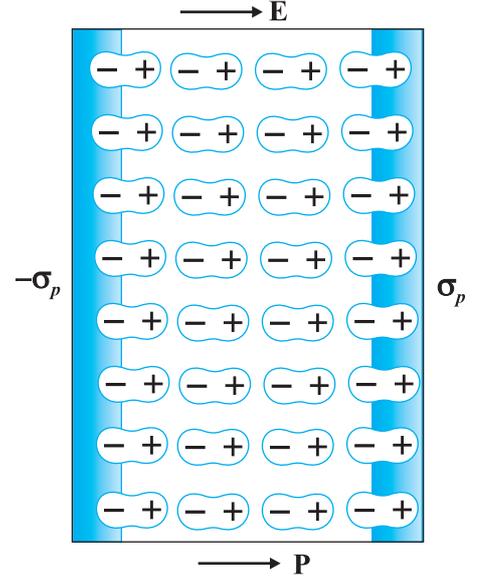
$\chi_e$  ના દ્રવ્યના આણ્વિક ગુણધર્મો સાથેના સંબંધો મેળવી શકાય છે પરંતુ આપણે અહીં તેમ કરીશું નહિ.

પ્રશ્ન આ છે : ધ્રુવીભૂત થયેલ ડાયઇલેક્ટ્રીક તેના અંદરના ભાગમાં મૂળ વિદ્યુતક્ષેત્રમાં કેવો ફેરફાર કરે છે ? સરળતા ખાતર, લંબઘન ડાયઇલેક્ટ્રીક ચોસલાને બાહ્ય સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}_0$  માં તેની બે બાજુઓ  $\mathbf{E}_0$  ને સમાંતર રહે તેમ મૂકેલો વિચારીએ. ક્ષેત્ર ડાયઇલેક્ટ્રીકમાં સમાન પોલરાઇઝેશન  $\mathbf{P}$  ઉપજાવે છે. આમ, ચોસલાનો દરેક કદ ખંડ  $\Delta v$ ,  $\mathbf{P} \Delta v$  જેટલી ડાયપોલ ચાકમાત્રા ક્ષેત્રની દિશામાં ધરાવે છે. કદ ખંડ  $\Delta v$  સ્થૂળ દૃષ્ટિએ નાનો છે પરંતુ ઘણી મોટી સંખ્યાના આણ્વિક ડાયપોલ ધરાવે છે. ડાયઇલેક્ટ્રીકની અંદર ક્યાંય પણ કદ ખંડ  $\Delta v$  ને કોઈ ચોખ્ખો (Net) વિદ્યુતભાર નથી.

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસિટન્સ

(જો કે તેને ચોખ્ખી ડાયપોલ ચાકમાત્રા છે). આનું કારણ એ છે કે એક ડાયપોલનો ધન વિદ્યુતભાર બાજુની ડાયપોલના ઋણ વિદ્યુતભારની પાસે બેઠેલો છે. આમ છતાં વિદ્યુતક્ષેત્રને લંબ એવી ડાયઇલેક્ટ્રીકની સપાટીઓ પર ચોખ્ખી વિદ્યુતભાર ઘનતા હોય છે. આકૃતિ 2.23માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે જમણી સપાટી પર ડાયપોલના ધન છેડાઓ અને ડાબી સપાટી પર ડાયપોલના ઋણ છેડાઓ તટસ્થીકરણ પામેલા નથી. આ અસમતુલિત વિદ્યુતભારો વિદ્યુતક્ષેત્રને લીધે પ્રેરિત થયેલા વિદ્યુતભારો છે.

આમ, ધ્રુવીભૂત થયેલ ડાયઇલેક્ટ્રીક, પ્રેરિત વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા  $\sigma_p$  અને  $-\sigma_p$  ધરાવતી બે વિદ્યુતભારિત સપાટીઓને સમતુલ્ય છે. સ્પષ્ટપણે, આ પૃષ્ઠ વિદ્યુતભારો વડે ઉદ્ભવતું ક્ષેત્ર, બાહ્ય ક્ષેત્રનો વિરોધ કરે છે. ડાયઇલેક્ટ્રીકની અંદરના ભાગમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર, ત્યાં ડાયઇલેક્ટ્રીક ન હોતો ત્યારે જે ક્ષેત્ર હતું તેના કરતાં ઘટી જાય છે. આપણે એ નોંધવું જોઈએ કે વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા  $\pm\sigma_p$ , ડાયઇલેક્ટ્રીકમાંના બંધિત વિદ્યુતભારો (મુક્ત વિદ્યુતભારો નહિ)ને લીધે ઉત્પન્ન થાય છે.



આકૃતિ 2.23 સમાન રીતે ધ્રુવીભૂત થયેલ ડાયઇલેક્ટ્રીકને પ્રેરિત વિદ્યુતભાર પૃષ્ઠઘનતા છે પણ વિદ્યુતભાર કદ ઘનતા નથી

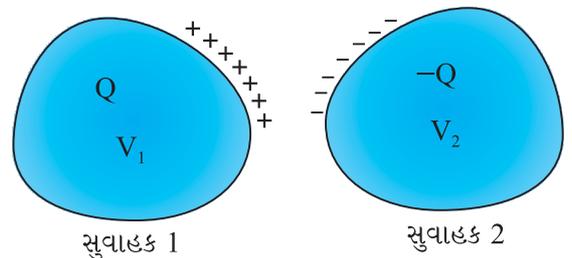
### 2.11 કેપેસિટરો અને કેપેસિટન્સ (CAPACITORS AND CAPACITANCE)

કેપેસિટર (સંધારક) એ એકબીજાથી અલગ કરેલા બે સુવાહકોથી બનતી રચના છે (આકૃતિ 2.24). સુવાહકો પર ધારોકે વિદ્યુતભારો  $Q_1$  અને  $Q_2$  છે અને તેમનાં સ્થિતિમાનો  $V_1$  અને  $V_2$  છે. સામાન્યતઃ વ્યવહારમાં બે સુવાહકો પર વિદ્યુતભારો  $Q$  અને  $-Q$  હોય છે અને તેમની વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V = V_1 - V_2$  છે. આપણે માત્ર આવી વિદ્યુતભાર સંરચના ધરાવતા કેપેસિટરનો વિચાર કરીશું. (એક સુવાહકને પણ બીજો સુવાહક અનંત અંતરે ધારી લઈને કેપેસિટર તરીકે વાપરી શકાય.) સુવાહકોને બેટરીના બે ટર્મિનલ સાથે જોડીને આ રીતે વિદ્યુતભારિત કરી શકાય છે.  $Q$ ને કેપેસિટરનો વિદ્યુતભાર કહે છે, જો કે તે હકીકતમાં, એક જ સુવાહક પરનો વિદ્યુતભાર છે. વળી, કેપેસિટરનો કુલ વિદ્યુતભાર તો શૂન્ય છે.

સુવાહકોની વચ્ચેના વિસ્તારમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર, વિદ્યુતભાર  $Q$ ને સમપ્રમાણમાં છે. એટલે કે કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર બે ગણો કરવામાં આવે તો, દરેક બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર પણ બે ગણું થશે (કુલંબના નિયમમાં વિદ્યુતભાર અને ક્ષેત્ર વચ્ચેની સપ્રમાણતા અને સંપાતપણાના સિદ્ધાંત પરથી આ બાબત સમજાય છે). હવે, સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V$ , નાના પરીક્ષણ વિદ્યુતભારને સુવાહક 2 થી 1 પર લઈ જતાં એકમ ધન વિદ્યુતભાર દીઠ ક્ષેત્ર વિરૂદ્ધ કરેલું કાર્ય છે. પરિણામે  $V$  પણ  $Q$ ને સમપ્રમાણમાં છે અને  $Q/V$  ગુણોત્તર અચળ છે :

$$C = \frac{Q}{V} \quad (2.38)$$

અચળાંક  $C$ ને કેપેસિટરનું કેપેસિટન્સ (સંધારકની ક્ષમતા) કહે છે. ઉપર જણાવ્યું તેમ  $C$ ,  $Q$  અને  $V$  બંનેથી સ્વતંત્ર છે. કેપેસિટન્સ  $C$  બે સુવાહકોની માત્ર ભૌમિતિક સંરચના (આકાર, માપ, અંતર) પર આધારિત છે [આપણે આગળ જોઈશું કે તે બે સુવાહકોને અલગ કરતાં અવાહક (ડાયઇલેક્ટ્રીક) પર પણ આધાર રાખે છે]. કેપેસિટન્સનો SI એકમ 1 farad (= 1 coulomb volt<sup>-1</sup>) અથવા 1 F = 1 C V<sup>-1</sup> છે. નિશ્ચિત કેપેસિટન્સ ધરાવતા કેપેસિટરને પ્રતિકાત્મકરૂપે  $\text{---}||\text{---}$  તરીકે દર્શાવાય છે અને ચલિત કેપેસિટન્સ ધરાવતા કેપેસિટરને  $\text{---}||\text{---}$  તરીકે દર્શાવાય છે.



આકૃતિ 2.24 અવાહક વડે અલગ કરેલ બે સુવાહકોનું તંત્ર કેપેસિટર રચે છે

સમીકરણ (2.38) દર્શાવે છે કે,  $C$ નું મૂલ્ય મોટું હોય તો, આપેલા  $Q$  માટે  $V$  નાનું છે. આનો અર્થ એ કે મોટું કેપેસિટન્સ ધરાવતું કેપેસિટર, પ્રમાણમાં નાના  $V$  માટે મોટા જથ્થાનો વિદ્યુતભાર ધારણ કરી શકે છે. આનું વ્યાવહારિક મહત્વ છે. વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત વધારે હોય તો સુવાહકની આસપાસ પ્રબળ વિદ્યુતક્ષેત્ર હોય છે. પ્રબળ વિદ્યુત ક્ષેત્ર આસપાસની હવાનું આયનીકરણ કરી શકે છે અને આ રીતે ઉત્પન્ન થયેલા વિદ્યુતભારોને વિરૂદ્ધ રીતે વિદ્યુતભારિત પ્લેટો તરફ પ્રવેગિત કરી શકે છે અને કેપેસિટરની પ્લેટો પરના વિદ્યુતભારને અંશતઃ પણ તટસ્થ કરી દે છે. બીજા શબ્દોમાં કેપેસિટરનો વિદ્યુતભાર વચ્ચેના માધ્યમની અવાહક તરીકેની ક્ષમતા ઘટવાથી સ્ખલન પામે છે (Leaks).

ડાયઇલેક્ટ્રિક માધ્યમ (તેનો અવાહકતાનો ગુણધર્મ) બ્રેક-ડાઉન થયા સિવાય, જે મહત્તમ વિદ્યુતક્ષેત્રનો સામનો કરી શકે તેને ડાયઇલેક્ટ્રિક સ્ટ્રેન્થ (મજબૂતાઈ) કહે છે. હવા માટે તે લગભગ  $3 \times 10^6 \text{ V m}^{-1}$  છે. બે સુવાહકો વચ્ચેના 1 cmના કમના અંતર માટે આ ક્ષેત્રને અનુરૂપ સ્થિતિમાનનો તફાવત  $3 \times 10^4 \text{ V}$  છે. આમ, મોટા જથ્થાના વિદ્યુતભારને સ્ખલન (Leak) થયા વિના ધારણ કરવા માટે કેપેસિટરનું કેપેસિટન્સ પુરતું મોટું હોવું જોઈએ કે જેથી સ્થિતિમાન તફાવત અને તેથી વિદ્યુતક્ષેત્ર બ્રેક-ડાઉન સીમાથી વધી ન જાય. બીજી રીતે કહીએ તો, આપેલા કેપેસિટર પર ખાસ સ્ખલન (Leak) થયા વિના વિદ્યુતભારને સંગ્રહ કરવાની એક સીમા હોય છે. વ્યવહારમાં farad ખૂબ મોટો એકમ છે, બહુ વ્યાપક રીતે વપરાતા એકમો તેના અપૂર્ણાંક ગુણાંકો છે,  $1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$ ,  $1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}$ ,  $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$ , વગેરે. વિદ્યુતભારના સંગ્રહ કરવાના તેના ઉપયોગ ઉપરાંત, મોટાભાગના મહત્વના ac પરિપથોમાં કેપેસિટર એ એક ચાવીરૂપ ઘટક છે, જે પ્રકરણ 7માં સમજાવેલ છે.

## 2.12 સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટર (PARALLEL PLATE CAPACITOR)

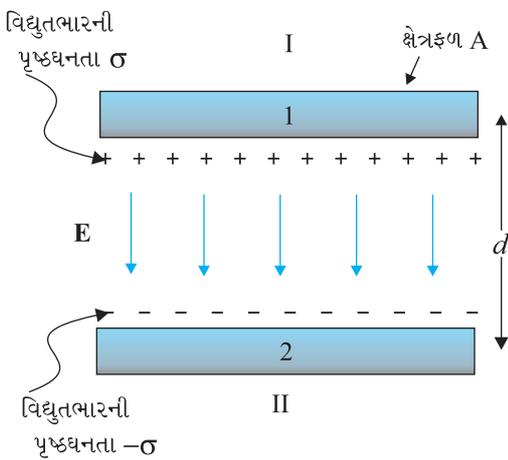
સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટર, એકબીજાથી થોડા અંતરે રહેલી બે મોટી સમતલ સમાંતર વાહક પ્લેટોનું બનેલું છે (આકૃતિ 2.25). આપણે શરૂઆતમાં બે પ્લેટ વચ્ચેના માધ્યમ તરીકે શૂન્યાવકાશ લઈશું. બે પ્લેટો વચ્ચે ડાયઇલેક્ટ્રિક માધ્યમની અસર હવે પછીના પરિચ્છેદમાં ચર્ચા કરીએ. દરેક પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ  $A$  અને બે પ્લેટ વચ્ચેનું અંતર  $d$  ધારો. બે પ્લેટો પરના વિદ્યુતભારો  $Q$  અને  $-Q$  છે.  $d$ , પ્લેટોના રેખીય પરિમાણ કરતાં ઘણું નાનું ( $d^2 \ll A$ ) હોવાથી, આપણે વિદ્યુતભારની સમાન પૃષ્ઠઘનતા ધરાવતા અનંત સમતલથી

ઉદ્ભવતા ક્ષેત્ર અંગેનું પરિણામ (પરિચ્છેદ 1.15) વાપરી શકીએ છીએ. પ્લેટ 1 પર વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા  $\sigma = Q/A$  છે અને પ્લેટ 2 પર વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા  $-\sigma$  છે. સમીકરણ (1.33) પરથી, વિવિધ વિસ્તારોમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર આ મુજબ છે :

$$\text{બહારનો વિભાગ-I (પ્લેટ-1ની ઉપરનો વિભાગ)} \\ E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0 \quad (2.39)$$

$$\text{બહારનો વિભાગ-II (પ્લેટ-2ની નીચેનો વિસ્તાર)} \\ E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0 \quad (2.40)$$

બે પ્લેટ 1 અને 2ની વચ્ચેના વિસ્તારમાં બે વિદ્યુતભારિત પ્લેટો વડે ઉદ્ભવતાં ક્ષેત્રોનો સરવાળો થાય છે. આ રીતે



આકૃતિ 2.25 સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટર

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસિટન્સ

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \quad (2.41)$$

મળે છે. આ વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા ધન પ્લેટથી ઋણ પ્લેટ તરફ છે.

આમ, વિદ્યુતક્ષેત્ર બે પ્લેટની વચ્ચેના વિસ્તાર પૂરતું મર્યાદિત અને એ સમગ્ર વિસ્તારમાં એકસમાન છે. સીમિત ક્ષેત્રફળની પ્લેટો માટે આ બાબત પ્લેટોની બહારની સીમાઓ આગળ સત્ય રહેતી નથી. કિનારીઓ પાસે ક્ષેત્ર રેખાઓ બહાર તરફ વળે છે. આ ઘટનાને ‘Fringing of the field’ કહે છે. આ જ લક્ષણથી  $\sigma$  સમગ્ર પ્લેટ પર એક સમાન નહિ હોય [E અને  $\sigma$  વચ્ચેનો સંબંધ સમીકરણ (2.35) છે]. આમ છતાં  $d^2 \ll A$  માટે, કિનારીઓથી પૂરતા દૂરના વિસ્તારો માટે આ અસરો અવગણી શકાય છે અને તે સ્થાને ક્ષેત્ર સમીકરણ (2.41) પરથી મળે છે. સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે સ્થિતિમાનનો તફાવત, વિદ્યુતક્ષેત્ર ગુણ્યા બે પ્લેટ વચ્ચેના અંતર જેટલો છે. એટલે કે,

$$V = Ed = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Qd}{A} \quad (2.42)$$

આ પરથી સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટરનું કેપેસિટન્સ

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (2.43)$$

છે. અપેક્ષા મુજબ આ કેપેસિટન્સ તંત્રની માત્ર ભૂમિતિ પર આધાર રાખે છે.  $A = 1 \text{ m}^2$  અને  $d = 1 \text{ mm}$ ના લાક્ષણિક મૂલ્યો માટે આપણને

$$C = \frac{8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \times 1 \text{ m}^2}{10^{-3} \text{ m}} = 8.85 \times 10^{-9} \text{ F} \quad (2.44)$$

[તમે  $1 \text{ F} = 1 \text{ C V}^{-1} = 1 \text{ C} (\text{N C}^{-1} \text{ m})^{-1} = 1 \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-1}$  છે તેમ ચકાસી શકો છો.] આ દર્શાવે છે કે, અગાઉ નોંધ્યું તેમ  $1 \text{ F}$  એ વ્યવહારમાં બહુ મોટો એકમ છે.  $1 \text{ F}$ નું ‘મોટાપણું’ જોવાનો એક બીજો રસ્તો,  $C = 1 \text{ F}$  માટે  $1 \text{ cm}$  અંતર ધરાવતી પ્લેટોનું ક્ષેત્રફળ ગણવાનો છે :

$$A = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{1 \text{ F} \times 10^{-2} \text{ m}}{8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}} = 10^9 \text{ m}^2 \quad (2.45)$$

જે પ્લેટની લંબાઈ અને પહોળાઈ દરેક  $30 \text{ km}$  હોય તેમ સૂચવે છે.

### 2.13 કેપેસિટન્સ પર ડાયઇલેક્ટ્રીકની અસર

#### (EFFECT OF DIELECTRIC ON CAPACITANCE)

પરિચ્છેદ 2.10માં મેળવેલ, બાહ્ય ક્ષેત્રમાં ડાયઇલેક્ટ્રીકની વર્તણૂકની સમજણ સાથે, હવે આપણે જ્યારે ડાયઇલેક્ટ્રીક હાજર હોય ત્યારે સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટરનું કેપેસિટન્સ કેવી રીતે બદલાય છે તે જોઈએ. અગાઉની જેમ આપણી પાસે એકબીજાથી  $d$  અંતરે રહેલી, દરેકનું ક્ષેત્રફળ  $A$  હોય તેવી બે મોટી પ્લેટ છે. પ્લેટ પરના વિદ્યુતભાર  $\pm Q$  છે, અનુરૂપ વિદ્યુતભાર ઘનતા  $\pm \sigma$  ( $\sigma = Q/A$  સાથે) છે. જ્યારે બે પ્લેટ વચ્ચે શૂન્યાવકાશ હોય ત્યારે,

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

અને સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V_0$  છે.



$$V_0 = E_0 d$$

આ કિસ્સામાં કેપેસિટન્સ  $C_0$

$$C_0 = \frac{Q}{V_0} = \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad (2.46)$$

છે.

હવે બે પ્લેટ વચ્ચેના વિસ્તારને પૂરેપૂરું ભરી દે તેમ ડાયઇલેક્ટ્રીકને દાખલ કરેલો વિચારો. ક્ષેત્ર વડે ડાયઇલેક્ટ્રીક ધ્રુવીભૂત થાય છે અને પરિચ્છેદ 2.10માં સમજાવ્યા મુજબ, વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા  $\sigma_p$  અને  $-\sigma_p$  ધરાવતા બે વિદ્યુતભારિત સમતલો (ક્ષેત્રને લંબરૂપે ડાયઇલેક્ટ્રીકની સપાટીઓ પર) હોય તેને સમતુલ્ય અસર ઉત્પન્ન થાય છે. હવે ડાયઇલેક્ટ્રીકની અંદરનું ક્ષેત્ર, પ્લેટ પર ચોખ્ખી વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠઘનતા  $\pm(\sigma - \sigma_p)$  હોય તેવા કિસ્સાને અનુરૂપ છે. એટલે કે,

$$E = \frac{\sigma - \sigma_p}{\epsilon_0} \quad (2.47)$$

છે. આથી, પ્લેટો વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત

$$V = Ed = \frac{\sigma - \sigma_p}{\epsilon_0} d \quad (2.48)$$

રેખીય ડાયઇલેક્ટ્રીક માટે  $\sigma_p$ ,  $E_0$ ને એટલે કે  $\sigma$ ને સમપ્રમાણમાં હોય તેવું અપેક્ષિત છે. આમ,  $(\sigma - \sigma_p)$ ,  $\sigma$ ને સમપ્રમાણમાં છે અને આપણે

$$\sigma - \sigma_p = \frac{\sigma}{K} \quad (2.49)$$

લખી શકીએ છીએ, જ્યાં  $K$  એ અચળાંક છે જે ડાયઇલેક્ટ્રીક માટે લાક્ષણિક છે. સ્પષ્ટપણે  $K > 1$ . આથી આપણે

$$V = \frac{\sigma d}{\epsilon_0 K} = \frac{Qd}{A\epsilon_0 K} \quad (2.50)$$

લખી શકીએ છીએ. આ પરથી પ્લેટો વચ્ચે ડાયઇલેક્ટ્રીક રહેલું હોય ત્યારે કેપેસિટન્સ

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\epsilon_0 KA}{d} \quad (2.51)$$

ગુણાકાર  $\epsilon_0 K$ ને માધ્યમનો પરાવૈદ્યતાંક (Permittivity) કહે છે અને તેને  $\epsilon$  વડે દર્શાવવામાં આવે છે.

$$\epsilon = \epsilon_0 K \quad (2.52)$$

શૂન્યાવકાશ માટે  $K = 1$  અને  $\epsilon = \epsilon_0$ ,  $\epsilon_0$ ને શૂન્યાવકાશનો પરાવૈદ્યતાંક કહે છે. પરિમાણરહિત ગુણોત્તર

$$K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad (2.53)$$

ને દ્રવ્યનો ડાયઇલેક્ટ્રીક અચળાંક કહે છે. સમીકરણ (2.49) પરથી અગાઉ નોંધ્યું તેમ એ સ્પષ્ટ છે કે,  $K$ , 1 કરતાં મોટું છે. સમીકરણ (2.46) અને (2.51) પરથી,

$$K = \frac{C}{C_0} \quad (2.54)$$

આમ, દ્રવ્યનો ડાયઇલેક્ટ્રીક અચળાંક એ, કેપેસિટરની બે પ્લેટ વચ્ચે સંપૂર્ણપણે ડાયઇલેક્ટ્રીક દાખલ કરતાં તેનું કેપેસિટન્સ તેના શૂન્યાવકાશ સાથેના મૂલ્ય કરતાં વધીને જેટલાં ગણું ( $K > 1$ ) થાય છે તે અંક છે. જો કે આપણે સમીકરણ (2.54) સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટરના કિસ્સા માટે મેળવ્યું છે, પરંતુ તે કોઈ પણ

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસિટન્સ

પ્રકારના કેપેસિટર માટે સાચું છે અને હકીકતમાં વ્યાપકરૂપે તેને દ્રવ્યના ડાયઇલેક્ટ્રિક અચળાંકની વ્યાખ્યા તરીકે જોઈ શકાય છે.

### વિદ્યુત સ્થાનાંતર

પ્રેરિત વિદ્યુતભાર પૃષ્ઠઘનતા  $\sigma_p$  અને પોલરાઇઝેશન  $\mathbf{P}$  વચ્ચેનો કોઈ સ્પષ્ટ સંબંધ આપ્યા વિના આપણે ડાયઇલેક્ટ્રિકનો ખ્યાલ દાખલ કર્યો છે અને સમીકરણ (2.54) મેળવ્યું છે.

આપણે સાબિતી વિના

$$\sigma_p = \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{n}}$$

પરિણામ સ્વીકારી લઈશું. જ્યાં  $\hat{\mathbf{n}}$  સપાટીને બહારની તરફ લંબ એકમ સદિશ છે. ઉપરનું સમીકરણ વ્યાપક અને, ગમે તે આકારના ડાયઇલેક્ટ્રિક માટે સાચું છે. આકૃતિ 2.23માં ચોસલા માટે  $\mathbf{P}$ , જમણી સપાટી માટે  $\hat{\mathbf{n}}$  ની દિશામાં (સમાંતર) છે અને ડાબી સપાટી માટે  $\hat{\mathbf{n}}$  ની વિરુદ્ધ છે. આમ, જમણી સપાટીએ પ્રેરિત વિદ્યુતભાર ઘનતા ધન અને ડાબી સપાટીએ તે ઋણ છે, જે અગાઉની ગુણાત્મક ચર્ચામાં અનુમાન કરેલું હતું. વિદ્યુતક્ષેત્રના સમીકરણને સદિશ સ્વરૂપમાં લખતાં,

$$\mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{n}} = \frac{\sigma - \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{n}}}{\epsilon_0}$$

$$\text{અથવા } (\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) \cdot \hat{\mathbf{n}} = \sigma$$

$(\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P})$  એ રાશિને વિદ્યુત સ્થાનાંતર (Electric Displacement) કહે છે અને તેને  $\mathbf{D}$  વડે દર્શાવાય છે. તે સદિશ રાશિ છે. આમ,

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad \mathbf{D} \cdot \hat{\mathbf{n}} = \sigma$$

$\mathbf{D}$ નું મહત્વ આ છે : શૂન્યાવકાશમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$  મુક્ત વિદ્યુતભાર ઘનતા  $\sigma$  સાથે સંબંધ ધરાવે છે. જ્યારે ડાયઇલેક્ટ્રિક માધ્યમ હાજર હોય છે ત્યારે તેવો જ ભાગ  $\mathbf{D}$  ભજવે છે. ડાયઇલેક્ટ્રિક માધ્યમ માટે ઉપરના સમીકરણમાં જણાય છે તેમ, મુક્ત વિદ્યુતભાર ઘનતા  $\sigma$  સાથે સીધો સંબંધ  $\mathbf{E}$ નો નહિ પણ  $\mathbf{D}$ નો છે.  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{E}$ ની દિશામાં જ હોવાથી ત્રણેય સદિશો  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{E}$  અને  $\mathbf{D}$  સમાંતર છે.  $\mathbf{D}$  અને  $\mathbf{E}$ ના માનનો ગુણોત્તર

$$\frac{\mathbf{D}}{\mathbf{E}} = \frac{\sigma \epsilon_0}{\sigma - \sigma_p} = \epsilon_0 K \text{ છે.}$$

$$\text{આમ, } \mathbf{D} = \epsilon_0 K \mathbf{E}$$

$$\text{અને } \mathbf{P} = \mathbf{D} - \epsilon_0 \mathbf{E} = \epsilon_0 (K - 1) \mathbf{E}$$

આ પરથી સમીકરણ (2.37)માં વ્યાખ્યાયિત કરેલ વિદ્યુત સસેપ્ટીબિલીટી  $\chi_e$  માટે

$$\chi_e = \epsilon_0 (K - 1) \text{ મળે છે.}$$

**ઉદાહરણ 2.8** ડાયઇલેક્ટ્રિક અચળાંક  $K$  ધરાવતા દ્રવ્યના એક ચોસલાનું ક્ષેત્રફળ સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટરની પ્લેટ જેટલું છે, પરંતુ તેની જાડાઈ  $(3/4)d$  છે. જ્યાં,  $d$  બે પ્લેટ વચ્ચેનું અંતર છે. જ્યારે આ ચોસલાને પ્લેટો વચ્ચે દાખલ કરવામાં આવે ત્યારે કેપેસિટન્સમાં કેવો ફેરફાર થાય ?

**ઉકેલ** જ્યારે ડાયઇલેક્ટ્રિક ન હોય ત્યારે પ્લેટો વચ્ચેનું વિદ્યુતક્ષેત્ર ધારોકે  $E_0 = V_0/d$  છે અને સ્થિતિમાન તફાવત  $V_0$  છે. હવે જો ડાયઇલેક્ટ્રિક દાખલ કરવામાં આવે તો, ડાયઇલેક્ટ્રિકની અંદરનું ક્ષેત્ર  $E = E_0/K$ . તેથી સ્થિતિમાન તફાવત,

$$V = E_0\left(\frac{1}{4}d\right) + \frac{E_0}{K}\left(\frac{3}{4}d\right)$$

$$= E_0d\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4K}\right) = V_0 \frac{K+3}{4K}$$

સ્થિતિમાન તફાવત  $(K+3)/4K$  અવયવ જેટલો ઘટે છે જ્યારે પ્લેટો પરનો મુક્ત વિદ્યુતભાર  $Q_0$  બદલાતો નથી. આમ, કેપેસિટન્સ વધે છે.

$$C = \frac{Q_0}{V} = \left(\frac{4K}{K+3}\right) \frac{Q_0}{V_0} = \left(\frac{4K}{K+3}\right) C_0$$

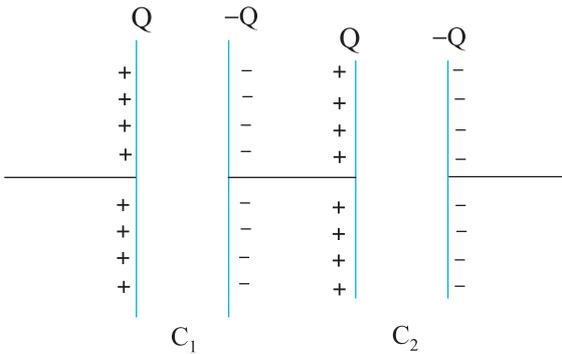
## 2.14 કેપેસિટરોનું સંયોજન (COMBINATION OF CAPACITORS)

આપણે  $C_1, C_2, \dots, C_n$  કેપેસિટન્સ ધરાવતા કેપેસિટરોને સંયોજન કરીને અસરકારક કેપેસિટન્સ  $C$  ધરાવતું તંત્ર મેળવી શકીએ. અસરકારક કેપેસિટન્સ, વ્યક્તિગત કેપેસિટરોનાં સંયોજનની રીત પર આધાર રાખે છે. બે સરળ શક્યતાઓની નીચે ચર્ચા કરેલ છે.

### 2.14.1 કેપેસિટરો શ્રેણીમાં (Capacitors in Series)

આકૃતિ 2.26 કેપેસિટરો  $C_1$  અને  $C_2$ ને શ્રેણીમાં જોડેલા દર્શાવે છે.

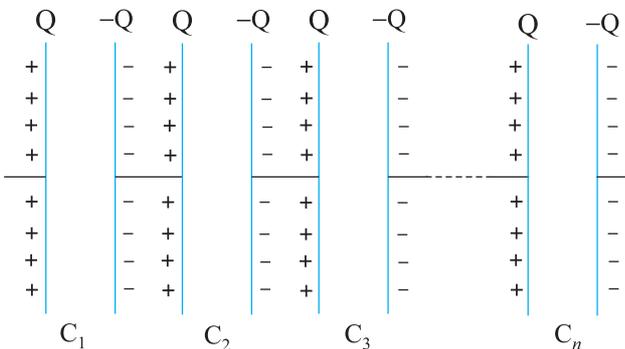
$C_1$ ની ડાબી પ્લેટ અને  $C_2$ ની જમણી પ્લેટ બેટરીના બે ટર્મિનલ સાથે જોડેલ છે અને તેમના પર અનુક્રમે  $Q$  અને  $-Q$  વિદ્યુતભાર છે. આ પરથી એવું સમજાય તેમ છે કે  $C_1$ ની જમણી પ્લેટ પર  $-Q$  અને  $C_2$ ની ડાબી પ્લેટ પર  $+Q$  વિદ્યુતભાર છે. જો આમ ન હોત તો દરેક કેપેસિટર પરનો કુલ (Net) વિદ્યુતભાર શૂન્ય ન હોત. આના પરિણામે  $C_1$  અને  $C_2$ ને જોડતાં વાહકમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર રચાયું હોત. આથી,  $C_1$  અને  $C_2$  બંને પરનો કુલ વિદ્યુતભાર શૂન્ય અને ત્યાં સુધી વિદ્યુતભાર વહન પામે અને તેથી  $C_1$  અને  $C_2$ ને જોડતાં વાહકમાં ક્ષેત્ર શૂન્ય બને. આમ, શ્રેણી જોડાણમાં બે પ્લેટો પરના વિદ્યુતભાર  $(\pm Q)$  દરેક કેપેસિટર માટે સમાન મૂલ્યના હોય છે. સંયોજનના બે છેડા વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત  $C_1$  અને  $C_2$ ના સ્થિતિમાન તફાવતો અનુક્રમે  $V_1$  અને  $V_2$ ના સરવાળા જેટલો છે.



આકૃતિ 2.26 બે કેપેસિટરોનું શ્રેણીમાં સંયોજન

$$V = V_1 + V_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \quad (2.55)$$

$$\text{એટલે કે, } \frac{V}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (2.56)$$



આકૃતિ 2.27  $n$  કેપેસિટરોનું શ્રેણીમાં સંયોજન

હવે, આ સંયોજનને આપણે વિદ્યુતભાર  $Q$  અને સ્થિતિમાન તફાવત  $V$  ધરાવતા અસરકારક કેપેસિટર તરીકે ગણી શકીએ છીએ. સંયોજનનું અસરકારક કેપેસિટન્સ

$$C = \frac{Q}{V} \quad (2.57)$$

છે. આ સમીકરણ (2.57)ને આપણે સમીકરણ (2.56) સાથે સરખાવીએ તો,

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (2.58)$$

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસીટન્સ

મળે છે. આવી રીતે ગોઠવેલા ગમે તે સંખ્યાના કેપેસીટરો માટે પણ આ સાબિતિ લાગુ પડે છે. શ્રેણીમાં ગોઠવેલા  $n$ -કેપેસીટરો માટે સમીકરણ (2.55) વ્યાપક રૂપે

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_n = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \dots + \frac{Q}{C_n} \quad (2.59)$$

સ્વરૂપ ધારણ કરે છે. બે કેપેસીટરના કિસ્સા જેવાં જ પદો પ્રમાણે આગળ વધતાં આપણને  $n$ -કેપેસીટરોના શ્રેણી સંયોજનના અસરકારક કેપેસીટન્સનું વ્યાપક સૂત્ર મળે છે :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n} \quad (2.60)$$

### 2.14.2 કેપેસીટરો સમાંતરમાં (Capacitors in Parallel)

આકૃતિ 2.28(a) સમાંતરમાં જોડેલા બે કેપેસીટરો દર્શાવે છે. આ કિસ્સામાં બંને કેપેસીટરો પર એકસરખો સ્થિતિમાન તફાવત લગાડેલો છે. પરંતુ કેપેસીટર 1ની પ્લેટો પરના વિદ્યુતભાર  $(+Q_1)$  અને કેપેસીટર 2ની પ્લેટો પરના વિદ્યુતભાર  $(+Q_2)$  સમાન હોવા જરૂરી નથી.

$$Q_1 = C_1 V, Q_2 = C_2 V \quad (2.61)$$

સમતુલ્ય કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (2.62)$$

અને સ્થિતિમાન તફાવત  $V$  છે.

$$Q = CV = C_1 V + C_2 V \quad (2.63)$$

સમીકરણ (2.63) પરથી સમતુલ્ય કેપેસીટન્સ  $C$ ,

$$C = C_1 + C_2 \quad (2.64)$$

છે. આવી જ રીતે  $n$ -કેપેસીટરોના સમાંતર જોડાણ માટે સમતુલ્ય કેપેસીટન્સ

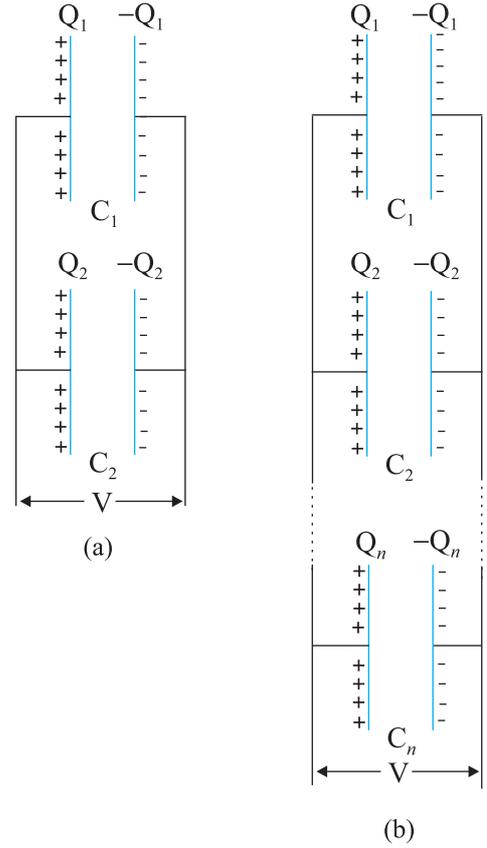
$C$  [આકૃતિ 2.28(b)] મળી શકે.

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n \quad (2.65)$$

$$\text{એટલે કે, } CV = C_1 V + C_2 V + \dots + C_n V \quad (2.66)$$

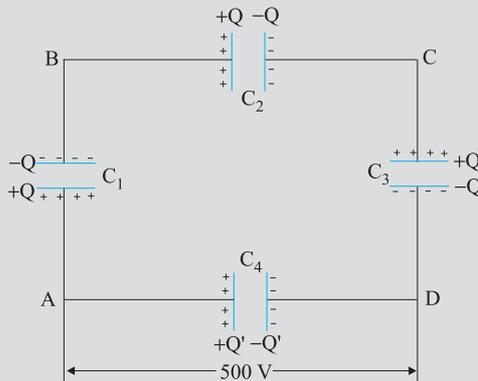
આ પરથી,

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n \quad (2.67)$$



આકૃતિ 2.28 (a) બે કેપેસીટરોનું  
(b)  $n$ -કેપેસીટરોનું સમાંતર સંયોજન

**ઉદાહરણ 2.9** આકૃતિ 2.29માં દર્શાવ્યા મુજબ  $10 \mu\text{F}$ ના ચાર કેપેસીટરોનું એક નેટવર્ક  $500\text{V}$ ના સપ્લાય સાથે જોડેલ છે. (a) નેટવર્કનું સમતુલ્ય કેપેસીટન્સ (b) દરેક કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર શોધો. (નોંધો કે કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર એ ઊંચા સ્થિતિમાનની પ્લેટ પરનો વિદ્યુતભાર છે જે નીચા સ્થિતિમાનની પ્લેટ પરના વિદ્યુતભાર જેટલો જ અને વિરુદ્ધ છે.)



આકૃતિ 2.29

ઉકેલ

(a) આપેલ નેટવર્કમાં  $C_1$ ,  $C_2$  અને  $C_3$ ને શ્રેણીમાં જોડેલા છે. આ ત્રણ કેપેસિટરોનું સમતુલ્ય કેપેસિટન્સ  $C'$

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad \text{પરથી મળે છે.}$$

$$C_1 = C_2 = C_3 = 10 \mu\text{F}, \text{ માટે } C' = (10/3) \mu\text{F}.$$

નેટવર્કમાં  $C'$  અને  $C_4$  સમાંતરમાં જોડેલા છે. આમ, નેટવર્કનું સમતુલ્ય કેપેસિટન્સ

$$C = C' + C_4 = \frac{10}{3} + 10 \mu\text{F} = 13.3 \mu\text{F}$$

(b) આકૃતિ પરથી સ્પષ્ટપણે દરેક કેપેસિટર  $C_1$ ,  $C_2$  અને  $C_3$  પરનો વિદ્યુતભાર સમાન, ધારો કે  $Q$  છે.  $C_4$  પરનો વિદ્યુતભાર  $Q'$  છે. સ્થિતિમાનના તફાવત  $AB$  વચ્ચે  $Q/C_1$ ,  $BC$  વચ્ચે  $Q/C_2$  અને  $CD$  વચ્ચે  $Q/C_3$  હોવાથી,

$$\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = 500 \text{ V}$$

$$\text{વળી, } Q'/C_4 = 500 \text{ V}$$

આ પરથી કેપેસિટન્સના આપેલાં મૂલ્યો માટે

$$Q = 500 \text{ V} \times \frac{10}{3} \mu\text{F} = 1.7 \times 10^{-3} \text{ C}$$

$$Q' = 500 \text{ V} \times 10 \mu\text{F} = 5.0 \times 10^{-3} \text{ C}$$

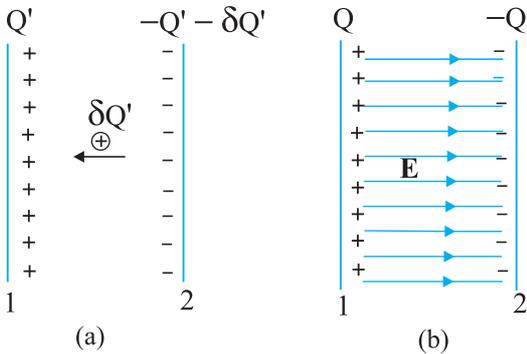
## 2.15 કેપેસિટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા (ENERGY STORED IN A CAPACITOR)

આપણે ઉપર જોયું તેમ, કેપેસિટર  $Q$  અને  $-Q$  વિદ્યુતભારો ધરાવતા બે સુવાહકોનું તંત્ર છે. આ સંરચનામાં સંગ્રહ પામેલી ઊર્જા શોધવા માટે, પ્રારંભમાં વિદ્યુતભાર-વિહીન સુવાહકો 1 અને 2ને ધ્યાનમાં લો. પછી વિદ્યુતભારને સુવાહક 2 પરથી સુવાહક 1 પર ટુકડે-ટુકડે લઈ જવાની પ્રક્રિયા વિચારો, જેથી

અંતે સુવાહક 1 વિદ્યુતભાર  $Q$  પ્રાપ્ત કરે છે. વિદ્યુતભારના સંરક્ષણ પરથી, અંતે સુવાહક 2 પર વિદ્યુતભાર  $-Q$  છે (આકૃતિ 2.30).

સુવાહક 2 પરથી ધન વિદ્યુતભારને સુવાહક 1 પર લઈ જવા માટે, બહારથી કાર્ય કરવું પડશે, કારણ કે કોઈ પણ તબક્કે સુવાહક 1, સુવાહક 2 કરતાં ઉંચા સ્થિતિમાને છે. કરેલા કુલ કાર્યની ગણતરી કરવા માટે આપણે પ્રથમ તો એક નાના પગલામાં અત્યંત સૂક્ષ્મ વિદ્યુતભારના સ્થાનાંતરમાં થતું કાર્ય ગણીએ. આ સમગ્ર પ્રક્રિયા દરમિયાનની વચગાળાની એવી પરિસ્થિતિનો વિચાર કરો કે જ્યારે સુવાહકો 1 અને 2 પર અનુક્રમે  $Q'$  અને  $-Q'$  વિદ્યુતભારો હોય. આ તબક્કે સુવાહકો 1 અને 2 વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V'$ ,  $Q'/C$  જેટલો છે. જ્યાં,  $C$  આ તંત્રનું કેપેસિટન્સ છે. હવે એક સૂક્ષ્મ વિદ્યુતભાર  $\delta Q'$ ને સુવાહક 2 પરથી 1 પર સ્થાનાંતરિત કર્યાની કલ્પના કરો. આ પગલામાં કરેલું કાર્ય ( $\delta W$ ),

$$\delta W = V' \delta Q' = \frac{Q'}{C} \delta Q' \quad (2.68)$$



આકૃતિ 2.30 (a) સુવાહક 1 પર વિદ્યુતભાર  $Q'$ થી વધારી  $Q' + \delta Q'$  કરવાના નાના પગલામાં થતું કાર્ય (b) કેપેસિટરને વિદ્યુતભારિત કરવા માટે કરેલા કાર્યને, પ્લેટો વચ્ચેના ક્ષેત્રમાં સંગ્રહ પામેલી ઊર્જા તરીકે જોઈ શકાય

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસિટન્સ

પરથી મળે છે. આ કાર્યના પરિણામે સુવાહક 1 પરનો વિદ્યુતભાર  $Q'$  વધીને  $Q' + \delta Q'$  થાય છે.  $\delta Q'$ ને આપણે આપણી ઈચ્છા મુજબ ગમે તેટલો નાનો કરી શકીએ છીએ તેથી સમીકરણ (2.68)ને નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$\delta W = \frac{1}{2C} [(Q' + \delta Q')^2 - Q'^2] \quad (2.69)$$

સમીકરણ (2.68) અને (2.69) એકસમાન જ છે, કારણ કે  $\delta Q'$ માં દ્વિતીય ઘાતનું પદ એટલે કે  $\delta Q'^2/2C$  અવગણ્ય છે, કારણ કે  $\delta Q'$  યાદચ્છિક રીતે નાનું છે. વિદ્યુતભાર  $Q'$ ને શૂન્યથી  $Q$  સુધી જમા કરવા માટે, કરેલું કુલ કાર્ય ( $W$ ), નાનાં કાર્ય  $\delta W$ ના ખૂબ મોટી સંખ્યાના પગલાંઓ માટે સરવાળો કરવાથી મળે છે.

$$W = \sum_{\text{બધાં પગલાં પર સરવાળો}} \delta W$$

$$= \sum_{\text{બધાં પગલાં પર સરવાળો}} \frac{1}{2C} [(Q' + \delta Q')^2 - Q'^2] \quad (2.70)$$

$$= \frac{1}{2C} [\{\delta Q'^2 - 0\} + \{2\delta Q'\}^2 - \delta Q'^2] + \{3\delta Q'\}^2 - \{2\delta Q'\}^2 + \dots$$

$$+ \{Q^2 - (Q - \delta Q')^2\} \quad (2.71)$$

$$= \frac{1}{2C} [Q^2 - 0] = \frac{Q^2}{2C} \quad (2.72)$$

આ જ પરિણામ સમીકરણ (2.68) પરથી સંકલન દ્વારા સીધું મળી શકે છે.

$$W = \int_0^Q \frac{Q'}{C} \delta Q' = \frac{1}{C} \left. \frac{Q'^2}{2} \right|_0^Q = \frac{Q^2}{2C}$$

આ નવાઈ જેવું નથી કારણ કે સંકલન એ મોટી સંખ્યાનાં નાનાં પદોનો સરવાળો છે.

આપણે અંતિમ પરિણામ સમીકરણ (2.72)ને જુદી જુદી રીતે લખી શકીએ.

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV \quad (2.73)$$

સ્થિતવિદ્યુત બળ સંરક્ષી હોવાથી આ કાર્ય તંત્રની સ્થિતિઊર્જા રૂપે સંગ્રહ પામે છે. આ જ કારણથી સ્થિતિઊર્જા માટેનું અંતિમ પરિણામ [સમીકરણ (2.73)], કેપેસિટરની વિદ્યુતભાર સંરચના કેવી રીતે મેળવી છે તેના પર આધારિત નથી. આ કેપેસિટર જ્યારે ડિસ્ચાર્જ (વિદ્યુતવિભાર, વિદ્યુતભાર વિસર્જન) થાય ત્યારે આ સંગ્રહિત ઊર્જા મુક્ત થાય છે. કેપેસિટરની સ્થિતિઊર્જાને પ્લેટો વચ્ચેના વિદ્યુતક્ષેત્રમાં 'સંગ્રહ પામેલી' ઊર્જા તરીકે જોઈ શકાય છે. આવું જોવા માટે, સરળતા ખાતર સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટર (દરેક પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ  $A$  અને પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર  $d$  હોય તેવું) વિચારો.

$$\text{કેપેસિટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{(A\sigma)^2}{2} \times \frac{d}{\epsilon_0 A} \quad (2.74)$$

વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા  $\sigma$ , બે પ્લેટ વચ્ચેના વિદ્યુત ક્ષેત્ર સાથે સંબંધિત છે.

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (2.75)$$

સમીકરણ (2.74) અને (2.75) પરથી આપણને

$$\text{કેપેસિટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા}$$

$$U = (1/2) \epsilon_0 E^2 \times Ad \quad (2.76)$$

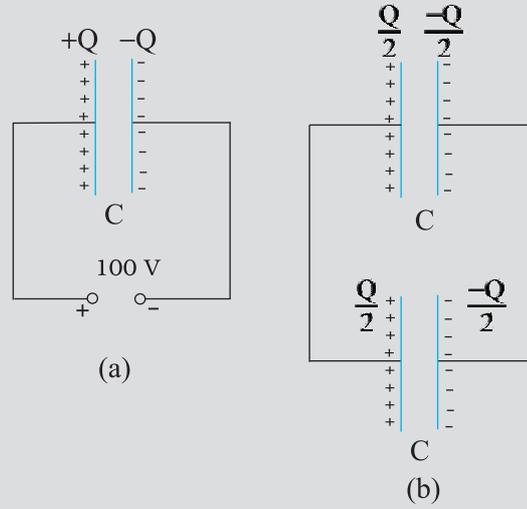
મળે છે.

નોંધો કે  $Ad$ , બે પ્લેટ વચ્ચેના વિસ્તારનું કદ છે (જ્યાં, માત્ર વિદ્યુતક્ષેત્રનું અસ્તિત્વ છે). જો આપણે ઊર્જા ઘનતા એકમ કદમાં સંગ્રહિત ઊર્જા તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરીએ તો સમીકરણ (2.76) દર્શાવે છે કે

$$\text{વિદ્યુતક્ષેત્રની ઊર્જા ઘનતા } u = (1/2) \epsilon_0 E^2 \quad (2.77)$$

જો કે આપણે સમીકરણ (2.77), સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટરના કિસ્સા માટે સાધિત કર્યું છે, પરંતુ વિદ્યુતક્ષેત્રની ઊર્જા ઘનતા પરનું પરિણામ, હકીકતમાં ઘણું વ્યાપક છે અને વિદ્યુતભારોની કોઈ પણ સંરચનાના વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે સાચું છે.

**ઉદાહરણ 2.10** (a) 900 pFના એક કેપેસિટરને 100 Vની બેટરી વડે વિદ્યુતભારિત કરાય છે [આકૃતિ 2.37(a)]. કેટલી સ્થિતવિદ્યુત ઊર્જા કેપેસિટર વડે સંગ્રહ પામશે ? (b) કેપેસિટરનું બેટરીથી જોડાણ દૂર કરી બીજા 900 pFના વિદ્યુતભાર વિહિન કેપેસિટર સાથે જોડવામાં આવે છે [આકૃતિ 2.37(b)]. હવે આ તંત્ર વડે કેટલી સ્થિતવિદ્યુત ઊર્જા સંગ્રહ પામશે ?



આકૃતિ 2.31

**ઉકેલ**

(a) કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર

$$Q = CV = 900 \times 10^{-12} \text{ F} \times 100 \text{ V} = 9 \times 10^{-8} \text{ C}$$

કેપેસિટર વડે સંગ્રહિત ઊર્જા

$$= (1/2) CV^2 = (1/2) QV$$

$$= (1/2) \times 9 \times 10^{-8} \text{ C} \times 100 \text{ V} = 4.5 \times 10^{-6} \text{ J}$$

(b) સ્થાયી સ્થિતિમાં, બે કેપેસિટરોની ધન પ્લેટો પર સમાન વિદ્યુતભાર હશે અને તેમની ઋણ પ્લેટો પર પણ સમાન વિદ્યુતભાર હશે. તેમનો સામાન્ય સ્થિતિમાનનો તફાવત ધારોકે  $V'$  છે. દરેક કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર  $Q' = CV'$ . વિદ્યુતભાર સંરક્ષણ અનુસાર

$$Q' = Q/2. \text{ આ પરથી } V' = V/2. \text{ તંત્રમાં સંગ્રહિત કુલ ઊર્જા}$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} Q' V' = \frac{1}{4} QV = 2.25 \times 10^{-6} \text{ J}$$

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસિટન્સ

આમ, (a) થી (b) પર જવામાં કોઈ વિદ્યુતભાર ગુમાવાયો નથી, છતાં અંતિમ ઊર્જા પ્રારંભિક ઊર્જાની માત્ર અડધી છે. બાકીની ઊર્જા ક્યાં ગઈ ? તંત્ર (b) સ્થિતિમાં ઠરીઠામ (Settle) થાય તે અગાઉ થોડો સમય વ્યતિત થાય છે. આ સમય દરમિયાન એક ક્ષણિક પ્રવાહ, પ્રથમથી બીજા કેપેસિટર તરફ વહન પામે છે. આ સમય દરમિયાન ઊર્જા, ઉષ્મા અને વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણના રૂપમાં વિખેરાય (ગુમાવાય) છે.

### સારાંશ

1. સ્થિતવિદ્યુત બળ એ સંરક્ષી બળ છે. કોઈ બાહ્યબળ (સ્થિતવિદ્યુત બળ જેટલું જ અને વિરુદ્ધ દિશામાં) વડે  $q$  વિદ્યુતભારને R બિંદુથી P બિંદુએ લાવવા કરેલું કાર્ય  $q(V_P - V_R)$  છે, જે  $q$  વિદ્યુતભારની અંતિમ અને પ્રારંભિક બિંદુઓએ સ્થિતિઊર્જાનો તફાવત છે.
2. કોઈ બિંદુ આગળનું સ્થિતિમાન એ (બાહ્ય પરિબળ દ્વારા) એકમ ધન વિદ્યુતભારને અનંત અંતરેથી તે બિંદુએ લાવવા માટે કરેલું કાર્ય છે. કોઈ બિંદુનું સ્થિતિમાન યાદચ્છિક છે, જેમાં કોઈ અચળાંક ઉમેરી શકાય, કારણ કે ભૌતિક રીતે તો બે બિંદુ વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત જ મહત્વનો છે. અનંત અંતરે સ્થિતિમાનને શૂન્ય તરીકે પસંદ કરીએ તો, ઉગમબિંદુએ મૂકેલા બિંદુ વિદ્યુતભાર Qને લીધે સ્થાન સદિશ  $\mathbf{r}$  ધરાવતા બિંદુએ સ્થિતિમાન,

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \text{ દ્વારા અપાય છે.}$$

3. ઉગમબિંદુએ મૂકેલ,  $\mathbf{p}$  ડાયપોલ ચાકમાત્રા ધરાવતી બિંદુ ડાયપોલને લીધે,  $\mathbf{r}$  સ્થાન સદિશ ધરાવતા બિંદુએ સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p} \cdot \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

છે. આ પરિણામ ડાયપોલ ( $-q$  અને  $q$  વિદ્યુતભારો અને તેમની વચ્ચે  $2a$  અંતર ધરાવતી) માટે પણ  $r \gg a$  માટે સાચું છે.

4. સ્થાન સદિશો  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n$  પર વિદ્યુતભાર  $q_1, q_2, \dots, q_n$  હોય તેવી સંરચના માટે, P બિંદુએ સ્થિતિમાન સંપાતપણાના સિદ્ધાંત પરથી મળે છે.

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{r_{1P}} + \frac{q_2}{r_{2P}} + \dots + \frac{q_n}{r_{nP}} \right)$$

જ્યાં,  $r_{1P}$  એ  $q_1$  અને P વચ્ચેનું અંતર છે, વગેરે.

5. સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠ એ એવી સપાટી છે કે જેના પર સ્થિતિમાનનું મૂલ્ય અચળ છે. બિંદુ-વિદ્યુતભાર માટે, વિદ્યુતભારના સ્થાને કેન્દ્ર ધરાવતા સમકેન્દ્રિય ગોળાઓ, સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠો છે. કોઈ બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$ , તે બિંદુમાંથી પસાર થતા સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠને લંબ છે.  $\mathbf{E}$ , સ્થિતિમાનના(અંતર સાથેના) સૌથી ઝડપી ઘટાડાની દિશામાં હોય છે.

6. વિદ્યુતભારોના તંત્રમાં સંગ્રહ પામેલી સ્થિતિઊર્જા, એ (બાહ્ય પરિબળ દ્વારા) વિદ્યુતભારોને તેમનાં સ્થાનોએ એકઠા કરવા માટે કરેલું કાર્ય છે.  $r_1$  અને  $r_2$  આગળ બે વિદ્યુતભારો  $q_1$  અને  $q_2$ ની સ્થિતિઊર્જા

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \text{ છે.}$$

જ્યાં,  $r_{12}$ ,  $q_1$  અને  $q_2$  વચ્ચેનું અંતર છે.

7. બાહ્ય સ્થિતિમાન  $V(\mathbf{r})$ માં વિદ્યુતભાર  $q$ ની સ્થિતિઊર્જા  $qV(\mathbf{r})$  છે. ડાયપોલ ચાકમાત્રા  $\mathbf{p}$  ધરાવતી ડાયપોલની સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$ માં સ્થિતિઊર્જા  $-\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$  છે.

8. સુવાહકની અંદરના ભાગમાં સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્ર શૂન્ય છે. વિદ્યુતભારિત સુવાહકની તરત

બહાર  $\mathbf{E}$ , સપાટીને લંબ હોય છે અને  $\mathbf{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{\mathbf{n}}$  વડે અપાય છે, જ્યાં  $\hat{\mathbf{n}}$  એ સપાટીને

બહારની તરફ લંબની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે અને  $\sigma$  વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠઘનતા છે.

સુવાહકોમાં વિદ્યુતભારો માત્ર સપાટી પર જ રહેતા હોય છે. સુવાહકની અંદરના ભાગમાં

અને સપાટી પર સ્થિતિમાન અચળ હોય છે. સુવાહકની અંદર (વિદ્યુતભારો વગરની)

બખોલ (કેવીટી)ની અંદર વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે.

9. કેપેસિટર એ અવાહક વડે અલગ કરેલા બે સુવાહકોનું તંત્ર છે. તેનું કેપેસિટન્સ  $C = Q/V$  તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે. જ્યાં,  $Q$  અને  $-Q$  બે સુવાહકો પરના વિદ્યુતભાર છે અને  $V$  તેમની વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત છે.  $C$ નું મૂલ્ય બે સુવાહકોનાં આકાર, માપ અને સાપેક્ષ સ્થાનો વડે માત્ર ભૌમિતિક રીતે નક્કી થાય છે. કેપેસિટન્સનો એકમ farad છે :  $1F = 1CV^{-1}$ . સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટર માટે (બે પ્લેટ વચ્ચે શૂન્યાવકાશ હોય ત્યારે),

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

જ્યાં,  $A$  દરેક પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ છે અને  $d$  તેમની વચ્ચેનું અંતર છે.

10. જો કેપેસિટરની બે પ્લેટો વચ્ચેનો અવકાશ અવાહક દ્રવ્ય (ડાયઇલેક્ટ્રિક)થી ભરવામાં આવે તો, વિદ્યુતભારિત પ્લેટો વડે ઉદ્ભવતું ક્ષેત્ર ડાયઇલેક્ટ્રિકમાં ચોખ્ખી (Net) ડાયપોલ ચાકમાત્રા પ્રેરિત કરે છે. આ ધ્રુવીભવન તરીકે ઓળખાતી અસરને લીધે વિરૂદ્ધ દિશામાં ક્ષેત્ર ઉત્પન્ન થાય છે. આથી, ડાયઇલેક્ટ્રિકની અંદરનું ચોખ્ખું (Net) ક્ષેત્ર અને તેથી પ્લેટો વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત ઘટી જાય છે. પરિણામી કેપેસિટન્સ જ્યારે કોઈ માધ્યમ ન હતું (શૂન્યાવકાશ હતો) ત્યારના તેના મૂલ્ય  $C_0$ થી વધી જાય છે.

$$C = KC_0$$

જ્યાં,  $K$  અવાહક દ્રવ્યનો ડાયઇલેક્ટ્રિક અચળાંક છે.

11. કેપેસિટરોનાં શ્રેણી જોડાણ માટે કુલ કેપેસિટન્સ  $C$ ,

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \text{ દ્વારા અપાય છે.}$$

સમાંતર જોડાણમાં કુલ કેપેસિટન્સ  $C$  :

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \text{ પરથી મળે છે.}$$

જ્યાં  $C_1, C_2, C_3, \dots$  એ વ્યક્તિગત કેપેસિટન્સ છે.

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસિટન્સ

12. કેપેસિટન્સ  $C$ , વિદ્યુતભાર  $Q$  અને વોલ્ટેજ  $V$  ધરાવતા કેપેસિટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \text{ છે.}$$

વિદ્યુતક્ષેત્ર ધરાવતા વિસ્તારમાં વિદ્યુતઊર્જા ઘનતા (એકમ કદ દીઠ ઊર્જા)  $(1/2)\epsilon_0 E^2$  છે.

ભૌતિક રાશિ	પ્રતિક	પરિમાણો	એકમ	નોંધ
સ્થિતિમાન	$\phi$ અથવા $V$	$[M^1 L^2 T^{-3} A^{-1}]$	V	ભૌતિક રીતે સ્થિતિમાનનો તફાવત મહત્વનો છે.
કેપેસિટન્સ	C	$[M^{-1} L^{-2} T^4 A^2]$	F	એકમ કદ દીઠ ડાયપોલ ચાકમાત્રા
પોલરાઈઝેશન	P	$[L^2 AT]$	$C m^{-2}$	
ડાયઇલેક્ટ્રિક અચળાંક	K	પરિમાણરહિત		

### ગહન વિચારણાના મુદ્દાઓ

- સ્થિતવિદ્યુત સ્થિર વિદ્યુતભારો વચ્ચે લાગતા બળો વિશે સમજાવે છે, પણ જો કોઈ વિદ્યુતભાર પર બળ લાગતું હોય તો તે સ્થિર કેવી રીતે રહી શકે ? આમ, જ્યારે આપણે વિદ્યુતભારો વચ્ચે લાગતા બળની વાત કરીએ ત્યારે તે સમજી લેવાનું છે કે દરેક વિદ્યુતભાર કોઈ અજાણ્યા બળ વડે સ્થિર જકડી રાખેલ છે. આ બળ વિદ્યુતભાર પરના કુલ કુલંબ બળનો વિરોધ કરે છે.
- કેપેસિટર એવી સંરચના ધરાવે છે કે તે અવકાશના નાના વિસ્તારમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓને મર્યાદિત કરે છે. આમ, વિદ્યુતક્ષેત્ર ખાસ્સું પ્રબળ હોવા છતાં, કેપેસિટરની બે પ્લેટો વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત નાનો હોય છે.
- ગોળાકાર વિદ્યુતભારિત કવચની આરપાર વિદ્યુતક્ષેત્ર અસતત હોય છે. અંદર તે શૂન્ય છે અને બહાર  $\frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n}$  છે. આમ છતાં, વિદ્યુતસ્થિતિમાન સપાટીની આરપાર સતત છે અને સપાટી પર  $q/4\pi\epsilon_0 R$  જેટલું છે.
- ડાયપોલ પર લાગતું ટોર્ક  $\mathbf{p} \times \mathbf{E}$ , તેને  $\mathbf{E}$ ની આસપાસ દોલનો કરાવે છે. માત્ર જો ઊર્જા-વ્યય કરતી ક્રિયાઓ થતી હોય તો જ દોલનો મંદ પડે છે અને સમય જતાં ડાયપોલ  $\mathbf{E}$ ને સમાંતર બને છે.
- વિદ્યુતભાર  $q$  વડે તેના પોતાના સ્થાને સ્થિતિમાન વ્યાખ્યાયિત થયેલ નથી - તે અનંત છે.
- વિદ્યુતભાર  $q$ ની સ્થિતિઊર્જા માટેના  $qV(\mathbf{r})$  પદમાં  $V(\mathbf{r})$ એ બાહ્ય (અન્ય) વિદ્યુતભારોને લીધે સ્થિતિમાન છે,  $q$ ને લીધે નહિ. મુદ્દા 5માં જોયું તેમ જો  $V(\mathbf{r})$ માં  $q$ ને લીધે મળતા સ્થિતિમાનનો પણ સમાવેશ થાય તો આ પદની વ્યાખ્યા ખોટી પડે છે.

## ભૌતિકવિજ્ઞાન

7. સુવાહકની અંદરની બખોલ (Cavity) બહારની વિદ્યુત અસરોથી રક્ષિત (Shielded) છે. એ નોંધવું યોગ્ય છે કે સ્થિતવિદ્યુત શીલ્ડીંગ ઉલટા ક્રમમાં કારગત નથી. એટલે કે જો તમે બખોલની અંદર વિદ્યુતભાર મૂકો તો સુવાહકની બહારનો ભાગ અંદરના વિદ્યુતભારોના ક્ષેત્રથી રક્ષિત (Shielded) નથી.

### સ્વાધ્યાય

- 2.1  $5 \times 10^{-8} \text{ C}$  અને  $-3 \times 10^{-8} \text{ C}$ ના બે વિદ્યુતભારો એકબીજાથી 16 cm અંતરે રહેલા છે. આ બે વિદ્યુતભારોને જોડતી રેખા પરના કયા બિંદુ(ઓ)એ વિદ્યુતસ્થિતિમાન શૂન્ય છે ? અનંત અંતરે સ્થિતિમાન શૂન્ય લો.
- 2.2 10 cmની બાજુવાળા નિયમિત ષટ્કોણના દરેક શિરોબિંદુએ  $5 \mu\text{C}$  વિદ્યુતભાર છે. ષટ્કોણના કેન્દ્ર પર સ્થિતિમાન ગણો.
- 2.3 બે વિદ્યુતભારો  $2 \mu\text{C}$  અને  $-2 \mu\text{C}$  એકબીજાથી 6 cm દૂર આવેલા બિંદુઓ A અને B પર મૂકેલા છે.  
(a) તંત્રના કોઈ સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠની ઓળખ કરો.  
(b) આ સપાટી પર દરેક બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા કઈ છે ?
- 2.4 12 cm ત્રિજ્યાના એક ગોળાકાર સુવાહકની સપાટી પર  $1.6 \times 10^{-7} \text{ C}$  વિદ્યુતભાર નિયમિત રીતે વિતરિત થયેલો છે.  
(a) ગોળાની અંદર  
(b) ગોળાની તરત બહાર  
(c) ગોળાના કેન્દ્રથી 18 cm અંતરે આવેલા બિંદુએ - વિદ્યુતક્ષેત્ર કેટલું છે ?
- 2.5 પ્લેટો વચ્ચે હવા હોય તેવા સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટરનું કેપેસિટન્સ 8 pF ( $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$ ) છે. જો પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર અડધું કરવામાં આવે અને તેમની વચ્ચેના અવકાશને ડાયઇલેક્ટ્રિક અચળાંક = 6 ધરાવતા દ્રવ્ય વડે ભરી દેવામાં આવે તો તેનું કેપેસિટન્સ કેટલું થશે ?
- 2.6 દરેક 9 pF કેપેસિટન્સ ધરાવતા ત્રણ કેપેસિટરોને શ્રેણીમાં જોડેલ છે.  
(a) સંયોજનનું કુલ કેપેસિટન્સ કેટલું હશે ?  
(b) આ સંયોજનને 120 Vના સપ્લાય સાથે જોડવામાં આવે તો દરેક કેપેસિટરને સમાંતર સ્થિતિમાનનો તફાવત કેટલો થશે ?
- 2.7 2 pF, 3 pF અને 4 pF કેપેસિટન્સના ત્રણ કેપેસિટરોને સમાંતરમાં જોડેલ છે.  
(a) સંયોજનનું કુલ કેપેસિટન્સ કેટલું ?  
(b) જો આ સંયોજનને 100 V સપ્લાય સાથે જોડવામાં આવે તો દરેક કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર શોધો.
- 2.8 બે પ્લેટો વચ્ચે હવા હોય તેવા સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટરમાં દરેક પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ  $6 \times 10^{-3} \text{ m}^2$  અને બે પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર 3 mm છે. આ કેપેસિટરનું કેપેસિટન્સ ગણો. જો આ કેપેસિટરને 100 V સપ્લાય સાથે જોડવામાં આવે તો તેની દરેક પ્લેટ પરનો વિદ્યુતભાર કેટલો હશે ?

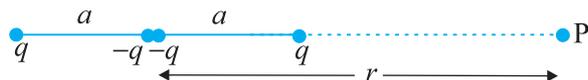
## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસિટન્સ

- 2.9** સ્વાધ્યાય 2.8માં આપેલ કેપેસિટરમાં 3 mm જાડાઈની માઈકા (અબરખ)ની પ્લેટ (ડાયઇલેક્ટ્રીક અચળાંક = 6) કેપેસિટરની બે પ્લેટ વચ્ચે
- (a) વોલ્ટેજ સપ્લાય જોડેલો રહે ત્યારે,  
(b) વોલ્ટેજ સપ્લાયનું જોડાણ દૂર કર્યા બાદ  
- દાખલ કરવામાં આવે તો, દરેક કિસ્સામાં શું થાય તે સમજાવો.
- 2.10** 12 pFનું એક કેપેસિટર 50 Vની બેટરી સાથે જોડેલું છે. કેપેસિટરમાં કેટલી સ્થિતવિદ્યુતઊર્જા સંગ્રહ પામી હશે ?
- 2.11** 600 pFનું એક કેપેસિટર 200 Vના સપ્લાય વડે વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે. પછી તેનું સપ્લાય સાથેનું જોડાણ દૂર કરવામાં આવે છે અને બીજા વિદ્યુતભારિત ન હોય તેવા 600 pFના કેપેસિટર સાથે જોડવામાં આવે છે. આ પ્રક્રિયામાં કેટલી ઊર્જા ગુમાવાઈ હશે ?

### વધારાના સ્વાધ્યાય

- 2.12** એક 8 mC વિદ્યુતભાર ઉગમબિંદુએ રહેલો છે. એક નાના  $-2 \times 10^{-9}$  C વિદ્યુતભારને P(0, 0, 3 cm) બિંદુથી R(0, 6, 9 cm) બિંદુએ થઈ Q(0, 4 cm, 0) બિંદુએ લાવવા માટે કરેલું કાર્ય શોધો.
- 2.13**  $b$  બાજુવાળા એક ઘનના દરેક બિંદુએ વિદ્યુતભાર  $q$  છે. આ વિદ્યુતભારના તંત્રને લીધે ઘનના કેન્દ્ર પર સ્થિતિમાન અને વિદ્યુતક્ષેત્ર શોધો.
- 2.14** 1.5  $\mu$ C અને 2.5  $\mu$ C વિદ્યુતભાર ધરાવતા બે નાના ગોળાઓ એકબીજાથી 30 cm અંતરે રહેલા છે. નીચેના સ્થાનોએ સ્થિતિમાન અને વિદ્યુતક્ષેત્ર શોધો.
- (a) બે વિદ્યુતભારોને જોડતી રેખાના મધ્યબિંદુએ અને  
(b) આ રેખાના મધ્યબિંદુમાંથી પસાર થતી અને રેખાને લંબ સમતલમાં મધ્યબિંદુથી 10 cm અંતરે આવેલા બિંદુએ.
- 2.15** અંદરની ત્રિજ્યા  $r_1$  અને બહારની ત્રિજ્યા  $r_2$  ધરાવતી એક ગોળાકાર સુવાહક કવચ પરનો વિદ્યુતભાર Q છે.
- (a) કવચના કેન્દ્ર પર વિદ્યુતભાર  $q$  મૂકવામાં આવે છે. કવચની અંદરની અને બહારની સપાટીઓ પર વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠઘનતા કેટલી હશે ?  
(b) જો કવચ ગોળાકાર ન હોય પણ ગમે તેવો અનિયમિત આકાર ધરાવતી હોય તો પણ બપોલ (જેમાં કોઈ વિદ્યુતભાર નથી)ની અંદરનું વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય છે ? સમજાવો.
- 2.16** (a) દર્શાવો કે સ્થિતવિદ્યુતક્ષેત્રના લંબ ઘટકનું, વિદ્યુતભારિત સપાટીની એકબાજુથી બીજી બાજુ સુધી અસતતપણું
- $$(\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \cdot \hat{\mathbf{n}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$
- દ્વારા અપાય છે. જ્યાં,  $\hat{\mathbf{n}}$  તે બિંદુએ સપાટીને લંબ એકમ સદિશ છે.  $\sigma$  તે બિંદુએ વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા છે. ( $\hat{\mathbf{n}}$  ની દિશા બાજુ 1થી બાજુ 2 તરફ છે). આ પરથી દર્શાવો કે સુવાહકની તરત બહાર વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\sigma \hat{\mathbf{n}} / \epsilon_0$  છે.

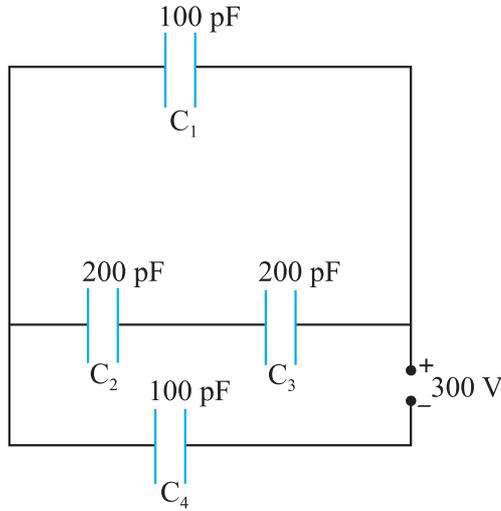
- (b) દર્શાવો કે સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્રનો સ્પર્શીય (Tangential) ઘટક, વિદ્યુતભારિત સપાટીની એક બાજુથી બીજી બાજુ સુધી સતત હોય છે. [સૂચન : (a) માટે ગોસના નિયમનો ઉપયોગ કરો. (b) માટે સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્ર વડે બંધ ગાળા પર કરેલું કાર્ય શૂન્ય છે તે હકીકતનો ઉપયોગ કરો.]
- 2.17 રેખીય વિદ્યુતભાર ઘનતા  $\lambda$  ધરાવતો એક લાંબો નળાકાર એક પોલા, સમઅક્ષીય, સુવાહક નળાકાર વડે ઘેરાયેલ છે. બે નળાકારની વચ્ચેના અવકાશમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર કેટલું હશે ?
- 2.18 હાઈડ્રોજન પરમાણુમાં ઈલેક્ટ્રોન અને પ્રોટોન  $0.53 \text{ \AA}$  અંતરે એકબીજા સાથે બંધિત અવસ્થામાં છે.
- (a) ઈલેક્ટ્રોન અને પ્રોટોન વચ્ચેના અનંત અંતર માટે સ્થિતિઊર્જા શૂન્ય લઈને આ તંત્રની સ્થિતિઊર્જાનો eVમાં અંદાજ કરો.
- (b) ઈલેક્ટ્રોનને મુક્ત કરવા માટે કેટલું લઘુત્તમ કાર્ય કરવું પડે ? તેની કક્ષામાંની ગતિઊર્જા (a)માં મળેલી સ્થિતિઊર્જા કરતાં અડધી છે તેમ આપેલ છે.
- (c) બંને વચ્ચેના  $1.06 \text{ \AA}$  અંતર માટે સ્થિતિઊર્જા શૂન્ય લેવામાં આવે તો ઉપર (a) અને (b) માટેના જવાબો શું હશે ?
- 2.19 જો  $H_2$  અણુના બેમાંથી એક ઈલેક્ટ્રોન દૂર કરવામાં આવે તો આપણને હાઈડ્રોજન આણ્વિક આયન  $H_2^+$  મળે.  $H_2^+$ ની ધરાસ્થિતિમાં બે પ્રોટોન વચ્ચેનું અંતર લગભગ  $1.5 \text{ \AA}$  છે અને ઈલેક્ટ્રોન દરેક પ્રોટોનથી લગભગ  $1 \text{ \AA}$  અંતરે છે. આ તંત્રની સ્થિતિઊર્જા શોધો. સ્થિતિઊર્જાના શૂન્ય માટેની તમારી પસંદગી જણાવો.
- 2.20 a અને b ત્રિજ્યાઓ ધરાવતા બે વિદ્યુતભારિત સુવાહક ગોળાઓને એક તાર વડે જોડવામાં આવે છે. બે ગોળાઓની સપાટીઓ પરના વિદ્યુતક્ષેત્રનો ગુણોત્તર કેટલો હશે ? આ પરિણામનો ઉપયોગ કરી સુવાહકના તીક્ષ્ણ અને ધારદાર છેડાઓ આગળ સપાટ વિભાગો કરતાં વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા શા માટે વધારે હોય છે તે સમજાવો.
- 2.21 બે વિદ્યુતભારો  $-q$  અને  $+q$  અનુક્રમે  $(0, 0, -a)$  અને  $(0, 0, a)$  બિંદુઓએ રહેલા છે.
- (a)  $(0, 0, z)$  અને  $(x, y, 0)$  બિંદુઓએ વિદ્યુતક્ષેત્ર કેટલું કેટલું છે ?
- (b) સ્થિતિમાન, ઉગમબિંદુથી કોઈ બિંદુના અંતર  $r$  પર,  $r/a \gg 1$  હોય ત્યારે કેવી રીતે આધારિત છે તે દર્શાવતું સૂત્ર મેળવો.
- (c) એક નાના પરીક્ષણ વિદ્યુતભારને x-અક્ષ પર  $(5, 0, 0)$  બિંદુથી  $(-7, 0, 0)$  બિંદુ સુધી લઈ જવામાં કેટલું કાર્ય થશે ? જો પરીક્ષણ વિદ્યુતભારનો માર્ગ તે જ બે બિંદુઓ વચ્ચે x-અક્ષ પર ન હોત તો જવાબમાં ફેર પડે ?
- 2.22 આકૃતિ 2.34 વિદ્યુત ચતુર્ધ્રુવી (Electric Quadrupole) તરીકે ઓળખાતી વિદ્યુતભારોની ગોઠવણ દર્શાવે છે. ચતુર્ધ્રુવીની અક્ષ પરના બિંદુ માટે,  $r/a \gg 1$  માટે, સ્થિતિમાન  $r$  પર કેવી રીતે આધારિત છે તે દર્શાવતું સૂત્ર મેળવો અને વિદ્યુત ડાયપોલ અને વિદ્યુત મોનોપોલ (એટલે કે એકલ વિદ્યુતભાર) માટેના આવા સૂત્રથી તમારું પરિણામ કેવી રીતે જુદું પડે છે તે જણાવો.



આકૃતિ 2.34

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસિટન્સ

- 2.23** એક ઇલેક્ટ્રીકલ ટેકનીશિયનને એક પરિપથમાં 1 kVને સમાંતર 2  $\mu\text{F}$ ના કેપેસિટરની જરૂર પડે છે. તેની પાસે 1  $\mu\text{F}$ ના મોટી સંખ્યાના કેપેસિટર પ્રાપ્ય છે જેઓ 400 વોલ્ટ કરતાં વધુ ન હોય તેવો સ્થિતિમાનનો તફાવત ખમી શકે છે. એવી શક્ય ગોઠવણ દર્શાવો કે જેમાં લઘુત્તમ સંખ્યાના કેપેસિટરની જરૂર પડે.
- 2.24** 2 Fના એક સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટરની બે પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર 0.5 cm આપેલ હોય તો તેની દરેક પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ કેટલું હશે ? [તમારા જવાબ પરથી તમે સમજી શકશો કે સામાન્ય કેપેસિટરો શા માટે  $\mu\text{F}$ ના અથવા ઓછા ક્રમના હોય છે. આમ છતાં, ઇલેક્ટ્રોલીટિક કેપેસિટરોનાં મૂલ્યો, સુવાહકો વચ્ચે ખૂબ નાનું અંતર હોવાથી, ઘણાં મોટાં (0.1 F) હોય છે.]
- 2.25** આકૃતિ 2.35માં દર્શાવેલ નેટવર્કનું સમતુલ્ય કેપેસિટન્સ શોધો. 300 Vના સપ્લાય માટે દરેક કેપેસિટરને સમાંતરે વોલ્ટેજ અને તેના પરનો વિદ્યુતભાર શોધો.



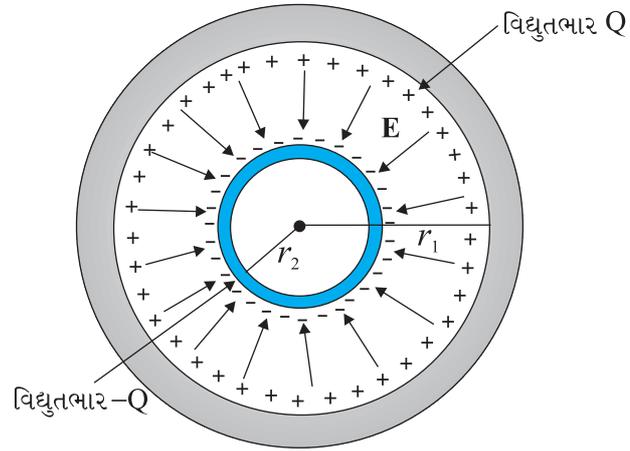
આકૃતિ 2.35

- 2.26** એક સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટરની દરેક પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ  $90 \text{ cm}^2$  અને બે પ્લેટ વચ્ચેનું અંતર 2.5 mm છે. કેપેસિટરને 400 Vના સપ્લાય સાથે જોડીને વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે.
- (a) કેપેસિટર વડે કેટલી સ્થિતવિદ્યુતઊર્જા સંગ્રહિત થયેલ છે ?
- (b) આ ઊર્જાને બે પ્લેટ વચ્ચેના સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્રમાં સંગ્રહ પામેલી ગણો અને એકમ કદ દીઠ ઊર્જા  $u$  મેળવો. આ પરથી  $u$  અને વિદ્યુતક્ષેત્રના માન  $E$  વચ્ચેનો સંબંધ મેળવો.
- 2.27** 4  $\mu\text{F}$ ના એક કેપેસિટરને 200 V સપ્લાય વડે વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે. પછી તેને સપ્લાયથી જુદું પાડીને બીજા વિદ્યુતભારિત ન હોય તેવા 2  $\mu\text{F}$ ના કેપેસિટર સાથે જોડવામાં આવે છે. પ્રથમ કેપેસિટરની કેટલી ઊર્જા ઉષ્મા અને વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણના રૂપમાં ગુમાવાય છે ?
- 2.28** દર્શાવો કે સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટરની દરેક પ્લેટ પર લાગતા બળનું માન  $(1/2)QE$  છે. જ્યાં,  $Q$  કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર છે અને  $E$  પ્લેટો વચ્ચેના વિદ્યુતક્ષેત્રનું માન છે. અહીં, અવયવ  $1/2$  કેવી રીતે આવે છે તે સમજાવો.

2.29 ગોળાકાર કેપેસિટરમાં બે સમકેન્દ્રિય ગોળાકાર સુવાહકોને યોગ્ય અવાહક ટેકાઓ વડે તેમના સ્થાનો પર જકડી રાખેલા હોય છે (આકૃતિ 2.36). દર્શાવો કે ગોળાકાર કેપેસિટરનું કેપેસિટન્સ

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0 r_1 r_2}{r_1 - r_2}$$

વડે અપાય છે. જ્યાં,  $r_1$  અને  $r_2$  અનુક્રમે બહારના અને અંદરના ગોળાઓની ત્રિજ્યાઓ છે.



આકૃતિ 2.36

2.30 એક ગોળાકાર કેપેસિટરના અંદરના ગોળાની ત્રિજ્યા 12 cm અને બહારના ગોળાની ત્રિજ્યા 13 cm છે. બહારના ગોળાનું અર્થિંગ (Earthing) કરી દીધેલું છે અને અંદરના ગોળા પર 2.5  $\mu\text{C}$  વિદ્યુતભાર આપેલ છે. બે સમકેન્દ્રિય ગોળાઓ વચ્ચેના અવકાશને ડાયઇલેક્ટ્રિક અચળાંક 32 ધરાવતા પ્રવાહી વડે ભરી દીધેલ છે.

- કેપેસિટરનું કેપેસિટન્સ શોધો.
- અંદરના ગોળાનું સ્થિતિમાન કેટલું હશે ?
- આ કેપેસિટરના કેપેસિટન્સને 12 cm ત્રિજ્યાના અલગ કરેલા ગોળાના કેપેસિટન્સ સાથે સરખાવો. અલગ ગોળા માટેનું મૂલ્ય ખૂબ નાનું કેમ છે તે સમજાવો.

2.31 કાળજીપૂર્વક ઉત્તર આપો :

- બે મોટા  $Q_1$  અને  $Q_2$  વિદ્યુતભાર ધરાવતા સુવાહક ગોળાઓ એકબીજાની નજીક લાવવામાં આવે છે. તેમની વચ્ચેનું સ્થિતિવિદ્યુતબળ સચોટતાથી  $Q_1 Q_2 / 4\pi\epsilon_0 r^2$  વડે અપાય છે, જ્યાં,  $r$  તેમનાં કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર છે ?
- જો કુલંબનો નિયમ ( $1/r^2$  ને બદલે)  $1/r^3$  પર આધારિત હોત તો પણ શું ગોસનો નિયમ સાચો રહેત ?
- એક સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર સંરચનામાં એક નાના પરિક્ષણ વિદ્યુતભારને સ્થિર સ્થિતિમાંથી મુક્ત કરવામાં આવે છે. તે વિદ્યુતભાર, તે બિંદુમાંથી પસાર થતી ક્ષેત્રરેખા પર ગતિ કરવા લાગશે ?
- ન્યુક્લિયસના ક્ષેત્ર વડે ઈલેક્ટ્રોનની પૂર્ણ વર્તુળાકાર કક્ષા દરમિયાન કેટલું કાર્ય થયું હશે ? જો કક્ષા લંબવૃત્તિય (Elliptical) હોય તો શું ?

## સ્થિતવિદ્યુત સ્થિતિમાન અને કેપેસિટન્સ

- (e) આપણે જાણીએ છીએ કે વિદ્યુતભારિત સુવાહકની સપાટીની આરપાર (Across) વિદ્યુતક્ષેત્ર અસતત હોય છે. શું ત્યાં વિદ્યુત સ્થિતિમાન પણ અસતત હોય છે ?
- (f) એકલ (એકાકી, Single) સુવાહકના કેપેસિટન્સનો તમે શું અર્થ કરશો ?
- (g) પાણીનો ડાયઇલેક્ટ્રિક અચળાંક (= 80) એ માઇકા (= 6) કરતાં ઘણો મોટો હોવાના શક્ય કારણનું અનુમાન કરો.
- 2.32** એક નળાકાર કેપેસિટરમાં બે સમ-અક્ષીય નળાકારોની લંબાઈ 15 cm અને ત્રિજ્યાઓ 1.5 cm અને 1.4 cm છે. બહારના નળાકારનું અર્થિંગ કરી દીધેલું છે અને અંદરના નળાકાર પર  $3.5 \mu\text{C}$  વિદ્યુતભાર આપેલો છે. આ તંત્રનું કેપેસિટન્સ શોધો અને અંદરના નળાકારનું સ્થિતિમાન શોધો. છેડા પરની અસરો (એટલે કે છેડા પર ક્ષેત્ર રેખાઓનું વળવું)ને અવગણો.
- 2.33** ડાયઇલેક્ટ્રિક અચળાંક 3 અને ડાયઇલેક્ટ્રિક સ્ટ્રેન્થ લગભગ  $10^7 \text{ V m}^{-1}$  ધરાવતા દ્રવ્યની મદદથી 1 kV રેટીંગ ધરાવતા એક સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટરની રચના કરવાની છે. [ડાયઇલેક્ટ્રિક સ્ટ્રેન્થ એ દ્રવ્ય દ્વારા બ્રેકડાઉન પામ્યા વિના (આંશિક આયનીકરણ દ્વારા વિદ્યુતનું વહન શરૂ થયા વિના) સહન કરી શકાતું મહત્તમ વિદ્યુતક્ષેત્ર છે.] સલામતી માટે ડાયઇલેક્ટ્રિક સ્ટ્રેન્થના 10% કરતાં ક્ષેત્ર કદી વધે નહિ તે ઈચ્છનીય છે. 50 pFનું કેપેસિટન્સ મેળવવા માટે પ્લેટોનું લઘુત્તમ ક્ષેત્રફળ કેટલું હોવું જરૂરી છે ?
- 2.34** નીચેના કિસ્સાઓ માટે સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠો રેખાકૃતિ દ્વારા દર્શાવો.
- (a) z-દિશામાં અચળ વિદ્યુતક્ષેત્ર
- (b) ક્ષેત્ર કે જેનું માન નિયમિત રીતે વધે છે પરંતુ અચળ દિશામાં (દા.ત., z-દિશા) રહે છે.
- (c) ઉગમબિંદુએ એકલ ધન વિદ્યુતભાર.
- (d) સમતલમાં સમાંતર અને સમાન અંતરે રહેલા લાંબા વિદ્યુતભારિત તારથી બનેલ નિયમિત જાળી.
- 2.35**  $r_1$  ત્રિજ્યા અને  $q_1$  વિદ્યુતભાર ધરાવતો એક નાનો ગોળો  $r_2$  ત્રિજ્યા અને  $q_2$  વિદ્યુતભાર ધરાવતો એક ગોળાકાર કવચ વડે ઘેરાયેલ છે. દર્શાવો કે જો  $q_1$  ધન હોય તો (જ્યારે તે બંનેને તાર વડે જોડેલા હોય), કવચ પર કોઈ પણ વિદ્યુતભાર  $q_2$  હોય તો પણ, વિદ્યુતભાર ગોળાથી કવચ પર વહન પામશે જ.
- 2.36** નીચેનાના જવાબ આપો :
- (a) પૃથ્વીની સપાટીથી ઊંચાઈ સાથે ઘટતા વિદ્યુતક્ષેત્રને અનુરૂપ વાતાવરણની ટોચ પરનું સ્થિતિમાન જમીનની સાપેક્ષે 400 kV છે. પૃથ્વીની સપાટીની નજીક ક્ષેત્ર  $100 \text{ V m}^{-1}$  છે. તો પછી આપણા ઘરમાંથી બહાર ખુલ્લામાં પગ મૂકતાં આપણે વિદ્યુત આંચકો કેમ અનુભવતા નથી ? (ઘરને એક સ્ટીલનું પાંજરું ધારો કે જેમાં અંદર કોઈ ક્ષેત્ર નથી !)
- (b) એક માણસ એક દિવસ સાંજે તેના ઘરની બહાર એક બે મીટર ઊંચાઈનું અવાહક ચોસલું (Slab) ગોઠવે છે કે જેની ટોચ પર મોટું  $1 \text{ m}^2$  ક્ષેત્રફળનું એલ્યુમિનિયમનું પતરું રાખેલ છે. બીજે દિવસે સવારે જો તે ધાતુના પતરાને સ્પર્શ કરે તો તેને વિદ્યુતઆંચકો લાગશે ?

- (c) હવાની નાની (ઓછી) વાહકતાને કારણે સમગ્ર પૃથ્વી પર વાતાવરણમાં સરેરાશ ડિસ્ચાર્જિંગ પ્રવાહ 1800 A જણાયો છે. તો પછી વાતાવરણ પોતે સમય જતાં સંપૂર્ણ ડિસ્ચાર્જ (વિદ્યુત વિભારિત) થઈને તટસ્થ કેમ બની જતું નથી ? બીજા શબ્દોમાં વાતાવરણ વિદ્યુતભારિત શાને લીધે રહે છે ?
- (d) વાતાવરણમાં વીજળી (Lightning) થવા દરમિયાન વિદ્યુતઊર્જા, ઊર્જાના કયા સ્વરૂપોમાં વિભેરાય છે ? (સૂચન : પૃથ્વીની સપાટી આગળ વિદ્યુતક્ષેત્ર લગભગ  $100 \text{ V m}^{-1}$  અધોદિશામાં છે. જે વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠઘનતા  $= 10^{-9} \text{ C m}^{-2}$  ને અનુરૂપ છે. 50 km સુધી વાતાવરણની સ્લેજ વાહકતા (તેનાથી આગળ ઉપર તો તે સુવાહક છે)ને લીધે, સમગ્ર પૃથ્વીની અંદર દર સેકન્ડે લગભગ +1800 C વિદ્યુતભાર દાખલ થાય છે. આમ, છતાં પૃથ્વી ડિસ્ચાર્જ થઈ જતી નથી કારણ કે સમગ્ર પૃથ્વી પર થતી ગાજવીજને લીધે સમાન જથ્થાનો ઋણ વિદ્યુતભાર પણ પૃથ્વીમાં દાખલ થાય છે.)

પ્રકરણ ત્રણ

# પ્રવાહ વિદ્યુત

## (CURRENT ELECTRICITY)



### 3.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

પ્રકરણ-1માં મુક્ત કે બંધિત બધા જ વિદ્યુતભારોને સ્થિર ધારવામાં આવ્યા હતા. ગતિમાન વિદ્યુતભારો વિદ્યુતપ્રવાહ રચે છે. આવા વિદ્યુતપ્રવાહો કુદરતી રીતે જ ઘણી પરિસ્થિતિમાં રચાતા હોય છે. વીજળી આવી જ એક ઘટના છે કે જેમાં વિદ્યુતભારો (પૃથ્વીના) વાતાવરણમાંથી પસાર થઈને વાદળથી પૃથ્વી તરફ વહે છે, કે જે ઘણીવખત વિનાશકારી પરિણામ પણ નિપજાવે છે. વીજળીમાં વિદ્યુતભારનું વહન સ્થાયી હોતું નથી, પરંતુ આપણાં રોજંદા જીવનમાં આપણે ઘણાં ઉપકરણો જોઈએ છીએ કે જેમાં વિદ્યુતભાર, નદીમાં જેમ સરળતાથી (Smoothly) પાણી વહેતું હોય તેમ, સ્થાયી રીતે વહેતા હોય છે. ટોચ અને સેલથી ચાલતી ઘડિયાળ આવા ઉપકરણોનાં ઉદાહરણ છે. આ પ્રકરણમાં, આપણે સ્થિત વિદ્યુતપ્રવાહને લગતા કેટલાક મૂળભૂત નિયમોનો અભ્યાસ કરીશું.

### 3.2 વિદ્યુતપ્રવાહ (ELECTRIC CURRENT)

વિદ્યુતભારના વહનની દિશાને લંબ એક નાનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતું પૃષ્ઠ રાખેલ છે તેમ વિચારો. ધન અને ઋણ એમ બંને વિદ્યુતભારો આ ક્ષેત્રફળમાંથી આગળ અને પાછળ વહન પામી શકે છે. આપેલ સમય અંતરાલ  $t$  દરમિયાન, ધારોકે  $q_+$  જેટલો ધન વિદ્યુતભારનો પરિણામી જથ્થો (એટલે કે આગળની દિશામાં વહેતા વિદ્યુતભારમાંથી પાછળની દિશામાં વહેતો વિદ્યુતભાર બાદ કરીએ તેટલો) ક્ષેત્રફળમાં થઈને આગળની દિશામાં વહે છે. તે જ રીતે, ધારોકે  $q_-$  જેટલો ઋણ વિદ્યુતભારનો પરિણામી જથ્થો ક્ષેત્રફળમાં થઈને આગળની દિશામાં વહે છે. તો  $t$  જેટલા સમય અંતરાલમાં, ક્ષેત્રફળમાંથી આગળની દિશામાં વહેતો પરિણામી વિદ્યુતભાર  $q = q_+ - q_-$  છે. સ્થાયી પ્રવાહના કિસ્સામાં, આ વિદ્યુતભાર  $t$ ને સમપ્રમાણમાં હશે

$$I = \frac{q}{t} \quad (3.1)$$

અને ગુણોત્તરને ક્ષેત્રફળમાં થઈને આગળની દિશામાં વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહની વ્યાખ્યા તરીકે લઈશું. (આ જો ઋણ સંખ્યા મળે તો તેનો અર્થ પ્રવાહ પાછળ (વિરુદ્ધ) દિશામાં છે તેમ સમજવું.)

પ્રવાહ હંમેશા સ્થાયી જ હોય તેવું બનતું નથી અને તેથી, વધુ વ્યાપક રીતે, આપણે પ્રવાહને નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ. ધારો કે,  $\Delta Q$  એ  $\Delta t$  સમય અંતરાલ દરમિયાન (એટલે કે  $t$  અને  $t + \Delta t$  સમય વચ્ચે) સુવાહકના આડછેદમાં થઈને વહેતો પરિણામી વિદ્યુતભાર છે. તો  $t$  સમયે વાહકના આડછેદમાંથી વહેતા પ્રવાહને  $\Delta t$ ના શૂન્ય તરફના લક્ષ માટે  $\Delta Q$  અને  $\Delta t$ ના ગુણોત્તરના મૂલ્ય તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે.

$$I(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (3.2)$$

SI એકમોમાં, પ્રવાહનો એકમ એમ્પિયર છે. એક એમ્પિયરની વ્યાખ્યા પ્રવાહની ચુંબકીય અસરો દ્વારા અપાય છે કે જે આપણે હવે પછીના પ્રકરણમાં ભણીશું. ઘર વપરાશના સાધનોમાં વહેતા પ્રવાહનું મૂલ્ય લાક્ષણિક રીતે એમ્પિયરના ક્રમનું હોય છે. વીજળીમાં વહેતા સરેરાશ પ્રવાહનું મૂલ્ય અમુક દશ હજાર એમ્પિયરના ક્રમનું જ્યારે તેના બીજા છેડે આપણી ચેતાઓ (Nerves)માં વહેતો પ્રવાહ માઈક્રોએમ્પિયરના ક્રમનો હોય છે.

### 3.3 સુવાહકોમાં વિદ્યુતપ્રવાહો (ELECTRIC CURRENTS IN CONDUCTORS)

જો વિદ્યુતક્ષેત્ર લાગુ પાડવામાં આવે તો વિદ્યુતભાર બળ અનુભવે છે. હવે જો તે મુક્ત હોય તો તે ગતિ કરશે અને વિદ્યુતપ્રવાહ રચશે. કુદરતમાં આવા મુક્ત વિદ્યુતભારો ખરેખર વાતાવરણના આયનોસ્ફિયરથી ઓળખાતા ઉપલા સ્તર (Upper Strata)માં અસ્તિત્વ ધરાવે છે. પરંતુ અણુ અને પરમાણુઓમાં ઋણ વિદ્યુતભારિત ઇલેક્ટ્રોન અને ધન વિદ્યુતભારિત ન્યુક્લિયસો એકબીજા સાથે જકડાયેલા હોય છે અને તેથી તેઓ ગતિ કરવા મુક્ત હોતા નથી. સ્થૂળપદાર્થ મુખ્યત્વે ઘણા અણુઓ (Molecules)ના બનેલા હોય છે. દા.ત., 1 ગ્રામ પાણી લગભગ  $10^{22}$  જેટલા અણુઓ ધરાવે છે. આ અણુઓ એકબીજા સાથે એટલા ગાઢ રીતે જકડાયેલા હોય છે કે ઇલેક્ટ્રોન જે-તે (વ્યક્તિગત) ન્યુક્લિયસો સાથે જકડાયેલા હોતા નથી. કેટલાંક પદાર્થોમાં, ઇલેક્ટ્રોન હજીય બંધિત હોય છે, એટલે કે વિદ્યુતક્ષેત્ર લગાવવા છતાં તેઓ પ્રવેગિત થતા નથી. બીજા પદાર્થો જેવાં કે, ધાતુઓમાં, અમુક ઇલેક્ટ્રોન (લગભગ) મુક્ત હોય છે કે જેથી તેઓ સમગ્ર પદાર્થમાં ગતિ કરે છે. આવા પદાર્થોને સામાન્યતઃ સુવાહકો કહે છે અને તેમને વિદ્યુતક્ષેત્ર લગાડતાં તેમાં વિદ્યુતપ્રવાહ રચાય છે.

હવે જો આપણે ધન સુવાહક પદાર્થ વિચારીએ તો પરમાણુઓ (Atoms) એકબીજા સાથે દૃઢ રીતે જકડાયેલા હોવાથી, ઋણ વિદ્યુતભારિત ઇલેક્ટ્રોન વિદ્યુતપ્રવાહનું વહન કરે છે. જો કે બીજા વિદ્યુતદ્રાવણ (Electrolytic Solution) જેવા સુવાહકો પણ છે કે જેમાં ધન અને ઋણ એમ બંને પ્રકારના વિદ્યુતભારો ગતિ કરી શકે છે. આપણી ચર્ચામાં ફક્ત ધન સુવાહકો પર જ ધ્યાન કેન્દ્રિત કરીશું કે જેથી પ્રવાહ ફક્ત જડિત ધન આયનોની પાર્શ્વભૂમિમાં ઋણ વિદ્યુતભારિત ઇલેક્ટ્રોનોને કારણે છે.

શરૂઆતમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર ગેરહાજર છે તેવો કિસ્સો વિચારો. તેમની ઉષ્મીય ઊર્જાને કારણે ઇલેક્ટ્રોન ગતિ કરતા હશે અને તે ગતિ દરમિયાન જડિત આયનોની સાથે અથડાતાં હશે. આવી આયન સાથેની અથડામણ બાદ ઇલેક્ટ્રોન ફરી પાછા એ જ ઝડપથી ગતિ ચાલુ કરશે કે જે તેમની અથડામણ પહેલાંની ઝડપ હશે. પરંતુ તેમના અથડામણ પછીના વેગની દિશા અસ્તવ્યસ્ત (Random) હશે. આપેલ સમયે, આવા ઇલેક્ટ્રોનના

## પ્રવાહ વિદ્યુત

વેગ માટે કોઈ ચોક્કસ પંસદગીની દિશા નહીં હોય. આમ, સરેરાશ રીતે કોઈ ચોક્કસ દિશામાં ગતિ કરતા ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યા, તેનાથી વિરુદ્ધ દિશામાં ગતિ કરતા ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યા જેટલી જ હશે. તેથી કોઈ ચોખ્ખો (Net) વિદ્યુતપ્રવાહ રચાતો નથી.

હવે જો આવા સુવાહકના ટુકડાને વિદ્યુતક્ષેત્ર લગાડીએ તો શું થાય તે જોઈએ. આપણા વિચારોને કેન્દ્રિત કરવા, સુવાહક R ત્રિજ્યાના નળાકાર આકારનો છે તેમ વિચારો (આકૃતિ 3.1). ધારોકે આપણે બે સમાન ત્રિજ્યા ધરાવતી પાતળી વર્તુળાકાર અવાહક તક્તિઓ લઈએ કે જેમાં એક તક્તિ પર +Q વિદ્યુતભાર

અને બીજી પર -Q વિદ્યુતભાર વિતરિત થયેલો છે. હવે આપણે આ બે તક્તિઓને નળાકારની બે સપાટ સપાટીઓ સાથે જોડીએ. ધન વિદ્યુતભારથી ઋણ વિદ્યુતભાર તરફ વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન થશે. આ ક્ષેત્રને કારણે ઇલેક્ટ્રોન +Q વિદ્યુતભાર તરફ પ્રવેગિત થશે. તેઓ આમ (ધન) વિદ્યુતભારને તટસ્થ કરવા ગતિ કરશે. જ્યાં સુધી ઇલેક્ટ્રોન ગતિ કરતા હશે ત્યાં સુધી પ્રવાહ રચાશે. આથી આ વિચારેલ પરિસ્થિતિમાં બહુ થોડા સમય માટે પ્રવાહ મળે છે અને ત્યારબાદ પ્રવાહ નહીં હોય.

આપણે એવું તંત્ર (વ્યવસ્થા) વિચારી શકીએ કે જેમાં સુવાહકમાં વહેતા ઇલેક્ટ્રોન દ્વારા તટસ્થ થતા વિદ્યુતભારોને સ્થાને (ભરપાઈ કરવા) નવો વીજભાર નળાકારના છેડા આગળથી મળતો રહે. તે કિસ્સામાં, સુવાહક પદાર્થની અંદર સ્થિત (સ્થાયી) વિદ્યુતક્ષેત્ર રચાશે. આ સ્થિતિ ટૂંકા સમયગાળા માટેના પ્રવાહને બદલે સતત (અવિરત) પ્રવાહમાં પરિણમશે. એવી (તંત્રક્રિયા) કાર્યપ્રણાલી (Mechanism) કે જે સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર જાળવી રાખે છે તે વિદ્યુતકોષો અને બેટરી છે, કે જેનો અભ્યાસ આપણે આ પ્રકરણના પાછળના ભાગમાં કરીશું. હવે પછીના વિભાગોમાં આપણે સુવાહકમાં સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્રને કારણે ઉદ્ભવતા સ્થિત પ્રવાહનો અભ્યાસ કરીશું.

### 3.4 ઓહ્મનો નિયમ (OHM'S LAW)

પ્રવાહોના વહન માટેનો મૂળભૂત નિયમ, તેના માટે જવાબદાર ભૌતિકક્રિયાની સમજણ મળી તેનાથી ઘણાં પહેલાં, જી. એસ. ઓહ્મ (G. S. Ohm) દ્વારા ઇ.સ. 1828માં શોધાયો હતો. ધારો કે એક સુવાહકમાંથી I જેટલો વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે અને સુવાહકના બે છેડા વચ્ચે V જેટલો સ્થિતિમાનનો તફાવત છે. ઓહ્મનો નિયમ સૂચવે છે કે,

$$V \propto I$$

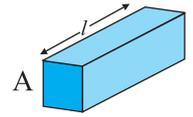
$$\text{અથવા } V = RI \quad (3.3)$$

જ્યાં, સપ્રમાણતા અચળાંક Rને સુવાહકનો અવરોધ કહે છે, અવરોધનો SI એકમ ઓહ્મ છે અને તે  $\Omega$  સંજ્ઞા વડે દર્શાવાય છે. અવરોધ R વાહકના ફક્ત દ્રવ્ય પર જ નહીં પરંતુ તેના પરિમાણ પર પણ આધાર રાખે છે. Rનું વાહકના પરિમાણ પરનું અવલંબન (Dependence) નીચે મુજબ જાણી શકાય છે.

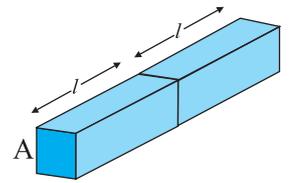
સમીકરણ (3.3)ને અનુસરતો સુવાહક કે જેની લંબાઈ l અને આડછેદનું ક્ષેત્રફળ A ધરાવતા લંબચોરસ ચોસલા સ્વરૂપમાં છે તેમ ધ્યાનમાં લો [આકૃતિ 3.2(a)]. એવું વિચારો કે આવા બે સમાન ચોસલાઓ એકબીજાને લગોલગ રાખેલા છે [આકૃતિ 3.2(b)], કે જેથી આ સંયોજનની લંબાઈ 2l થાય. આ સંયોજનમાંથી વહેતો પ્રવાહ એ દરેક સ્વતંત્ર ચોસલામાંથી પસાર થતા પ્રવાહ જેટલો જ હશે. હવે જો પ્રથમ ચોસલાના છેડા વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત V હોય તો બીજા ચોસલાના છેડા વચ્ચેનો તફાવત પણ V



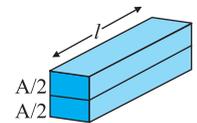
**આકૃતિ 3.1** ધાત્વીય નળાકારના છેડે +Q અને -Q વિદ્યુતભારો મૂકેલા છે. વિદ્યુતભારોને તટસ્થ (સમતોલ) કરવા ઉત્પન્ન વિદ્યુતક્ષેત્રને કારણે ઇલેક્ટ્રોન ડ્રિફ્ટ (Drift) ગતિ કરશે. +Q અને -Q વિદ્યુતભારો જો સતત પાછા ભરાતા નહીં જાય તો પ્રવાહ થોડા સમય બાદ અટકી જશે.



(a)



(b)



(c)

**આકૃતિ 3.2** l લંબાઈના અને A જેટલું આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા લંબચોરસ ચોસલા માટે  $R = \rho l/A$  સંબંધ દર્શાવેલ છે.



**જ્યોર્જ સિમોન ઓહ્મ (George Simon Ohm) (1787-1854) :** એક જર્મન ભૌતિકશાસ્ત્રી, મ્યુનીચ (યુનિવર્સિટી)માં પ્રાધ્યાપક. ઓહ્મ તેમનો નિયમ ઉષ્માવહનની પ્રક્રિયા સાથેની સામ્યતાને આધારે આપ્યો. વિદ્યુતક્ષેત્ર એ તાપમાનના પ્રચલનને સમતુલ્ય અને વિદ્યુતપ્રવાહ એ ઉષ્માપ્રવાહ સાથે સામ્યતા ધરાવે છે.

જેટલો જ થશે, કારણ કે બંને ચોસલા સમાન છે અને તેઓમાંથી વહેતો પ્રવાહ  $I$  પણ સમાન છે. સ્પષ્ટ છે કે આ સંયોજનના છેડા વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત બે વ્યક્તિગત ચોસલાના સ્થિતિમાનોના સરવાળા બરાબર અને તેથી  $2V$  જેટલો છે. સંયોજનમાંથી વહેતો પ્રવાહ  $I$  છે અને સંયોજનનો અવરોધ  $R_C$  હોય તો [સમીકરણ (3.3)] પરથી,

$$R_C = \frac{2V}{I} = 2R \quad (3.4)$$

થશે કારણ કે,  $V/I = R$ , દરેક ચોસલાનો અવરોધ. આમ, સુવાહકની લંબાઈ બમણી કરતાં તેનો અવરોધ પણ બમણો થાય છે. વ્યાપક સ્વરૂપે, અવરોધ લંબાઈના સમપ્રમાણમાં છે.

$$R \propto l \quad (3.5)$$

પછી એવું ધારો કે ચોસલાને તેની લંબાઈને સમાંતર બે ભાગમાં કાપવામાં આવે છે કે જેથી આ ચોસલાને બે સમાન  $l$  લંબાઈના પણ દરેકના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ  $A/2$  હોય તેવા ચોસલાના સંયોજન તરીકે લઈ શકાય (આકૃતિ 3.2(c)).

ચોસલાના બે છેડા વચ્ચે આપેલ વોલ્ટેજ  $V$  માટે જો આખાય ચોસલામાંથી વહેતો પ્રવાહ  $I$  હોય તો સ્વાભાવિક છે કે આ દરેક અડધા ચોસલાઓમાંથી વહેતો પ્રવાહ  $I/2$  થશે. અત્રે આ દરેક અડધા ચોસલાઓના છેડા વચ્ચે વિદ્યુત

સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V$  હોવાથી, એટલે કે આખાય ચોસલાને સમાંતર સ્થિતિમાન જેટલો જ હોવાથી આ દરેક અડધા ચોસલાનો અવરોધ  $R_1$  હોય તો,

$$R_1 = \frac{V}{(I/2)} = \frac{2V}{I} = 2R \quad (3.6)$$

આમ, આડછેદનું ક્ષેત્રફળ અડધું કરતાં સુવાહકનો અવરોધ બમણો થાય છે. વ્યાપક સ્વરૂપે, અવરોધ  $R$  એ આડછેદના ક્ષેત્રફળના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.

$$R \propto \frac{1}{A} \quad (3.7)$$

સમીકરણ (3.5) અને (3.7)ને સાથે લખતાં,

$$R \propto \frac{l}{A} \quad (3.8)$$

અને તેથી આપેલ સુવાહક માટે,

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad (3.9)$$

જ્યાં, સપ્રમાણતા અચળાંક  $\rho$  એ સુવાહકના દ્રવ્ય પર આધાર રાખે છે. પરંતુ તેના પરિમાણ પર આધાર રાખતો નથી,  $\rho$ ને અવરોધકતા (Resistivity) કહે છે.

છેલ્લા સમીકરણનો ઉપયોગ કરી ઓહ્મનો નિયમ લખતાં,

$$V = I \times R = \frac{I\rho l}{A} \quad (3.10)$$

એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ (પ્રવાહને લંબરૂપે) પ્રવાહ  $I/A$ ને પ્રવાહ ઘનતા (Current Density) કહે છે

અને તે  $j$  વડે દર્શાવાય છે. પ્રવાહ ઘનતાનો SI એકમ  $A/m^2$  છે. વધારામાં, જો  $l$  લંબાઈના સુવાહકમાં નિયમિત વિદ્યુતક્ષેત્રનું મૂલ્ય  $E$  હોય તો છેડાઓ વચ્ચેના સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V$  એ  $E/l$  જેટલો છે. આનો ઉપયોગ કરી છેલ્લું સમીકરણ નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$El = j\rho l$$

$$\text{અથવા } E = j\rho \quad (3.11)$$

ઉપરોક્ત  $E$  અને  $j$ ના માનાંક વચ્ચેનો સંબંધ ખરેખર સદિશ સ્વરૂપમાં લખી શકાય. પ્રવાહ ઘનતા (કે જે આપણે પ્રવાહને લંબ એવા એકમ ક્ષેત્રફળમાંથી વહેતા પ્રવાહ તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરી છે) પણ  $E$ ની દિશામાં છે અને તે પણ સદિશ  $\mathbf{j} (\equiv \mathbf{j}E/E)$  છે. આમ, છેલ્લું સમીકરણ નીચે પ્રમાણે લખી શકાય.

$$E = j\rho \quad (3.12)$$

$$\text{અથવા } \mathbf{j} = \sigma\mathbf{E} \quad (3.13)$$

જ્યાં,  $\sigma = 1/\rho$ ને વાહકતા (Conductivity) કહે છે. ઓહ્મનો નિયમ ઘણી વખત સમીકરણ (3.3) ઉપરાંત સમીકરણ (3.13)ના સમતુલ્ય સ્વરૂપમાં પણ દર્શાવવામાં આવે છે. હવે પછીના વિભાગમાં આપણે ઓહ્મના નિયમનું ઉદ્ગમ ઇલેક્ટ્રોનની ડ્રિફ્ટ લાક્ષણિકતાને કારણે ઉદ્ભવે છે તેવી સમજણ મેળવીશું.

### 3.5 ઇલેક્ટ્રોનની ડ્રિફ્ટ ગતિ અને અવરોધકતાનું ઉદ્ગમ

#### (DRIFT OF ELECTRONS AND THE ORIGIN OF RESISTIVITY)

અગાઉ નોંધ્યું તેમ ઇલેક્ટ્રોન ભારે અને જડિત આયનો સાથે અથડામણ અનુભવે છે પરંતુ અથડામણ બાદ તેઓ એ જ ઝડપથી પરંતુ અસ્તવ્યસ્ત દિશામાં ગતિ કરે છે. હવે જો આપણે બધાં જ ઇલેક્ટ્રોનને ધ્યાનમાં લઈએ તો અસ્તવ્યસ્ત દિશાને કારણે તેમના સરેરાશ વેગ શૂન્ય થશે. આમ, જો  $N$  જેટલા ઇલેક્ટ્રોન હોય અને તેમાં  $i$ માં ( $i = 1, 2, 3, \dots, N$ ) ઇલેક્ટ્રોનનો આપેલ સમયે વેગ  $\mathbf{v}_i$  હોય તો,

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{v}_i = 0 \quad \text{થશે.} \quad (3.14)$$

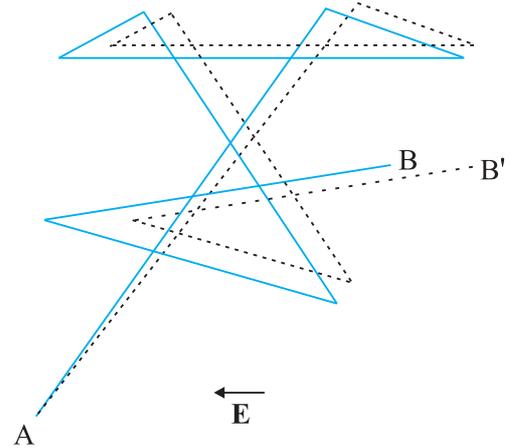
હવે, એવી પરિસ્થિતિનો વિચાર કરો કે જેમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર હાજર હોય. આ ક્ષેત્રને કારણે ઇલેક્ટ્રોન પ્રવેગિત થશે.

$$\mathbf{a} = \frac{-e\mathbf{E}}{m} \quad (3.15)$$

જ્યાં,  $-e$  એ વિદ્યુતભાર અને  $m$  એ ઇલેક્ટ્રોનનું દળ છે. ફરીથી  $t$  સમયે  $i$ મા ઇલેક્ટ્રોનને ધ્યાનમાં લો. આ ઇલેક્ટ્રોનની અગાઉની (છેલ્લી) અથડામણ  $t$  સમય કરતાં પહેલાં ક્યારેક થઈ હશે અને ધારો કે આ અથડામણ બાદ  $t_i$  જેટલો સમય પસાર થયો છે. જો અગાઉની અથડામણ બાદ તરત જ વેગ  $\mathbf{v}_i$  હોય તો  $t$  સમયે તેનો વેગ  $\mathbf{v}_i$  નીચે મુજબ અપાશે.

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_i + \frac{-e\mathbf{E}}{m} t_i \quad (3.16)$$

કારણ કે, તે અગાઉની અથડામણ બાદ  $t_i$  જેટલા સમયગાળા દરમિયાન સમીકરણ (3.15) મુજબ પ્રવેગિત થયો હશે (આકૃતિ 3.3).  $t$  સમયે ઇલેક્ટ્રોનનો સરેરાશ વેગ એ આ બધાં જ  $\mathbf{v}_i$  ઓની સરેરાશ થશે. પણ  $\mathbf{v}_i$  ઓની સરેરાશ શૂન્ય

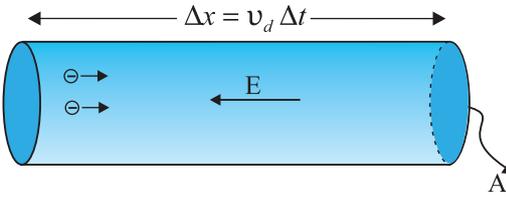


**આકૃતિ 3.3** પુનરાવર્તિત અથડામણો થકી બિંદુ A થી B સુધી પહોંચતા ઇલેક્ટ્રોન અંગેની રેખાકૃતિ (સળંગ રેખા). જો દર્શાવ્યા મુજબ વિદ્યુતક્ષેત્ર લાગુ પાડીએ તો ઇલેક્ટ્રોન B' સુધી પહોંચે છે (ત્રુટક રેખા). વિદ્યુતક્ષેત્રની વિરુદ્ધ દિશામાં થતી થોડીક ડ્રિફ્ટ ગતિ નોંધો.

[સમીકરણ (3.14)] છે કારણ કે અથડામણ બાદ તરત જ ઇલેક્ટ્રોનના વેગની દિશા સંપૂર્ણ રીતે અસ્તવ્યસ્ત છે. ઇલેક્ટ્રોન વચ્ચેની અથડામણો નિયમિત સમયગાળે નથી થતી પણ અસ્તવ્યસ્ત સમયગાળે થાય છે. બે ક્રમિક અથડામણો વચ્ચેના સરેરાશ સમયને  $\tau$  વડે દર્શાવો. તો આપેલ સમયે અમુક ઇલેક્ટ્રોનએ  $\tau$  કરતાં વધારે જ્યારે અમુક ઇલેક્ટ્રોનએ  $\tau$  કરતાં ઓછો સમય પસાર કર્યો હશે. બીજા શબ્દોમાં, સમીકરણ (3.16)માં  $i = 1, 2, \dots, N$ ના મૂલ્યો માટે આવતો સમય  $t_i$  એ કેટલાંક ઇલેક્ટ્રોન માટે  $\tau$  કરતાં ઓછો જ્યારે બીજા માટે  $\tau$  કરતાં વધારે હશે.  $t_i$ ના આ મૂલ્યોની સરેરાશ કિંમત  $\tau$  હશે (જેને રીલેક્સેશન સમય કહે છે). આમ, કોઈપણ આપેલ  $t$  સમયે, સમીકરણ (3.16)નું  $N$ -ઇલેક્ટ્રોન પરનું સરેરાશ આપણને સરેરાશ વેગ  $v_d$  આપશે.

$$v_d = \langle v_i \rangle_{\text{સરેરાશ}} = \langle v_i \rangle_{\text{સરેરાશ}} - \frac{e\mathbf{E}}{m} (t_i)_{\text{સરેરાશ}}$$

$$= 0 - \frac{e\mathbf{E}}{m} \tau = -\frac{e\mathbf{E}}{m} \tau \quad (3.17)$$



**આકૃતિ 3.4** ધાત્વિય સુવાહકમાં પ્રવાહ. ધાતુમાં પ્રવાહ ઘનતાનું મૂલ્ય એ એકમ ક્ષેત્રફળ ધરાવતા અને  $v_d$  જેટલી લંબાઈ ધરાવતા નળાકારમાં રહેલા વીજભારના મૂલ્ય જેટલું થાય

આ છેલ્લું સમીકરણ નવાઈ પમાડે તેવું છે. તે એવું દર્શાવે છે કે ઇલેક્ટ્રોન પ્રવેગિત હોવા છતાં સમયથી સ્વતંત્ર એવા સરેરાશ વેગથી ગતિ કરે છે. આ ઘટનાને ડ્રિફ્ટ અને સમીકરણ (3.17)માંના વેગ  $v_d$ ને ડ્રિફ્ટવેગ કહે છે.

ડ્રિફ્ટને કારણે  $\mathbf{E}$ ને લંબ એવા કોઈપણ ક્ષેત્રફળમાંથી વિદ્યુતભારોનું ચોખ્ખું સંવહન (Transport) થાય છે. સુવાહકના અંદરના ભાગમાં, એક સમતલીય ક્ષેત્રફળ  $A$  વિચારો કે જેને દોરેલ લંબ એ  $\mathbf{E}$ ને સમાંતર હોય (આકૃતિ 3.4).

ડ્રિફ્ટને કારણે  $\Delta t$  જેટલા અતિસૂક્ષ્મ સમયગાળામાં, ક્ષેત્રફળની ડાબી બાજુ  $|v_d|\Delta t$  જેટલા અંતરે રહેલાં બધા જ ઇલેક્ટ્રોન આ ક્ષેત્રફળને પસાર કરી જશે. ધાતુમાં જો એકમ કદ દીઠ મુક્ત ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યા  $n$  હોય તો

આવા  $n\Delta t|v_d|A$  ઇલેક્ટ્રોન હશે. હવે દરેક ઇલેક્ટ્રોન  $-e$  જેટલો વિદ્યુતભાર ધરાવતો હોવાથી  $\Delta t$  સમયમાં આ ક્ષેત્રફળમાંથી જમણી બાજુ પસાર થતો કુલ વિદ્યુતભાર  $-neA|v_d|\Delta t$  થશે. વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$  ડાબી બાજુ પ્રવર્તતું હોવાથી સપાટીમાંથી અને  $\mathbf{E}$ ની દિશામાં પસાર થતો કુલ વિદ્યુતભાર આના ઋણ મૂલ્ય બરાબર થશે.  $\Delta t$  સમયમાં ક્ષેત્રફળ  $A$ માંથી પસાર થતા વિદ્યુતભારનું મૂલ્ય, વ્યાખ્યા (સમીકરણ (3.2)) મુજબ  $I\Delta t$  થશે. જ્યાં,  $I$  એ પ્રવાહનું માન દર્શાવે છે. તેથી,

$$I\Delta t = + neA |v_d| \Delta t \quad (3.18)$$

$|v_d|$ નું મૂલ્ય સમીકરણ (3.17)માંથી મૂકતાં,

$$I\Delta t = \frac{e^2 A}{m} \tau n \Delta t |E| \quad (3.19)$$

વ્યાખ્યા મુજબ  $I$  એ પ્રવાહ ઘનતાના માન  $|j|$  સાથે સંકળાયેલ હોવાથી,

$$I = |j| A \quad (3.20)$$

તેથી સમીકરણો (3.19) અને (3.20) પરથી,

$$|j| = \frac{ne^2}{m} \tau |E| \quad (3.21)$$

સદિશ  $\mathbf{j}$  એ  $\mathbf{E}$ ને સમાંતર હશે અને તેથી આપણે સમીકરણ (3.21)ને પણ સદિશ સ્વરૂપમાં નીચે મુજબ લખી શકીએ.

$$\mathbf{j} = \frac{ne^2}{m} \tau \mathbf{E} \quad (3.22)$$

સમીકરણ (3.13) સાથેની સરખામણી દર્શાવે છે કે જો વાહકતા  $\sigma$  નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત કરીએ તો, સમીકરણ (3.22) એ ઓહ્મનો નિયમ જ છે,

$$\sigma = \frac{ne^2}{m} \tau. \quad (3.23)$$

આમ, આપણે જોઈ શક્યા કે વિદ્યુતવહનનું એકદમ સરળ ચિત્ર ઓહ્મનો નિયમ તારવે છે. અલબત્ત, આપણે એવું ધારી લીધું છે કે  $\tau$  અને  $n$  વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E$  થી સ્વતંત્ર એવા અચળ છે. આના પછીના વિભાગમાં આપણે ઓહ્મના નિયમની મર્યાદાઓ ચર્ચીશું.

**ઉદાહરણ 3.1** (a) 1.5 A પ્રવાહનું વહન કરતા અને  $1.0 \times 10^{-7} \text{ m}^2$  જેટલું આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા એક તારમાંથી વહન પામતા ઇલેક્ટ્રોન માટે સરેરાશ ડ્રિફ્ટ ઝડપ ગણો. એવું ધારો કે દરેક કોપરનો પરમાણુ (Atom) લગભગ એક વાહક ઇલેક્ટ્રોન આપે છે. કોપરની ઘનતા  $9.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  અને તેનો પરમાણુ દળાંક 63.5 u છે. (b) ઉપરોક્ત મળેલ ડ્રિફ્ટ ઝડપને (i) સામાન્ય તાપમાને કોપર પરમાણુઓની ઉષ્મીય ઝડપ, (ii) સુવાહકમાં આ ડ્રિફ્ટ ગતિ માટે જવાબદાર છે, તે વિદ્યુતક્ષેત્રની પ્રસરણની ઝડપ સાથે સરખામણી કરો.

**ઉકેલ**

(a) વાહક ઇલેક્ટ્રોનનો ડ્રિફ્ટ વેગ વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશાની વિરુદ્ધ દિશામાં છે, એટલે કે ઇલેક્ટ્રોન વધતા સ્થિતિમાનની દિશામાં ડ્રિફ્ટ થાય છે. ડ્રિફ્ટ ઝડપ  $v_d$  સમીકરણ (3.18) દ્વારા આપી શકાય.

$$v_d = (I/neA)$$

હવે,  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $A = 1.0 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ ,  $I = 1.5 \text{ A}$  છે. વાહક ઇલેક્ટ્રોનની ઘનતા  $n$  એ પ્રતિ ઘનમીટરમાં રહેતા પરમાણુ (દરેક Cu પરમાણુદીઠ, તેનો વેલન્સ ઇલેક્ટ્રોન એક હોવાને કારણે, એક વાહક ઇલેક્ટ્રોન ધારતાં) જેટલી થશે. એક ઘનમીટર કોપરનું દળ  $9.0 \times 10^3 \text{ kg}$  છે. અત્રે,  $6.0 \times 10^{23}$  કોપર પરમાણુઓનું દળ 63.5 g હોવાથી,

$$n = \frac{6.0 \times 10^{23}}{63.5} \times 9.0 \times 10^6 \\ = 8.5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

તે પરથી,

$$v_d = \frac{1.5}{8.5 \times 10^{28} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.0 \times 10^{-7}}$$

$$= 1.1 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1} = 1.1 \text{ mm s}^{-1}$$

(b) (i) T જેટલા તાપમાને M દળ ધરાવતા કોપર પરમાણુની ઉષ્મીય ઝડપ\*

$[\langle (1/2) Mv^2 \rangle = (3/2)k_B T]$  સૂત્ર પરથી મળે છે, જે  $\sqrt{\frac{k_B T}{M}}$  ના ક્રમની છે. જ્યાં,  $k_B$  એ બોલ્ટ્ઝમેન અચળાંક છે. 300 K તાપમાને રહેલ કોપર માટે આ લગભગ  $2 \times 10^2 \text{ m/s}$  મળે. આ સંખ્યા સુવાહકમાં કોપર પરમાણુઓની અસ્તવ્યસ્ત દોલન ઝડપ દર્શાવે છે. અત્રે નોંધો કે ઇલેક્ટ્રોનની ડ્રિફ્ટ ઝડપ સામાન્ય તાપમાને જોવા મળતી ઉષ્મીય ઝડપ કરતાં ખૂબ જ નાની, લગભગ  $10^{-5}$  ગણી નાની હોય છે.

(ii) સુવાહકમાં (પ્રસરતા) વિદ્યુતક્ષેત્રની ઝડપ, વિદ્યુત ચુંબકીય તરંગ જેટલી, એટલે કે  $3.0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$  જેટલી હોય છે (જેના વિશે તમે પ્રકરણ-8માં ભણશો). આની સરખામણીમાં, ડ્રિફ્ટ ઝડપ અત્યંત નાની  $10^{-11}$  ગણી નાની હોય છે.

\* ધોરણ XIના પુસ્તકના પ્રકરણ-13નું સમીકરણ (13.23) જુઓ.

ઉદાહરણ 3.2

- ઉદાહરણ 3.1માં ઇલેક્ટ્રોનની ડ્રિફ્ટ ઝડપ, કેટલાક એમ્પિયરના ગાળામાંના પ્રવાહો માટે કેટલાક  $\text{mm s}^{-1}$  જેટલી હોવાનો અંદાજ કરેલ છે તો પરિપથને બંધ (Closed) કરતાં લગભગ તત્ક્ષણ જ પ્રવાહનું નિર્માણ કેવી રીતે થાય છે ?
- ઇલેક્ટ્રોન ડ્રિફ્ટ એ વાહકમાં પ્રવર્તતા વિદ્યુતક્ષેત્રને કારણે અનુભવાતા બળને કારણે ઉદ્ભવે છે, પણ બળ તો પ્રવેગ ઉત્પન્ન કરે તો પછી શા માટે ઇલેક્ટ્રોન અચળ (Steady) સરેરાશ ડ્રિફ્ટ ઝડપ પ્રાપ્ત કરે છે.
- જો ઇલેક્ટ્રોનની ડ્રિફ્ટ ઝડપ ઘણી નાની અને ઇલેક્ટ્રોનના વિદ્યુતભારનું મૂલ્ય પણ નાનું હોવા છતાં શા માટે આપણને સુવાહકમાં ખૂબ મોટા પ્રમાણમાં વિદ્યુતપ્રવાહ મળે છે ?
- ધાતુમાં ઇલેક્ટ્રોન જ્યારે નીચેથી ઊંચા સ્થિતિમાન તરફ ડ્રિફ્ટ થાય તો શું તેનો અર્થ એવો થયો કે ધાતુમાં રહેલા બધા જ મુક્ત ઇલેક્ટ્રોન એક જ દિશામાં ગતિ કરે છે ?
- શું બે ક્રમિક (ધાતુના ધન આયનો સાથેની) અથડામણ વચ્ચે ઇલેક્ટ્રોનનો પથ (i) વિદ્યુતક્ષેત્રની ગેરહાજરીમાં (ii) વિદ્યુતક્ષેત્રની હાજરીમાં સુરેખ હશે ?

ઉકેલ

- પરિપથમાં લગભગ તત્ક્ષણ (પ્રકાશની ઝડપથી) વિદ્યુતક્ષેત્ર પ્રસ્થાપિત થતાં તે દરેક બિંદુ આગળ સ્થાનિક (Local) ઇલેક્ટ્રોન ડ્રિફ્ટ ઉત્પન્ન કરે છે. પ્રવાહ પ્રસ્થાપિત થવાની પ્રક્રિયાને ઇલેક્ટ્રોનને સુવાહકના એક છેડાથી બીજા છેડા સુધી પહોંચે ત્યાં સુધી રાહ જોવી પડતી નથી. આમ છતાં, પ્રવાહને તેના સ્થિત મૂલ્ય સુધી પહોંચતા થોડો સમય જરૂરથી લાગે છે.
- દરેક 'મુક્ત' ઇલેક્ટ્રોન ચોક્કસપણે પ્રવેગિત થાય છે, તેની ડ્રિફ્ટ ઝડપ ત્યાં સુધી વધે છે જ્યાં સુધી તે ધાતુના ધન આયન સાથે અથડામણ ના અનુભવે. અથડામણ બાદ તે તેની ડ્રિફ્ટ ઝડપ ગુમાવે છે પરંતુ ત્યારબાદ પ્રવેગિત થઈ તેની ડ્રિફ્ટ ઝડપ બીજી અથડામણ ના થાય ત્યાં સુધી વધે છે અને આમ (વારંવાર) ચાલ્યા કરશે. તેથી (સમગ્રતયા) સરેરાશ રીતે ઇલેક્ટ્રોન ડ્રિફ્ટ ઝડપ પ્રાપ્ત કરે છે.
- ઇલેક્ટ્રોન સંખ્યાઘનતા પ્રચંડ  $\sim 10^{29} \text{ m}^{-3}$  હોવાથી.
- ના, કોઈપણ રીતે નહીં. ડ્રિફ્ટ વેગ ઇલેક્ટ્રોનના મોટા અસ્તવ્યસ્ત, વેગ પર સંપાત થાય છે.
- વિદ્યુતક્ષેત્રની ગેરહાજરીમાં ગતિ પથો સુરેખ હશે, વિદ્યુતક્ષેત્રની હાજરીમાં સામાન્ય રીતે, પથ વક્ર હશે.

### 3.5.1 મોબીલીટી (ગતિશીલતા) (Mobility)

આપણે જોયું કે વાહકતા એ ગતિશીલ (Mobile) વિદ્યુતભાર વાહકોને કારણે ઉદ્ભવે છે. ધાતુમાં આ ગતિશીલ વિદ્યુતભાર વાહક તરીકે ઇલેક્ટ્રોન, આયનીકૃત વાયુમાં ઇલેક્ટ્રોન અને ધન વિદ્યુતભારિત આયનો, વિદ્યુત દ્રાવણો (Electrolyte)માં ધન અને ઋણ આયનો બંને છે.

મોબીલીટી  $\mu$  એક અગત્યની રાશિ છે કે જે એકમ વિદ્યુતક્ષેત્ર દીઠ ડ્રિફ્ટ વેગના માન તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે :

$$\mu = \frac{|\mathbf{v}_d|}{E} \quad (3.24)$$

મોબીલીટીનો SI એકમ  $\text{m}^2/\text{Vs}$  છે અને તે વ્યવહારુ એકમ  $(\text{cm}^2/\text{Vs})$ થી  $10^4$  ગણો છે. મોબીલીટી ધન હોય છે. સમીકરણ (3.17) પરથી,

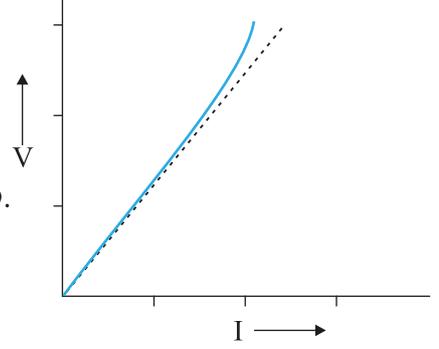
$$v_d = \frac{e \tau E}{m}$$

તેથી,

$$\mu = \frac{v_d}{E} = \frac{e \tau}{m}$$

(3.25)

જ્યાં,  $\tau$  ઈલેક્ટ્રોનની આયનો સાથેની બે ક્રમિક અથડામણ વચ્ચેનો સરેરાશ સમયગાળો છે.



**આકૃતિ 3.5** ત્રૂટક રેખા ઓહ્મનો સુરેખ નિયમ દર્શાવે છે. સળંગ રેખા એક સુવાહક માટે વોલ્ટેજ V વિરૂદ્ધ પ્રવાહ I દર્શાવે છે.

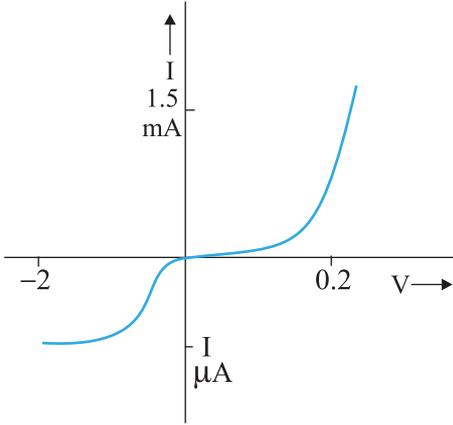
### 3.6 ઓહ્મના નિયમની મર્યાદાઓ

#### (LIMITATIONS OF OHM'S LAW)

ઓહ્મનો નિયમ દ્રવ્યોના વિશાળ વર્ગમાં લાગુ પાડી શકાતો હોવા છતાં વિદ્યુત પરિપથમાં વપરાતા એવા પદાર્થો અને ઉપકરણો અસ્તિત્વ ધરાવે છે કે જેમાં V અને I વચ્ચેની સપ્રમાણતા જળવાતી નથી. આ વિચલનો મુખ્યત્વે નીચેનામાંથી એક અથવા બીજા પ્રકારના હોય છે :

(a) V એ Iના સમપ્રમાણમાં રહે નહીં (આકૃતિ 3.5).

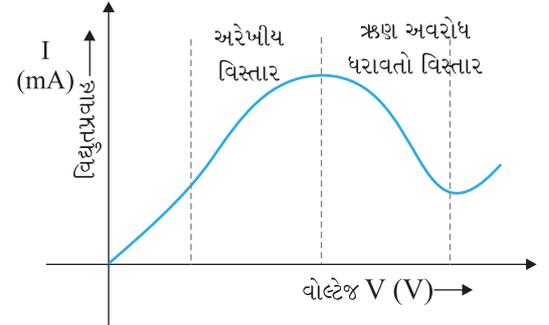
(b) V અને I વચ્ચેનો સંબંધ Vના ચિહ્ન ઉપર આધાર રાખે. બીજા શબ્દોમાં Vના કોઈ ચોક્કસ મૂલ્ય માટે પ્રવાહ I હોય તો Vનું મૂલ્ય અચળ રાખી તેની દિશા ઉલટાવતા સમાન મૂલ્ય ધરાવતો પરંતુ ઊલટી (વિરૂદ્ધ) દિશામાં પ્રવાહ I ઉત્પન્ન થતો નથી (આકૃતિ 3.6). આવું દા.ત., ડાયોડનાં કિસ્સામાં બને છે, જેનો અભ્યાસ આપણે પ્રકરણ-14માં કરીશું.



**આકૃતિ 3.6** ડાયોડનો લાક્ષણિક વક્ર. અત્રે વોલ્ટેજના અને પ્રવાહના ધન અને ઋણ મૂલ્યો માટે જુદા-જુદા પ્રમાણમાપ (Scales) છે તે નોંધો.

(c) V અને I વચ્ચેનો સંબંધ અનન્ય (Unique)ના હોય, એટલે કે સમાન પ્રવાહ I માટે Vનું એક કરતાં વધારે મૂલ્ય મળે (આકૃતિ-3.7). આવી વર્તણૂક ધરાવતા દ્રવ્યનું ઉદાહરણ GaAs છે.

સમીકરણ (3.3)માં દર્શાવેલ ઓહ્મના નિયમનું પાલન ન કરતાં દ્રવ્યો અને ઉપકરણોનો ઈલેક્ટ્રોનિક પરિપથોમાં ખૂબ બહોળા પ્રમાણમાં ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. પરંતુ, આના પછીના અને ત્યારબાદના કેટલાક પ્રકરણોમાં આપણે ઓહ્મના નિયમનું પાલન કરતા દ્રવ્યોમાં વિદ્યુતપ્રવાહનો અભ્યાસ કરીશું.



**આકૃતિ 3.7** GaAs માટે પ્રવાહ વિરૂદ્ધ વોલ્ટેજ ફેરફાર.

### 3.7 જુદા-જુદા દ્રવ્યોની અવરોધકતા

#### (RESISTIVITY OF VARIOUS MATERIALS)

વ્યવહારમાં ઉપયોગી કેટલાંક દ્રવ્યોની અવરોધકતા કોષ્ટક-3.1માં દર્શાવેલ છે. આ પદાર્થોને તેમની

## ભૌતિકવિજ્ઞાન

અવરોધકતા ચઢતા ક્રમના મૂલ્યોને આધારે સુવાહકો, અર્ધવાહકો અને અવાહકોમાં વર્ગીકૃત કરાય છે. ધાતુઓની અવરોધકતા ઓછી હોય છે અને તે  $10^{-8} \Omega\text{m}$  થી  $10^{-6} \Omega\text{m}$ ના ગાળામાં હોય છે. આનાથી સામે છેડે, સીરામિક્સ, રબર, પ્લાસ્ટીક જેવાં અવાહકો છે જેમની અવરોધકતા ધાતુઓ કરતાં  $10^{18}$  ગણી કે તેનાથી પણ વધારે હોય છે. આ બંનેની વચ્ચે અર્ધવાહકો છે. જો કે તેઓની અવરોધકતા તાપમાન સાથે લાક્ષણિક રીતે ઘટતી જતી હોય છે. આ અર્ધવાહકોની અવરોધકતા તેમાં નાના પ્રમાણમાં રહેલ અશુદ્ધિઓની હાજરી પર પણ આધાર રાખે છે. આ છેલ્લી લાક્ષણિકતાનો ઉપયોગ કરીને અર્ધવાહકોનો ઉપયોગ ઇલેક્ટ્રોનિક ઉપકરણો બનાવવા માટે થાય છે.

### કોષ્ટક : 3.1 કેટલાક પદાર્થોની અવરોધકતા

દ્રવ્ય	અવરોધકતા $\rho$ $0^\circ\text{C}$ તાપમાને ( $\Omega\text{m}$ )	અવરોધકતાનો તાપમાન ગુણાંક $\alpha(^{\circ}\text{C})^{-1}$ $\frac{1}{\rho} \left( \frac{d\rho}{dT} \right)$ , $0^\circ\text{C}$ તાપમાને
<b>સુવાહકો</b>		
ચાંદી	$1.6 \times 10^{-8}$	0.0041
કોપર	$1.7 \times 10^{-8}$	0.0068
એલ્યુમિનિયમ	$2.7 \times 10^{-8}$	0.0043
ટંગ્સ્ટન	$5.6 \times 10^{-8}$	0.0045
આયર્ન	$10 \times 10^{-8}$	0.0065
પ્લેટિનમ	$11 \times 10^{-8}$	0.0039
મરક્યુરી (પારો)	$98 \times 10^{-8}$	0.0009
નિકોમ (Ni, Fe અને Crની મિશ્રધાતુ)	$\sim 100 \times 10^{-8}$	0.0004
મેન્ગેનીન (મિશ્રધાતુ)	$48 \times 10^{-8}$	$0.002 \times 10^{-3}$
<b>અર્ધવાહકો</b>		
કાર્બન (ગ્રેફાઈટ)	$3.5 \times 10^{-5}$	-0.0005
જર્મેનિયમ	0.46	-0.05
સિલિકોન	2300	-0.07
<b>અવાહકો</b>		
શુદ્ધ પાણી	$2.5 \times 10^5$	
ગ્લાસ	$10^{10} - 10^{14}$	
કઠણરબર	$10^{13} - 10^{16}$	
NaCl	$\sim 10^{14}$	
ફ્યુઝ (પીગળેલ) ક્વાર્ટઝ	$\sim 10^{16}$	

રોજીંદા જીવનમાં અને પ્રયોગશાળામાં વપરાતા અને વ્યાપારી ધોરણે બનતા અવરોધો મુખ્યત્વે બે પ્રકારનાં હોય છે : બંધિત તાર અવરોધકો (Wire Bound Resistors) અને કાર્બન અવરોધકો (Carbon Resistors). તાર વીંટાળેલ અવરોધો મેન્ગેનીન, કોન્સ્ટન્ટન, નિકોમ અને તેમના જેવી મિશ્રધાતુઓના તારને બાંધીને બનાવવામાં આવે છે. આવા પદાર્થોની પસંદગી મુખ્યત્વે તેમની અવરોધકતા તાપમાન પ્રત્યે (બીજાની) સરખામણીમાં અસંવેદનશીલ (ઘણા ઓછા સંવેદનશીલ) હોવાને કારણે કરવામાં આવે છે. તેમના અવરોધો એક ઓહ્મના કેટલાંક ભાગથી માંડીને કેટલાંક સો ઓહ્મ જેટલાં હોય છે.

મોટા ક્રમનાં મૂલ્યો ધરાવતાં અવરોધો મુખ્યત્વે કાર્બનના બનેલાં હોય છે. કાર્બન અવરોધો નાના, સસ્તા હોવાને કારણે તેમનો ઇલેક્ટ્રોનિક પરિપથોમાં બહોળા પ્રમાણમાં ઉપયોગ થાય છે. તેઓ નાના કદના હોવાથી તેમના મૂલ્યો Colour Code (રંગ-સંજ્ઞા) વડે આપવામાં આવે છે.

કોષ્ટક : 3.2 અવરોધ માટે વર્ણ સંકેત (Colour Code)

રંગ	સંખ્યા	ગુણક	સહનશીલતા (Tolerance) (%)
કાળો (Black)	0	1	
કથ્થઈ (Brown)	1	$10^1$	
લાલ (Red)	2	$10^2$	
નારંગી (Orange)	3	$10^3$	
પીળો (Yellow)	4	$10^4$	
લીલો (Green)	5	$10^5$	
વાદળી (Blue)	6	$10^6$	
જાંબલી (Violet)	7	$10^7$	
ભૂખરો (Gray)	8	$10^8$	
સફેદ (White)	9	$10^9$	
ગોલ્ડ (Gold)		$10^{-1}$	$\pm 5$
સિલ્વર (Silver)		$10^{-2}$	$\pm 10$
કોઈ રંગ નહિ (No Colour)			$\pm 20$

અવરોધો પર સમઅક્ષીય રંગીન વલયોનો સમૂહ હોય છે. જેનું મૂલ્ય/અર્થ કોષ્ટક : 3.2માં દર્શાવેલ છે. છેડા તરફથી પ્રથમ બે વલયો ઓહમમાં અવરોધના પહેલાં બે સાર્થક (Significant) અંકો દર્શાવે છે. ત્રીજો પટ્ટો (કોષ્ટક : 3.2માં દર્શાવ્યા મુજબ) દશાંશ ગુણક (Decimal Multiplier) દર્શાવે છે. છેલ્લો પટ્ટો દર્શાવેલ કિંમતમાં ટકામાં ટોલરન્સ અથવા વિચલન દર્શાવે છે. ઘણીવખત, આ છેલ્લો પટ્ટો ગેરહાજર હોય છે અને તે 20% ટોલરન્સ (આકૃતિ 3.8) છે તેમ દર્શાવે છે. ઉદાહરણ તરીકે ચાર રંગો નારંગી (Orange), વાદળી (Blue), પીળો (Yellow) અને ગોલ્ડ (Gold) હોય તો અવરોધનું મૂલ્ય  $36 \times 10^4 \Omega$  થશે, અને તેનું ટોલરન્સ મૂલ્ય 5% છે.

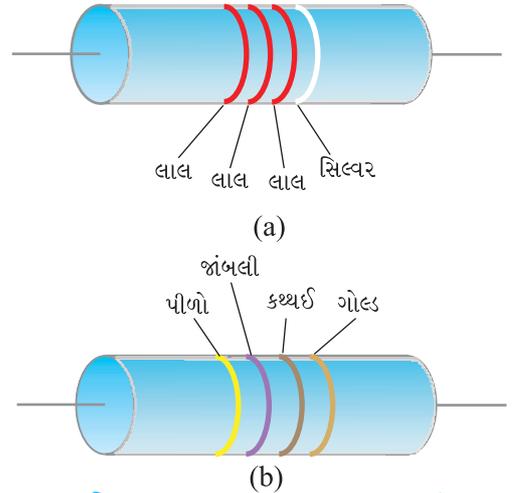
### 3.8 અવરોધકતાનો તાપમાન પરનો આધાર

#### (TEMPERATURE DEPENDENCE OF RESISTIVITY)

દ્રવ્યની અવરોધકતા તાપમાન ઉપર આધાર રાખે છે. જુદા જુદા દ્રવ્યો તાપમાન ઉપર સમાન રીતે આધાર રાખતા નથી. બહુ મોટો ના હોય તેવા તાપમાનના મર્યાદિત ગાળા માટે ધાતુ સુવાહકની અવરોધકતા આશરે નીચે મુજબ આપી શકાય.

$$\rho_T = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \quad (3.26)$$

જ્યાં,  $\rho_T$  એ T તાપમાને અવરોધકતા અને  $\rho_0$  એ કોઈ સંદર્ભ તાપમાન  $T_0$  એ અવરોધકતા સૂચવે છે.  $\alpha$ ને અવરોધકતાનો તાપમાન ગુણાંક (Temperature Coefficient of Resistivity) કહે છે અને સમીકરણ (3.26) પરથી  $\alpha$ નું પરિમાણ (તાપમાન)<sup>-1</sup> છે. ધાતુઓ માટે  $\alpha$ નું મૂલ્ય ધન હોય છે અને કેટલીક ધાતુઓ માટે  $T_0 = 0^\circ\text{C}$  તાપમાને  $\alpha$ નું મૂલ્ય કોષ્ટક 3.1માં આપેલ છે.



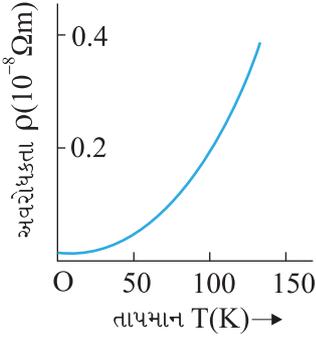
આકૃતિ 3.8 Colour Code વાળા અવરોધ

(a)  $(22 \times 10^2 \Omega) \pm 10\%$

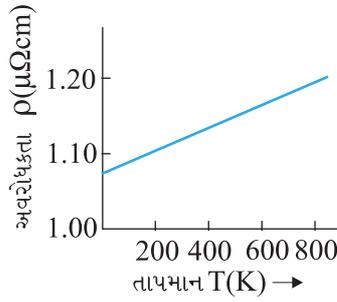
(b)  $(47 \times 10 \Omega) \pm 5\%$

સમીકરણ (3.26)માં દર્શાવેલ સંબંધ સૂચવે છે કે  $\rho_T$  વિરૂદ્ધ  $T$ નો આલેખ સુરેખા હશે.  $0^\circ\text{C}$  તાપમાન કરતા ખૂબ નીચા તાપમાને અલબત્ત આ આલેખ સુરેખ કરતાં સારો એવો જુદો પડે છે (આકૃતિ 3.9).

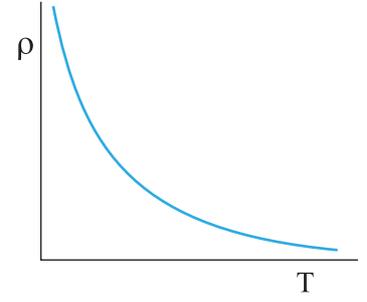
આમ, સમીકરણ (3.26)નો ઉપયોગ એ કોઈ સંદર્ભ તાપમાન  $T_0$ ની આસપાસ જ્યાં આલેખ લગભગ સુરેખા લઈ શકાય, ત્યાં  $T$ ના મર્યાદિત ગાળા માટે કરી શકાય.



આકૃતિ 3.9 કોપરની અવરોધકતા  $\rho_T$  તાપમાન  $T$ ના વિધેય તરીકે.



આકૃતિ 3.10 નિકોમ માટે નિરપેક્ષ તાપમાન  $T$ ના વિધેય તરીકે અવરોધકતા  $\rho_T$ .



આકૃતિ 3.11 એક લાક્ષણિક અર્ધવાહક માટે અવરોધકતાનું તાપમાન પરનું અવલંબન (આધાર).

નિકોમ (કે જે નિકલ, આયર્ન અને કોબિયમની મિશ્રધાતુ છે) જેવા કેટલાંક દ્રવ્યોની અવરોધકતા તાપમાન પર ખૂબ જ નિર્ભળ રીતે આધાર રાખે છે (આકૃતિ 3.10) મેન્ગેનીન અને કોન્સ્ટન્ટનને પણ આવા ગુણધર્મો છે. તેમના અવરોધ તાપમાન સાથે ખૂબ જ ઓછા (નજીવા) બદલાતાં હોવાથી આવા પદાર્થોનો બહોળા પ્રમાણમાં ઉપયોગ પ્રમાણભૂત Wire Bound અવરોધો બનાવવામાં થાય છે.

ધાતુઓથી વિપરીત, અર્ધવાહકોની અવરોધકતા તાપમાનના વધારા સાથે ઘટતી જાય છે. તે કેવી રીતે આધાર રાખે છે તે દર્શાવતી એક લાક્ષણિકતા આકૃતિ 3.11માં દર્શાવેલ છે.

સમીકરણ (3.23)ની મદદથી આપણે ગુણાત્મક રીતે અવરોધકતા તાપમાન સાથે કેવી રીતે આધાર રાખે છે તે સમજી શકીએ. આ સમીકરણ પરથી દ્રવ્યની અવરોધકતા નીચેના સૂત્ર વડે આપી શકાય.

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m}{n e^2 \tau} \quad (3.27)$$

આમ,  $\rho$  એ એકમ કદ દીઠ રહેલ મુક્ત ઇલેક્ટ્રોનની સંખ્યા  $n$  અને બે સંઘાત વચ્ચેના સરેરાશ સમય  $\tau$  એમ બંનેના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં ચલે છે. આપણે જેમ તાપમાન વધારતા જઈએ તેમ, પ્રવાહ માટેના જરૂરી વાહકો એવા ઇલેક્ટ્રોનની સરેરાશ ઝડપ વધતી જાય છે. પરિણામે અથડામણ થવાની આવૃત્તિ પણ વધતી જાય છે. આમ, બે સંઘાત વચ્ચેનો સરેરાશ સમય  $\tau$  તાપમાન સાથે ઘટતો જાય છે.

ધાતુમાં  $n$  એ તાપમાન પર ખાસ પ્રમાણમાં આધાર રાખતો નથી અને તેથી તાપમાન સાથે  $\tau$ માં થતો ઘટાડો  $\rho$ માં વધારો કરે છે કે જે આપણે નોંધ્યું.

અલબત્ત, અવાહકો અને અર્ધવાહકો માટે તાપમાન સાથે  $n$  વધે છે. આ વધારો સમીકરણ (3.23)માં આવતા  $\tau$ માં થતા કોઈપણ ઘટાડાને ભરપાઈ કરવા કરતાં પણ વધુ હોવાથી આવા દ્રવ્યો માટે તાપમાન સાથે  $\rho$ માં ઘટાડો થાય છે.

**ઉદાહરણ 3.3** એક ઇલેક્ટ્રિક ટોસ્ટરમાં ગરમ કરવા માટે નિકોમ તારનો ઉપયોગ થાય છે. જ્યારે તેમાંથી અવગણ્ય પ્રવાહ પસાર કરવામાં આવે છે ત્યારે ઓરડાના તાપમાને ( $27.0^{\circ}\text{C}$ ) તેનો અવરોધ  $75.3\ \Omega$  જેટલો મળે છે. જ્યારે ટોસ્ટરને  $230\ \text{V}$ ના ઉદ્દગમ સાથે જોડવામાં આવે છે ત્યારે અમુક સેકન્ડ બાદ પ્રવાહનું મૂલ્ય  $2.68\ \text{A}$  જેટલું સ્થાયી બને છે તો નિકોમ તારનું સ્થાયી તાપમાન કેટલું હશે? નિકોમ માટે સંકળાયેલ તાપમાનના ગાળા પરનું સરેરાશ અવરોધનો તાપમાન ગુણાંક (Temperature Coefficient of Resistance)નું મૂલ્ય  $1.70 \times 10^{-4}\ ^{\circ}\text{C}^{-1}$  છે.

ઉકેલ જ્યારે (નિકોમ) તારમાંથી પસાર થતા પ્રવાહનું મૂલ્ય અવગણ્ય હોય ત્યારે ઉષ્મીય અસરને અવગણી શકાય અને તારના તાપમાન  $T_1$ ને ઓરડાના તાપમાન જેટલું લઈ શકાય. જ્યારે ટોસ્ટરને વોલ્ટેજ ઉદ્દગમ સાથે જોડવામાં આવે છે ત્યારે પ્રારંભિક પ્રવાહનું મૂલ્ય તેના સ્થિત પ્રવાહના મૂલ્ય  $2.68\ \text{A}$  કરતા થોડું વધારે હશે. પરંતુ પ્રવાહની ઉષ્મીય અસરને કારણે તાપમાન વધશે. આનાથી અવરોધમાં વધારો અને પ્રવાહમાં સહેજ ઘટાડો થશે. થોડી સેકન્ડમાં તાપમાન વધશે નહિ ત્યારે સ્થાયી અવસ્થા પ્રાપ્ત થશે અને તારનો અવરોધ અને વહેતો પ્રવાહ એ બંનેનાં સ્થાયી મૂલ્ય મળશે. સ્થાયી તાપમાન  $T_2$ એ અવરોધ  $R_2$  નીચે મુજબ ગણી શકાય.

$$R_2 = \frac{230\text{V}}{2.68\text{A}} = 85.8\ \Omega$$

$$R_2 = R_1[1 + \alpha(T_2 - T_1)]$$

$$\text{સૂત્ર પરથી } \alpha = 1.70 \times 10^{-4}\ (^{\circ}\text{C})^{-1} \text{ લઈને}$$

$$T_2 - T_1 = \frac{(85.8 - 75.3)}{(75.3) \times 1.70 \times 10^{-4}} = 820\ ^{\circ}\text{C} \text{ મળશે.}$$

$$\text{એટલે કે, } T_2 = (820 + 27.0)\ ^{\circ}\text{C} = 847\ ^{\circ}\text{C}$$

આમ, ગરમ કરતા તારનું સ્થાયી તાપમાન (પ્રવાહને કારણે ઉત્પન્ન થતી ઉષ્મીય અસર અને આસપાસના વાતાવરણમાં થતા ઊર્જાના વ્યય સમાન થાય ત્યારે)  $847\ ^{\circ}\text{C}$  છે.

ઉદાહરણ 3.3

**ઉદાહરણ 3.4** પ્લેટીનમ અવરોધ ધરાવતા થર્મોમીટરમાં રહેલા પ્લેટીનમ તારનો અવરોધ બરફના તાપમાને  $5\ \Omega$  અને વરાળના તાપમાને તે  $5.23\ \Omega$  છે. જ્યારે થર્મોમીટરને (Hot Bath)માં ડૂબાડવામાં આવે છે ત્યારે પ્લેટીનમ તારનો અવરોધ  $5.795\ \Omega$  મળે છે તો - (Bath)નું તાપમાન ગણો.

$$\text{ઉકેલ } R_0 = 5\ \Omega, R_{100} = 5.23\ \Omega \text{ અને } R_t = 5.795\ \Omega$$

$$\text{હવે, } t = \frac{R_t - R_0}{R_{100} - R_0} \times 100, R_t = R_0(1 + \alpha t)$$

$$= \frac{5.795 - 5}{5.23 - 5} \times 100$$

$$= \frac{0.795}{0.23} \times 100 = 345.65\ ^{\circ}\text{C}$$

ઉદાહરણ 3.4

### 3.9 વિદ્યુત ઊર્જા અને પાવર (કાર્યત્વરા) (ELECTRICAL ENERGY, POWER)

A અને B અંત્યબિંદુઓ ધરાવતા સુવાહકને ધ્યાનમાં લો કે જેમાં Aથી B તરફ I જેટલો પ્રવાહ વહે છે. A અને B આગળ વિદ્યુત સ્થિતિમાનને અનુક્રમે V(A) અને V(B) વડે દર્શાવેલ છે. હવે, પ્રવાહ Aથી B તરફ વહેતો હોવાથી V(A) > V(B) થશે અને AB છેડા વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત V = V(A) - V(B) > 0 છે.

$\Delta t$  જેટલા સમયગાળામાં A થી B તરફ  $\Delta Q = I\Delta t$  જેટલો વિદ્યુતભાર ગતિ કરે છે. વ્યાખ્યા મુજબ, A આગળ વિદ્યુતભારની સ્થિતિઊર્જા  $Q V(A)$  હતી અને તે જ રીતે B આગળ તે  $Q V(B)$  છે. આમ, સ્થિતિઊર્જામાં ફેરફાર  $\Delta U_{\text{pot}}$

$$\begin{aligned}\Delta U_{\text{pot}} &= \text{અંતિમ સ્થિતિઊર્જા} - \text{પ્રારંભિક સ્થિતિઊર્જા} \\ &= \Delta Q[V(B) - V(A)] = -\Delta Q V \\ &= -IV\Delta t < 0\end{aligned}\quad (3.28)$$

જો વિદ્યુતભારોએ સુવાહકમાં અથડામણ વગર ગતિ કરી હોય તો તેની ગતિઊર્જા પણ બદલાઈ હોત અને તેથી તેમની કુલ ઊર્જા અચળ રહી હોત. કુલ ઊર્જાનાં સંરક્ષણનાં નિયમ મુજબ,

$$\Delta K = -\Delta U_{\text{pot}} \quad (3.29)$$

મળત. એટલે કે,

$$\Delta K = IV\Delta t > 0 \quad (3.30)$$

આમ, જો વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર હેઠળ સુવાહકમાં વિદ્યુતભારો મુક્ત રીતે ગતિ કરતા હોત તો તે કિસ્સામાં તેમની ગતિ દરમિયાન ગતિઊર્જામાં વધારો થયો હોત. પરંતુ આપણે અગાઉ જોયું કે સરેરાશ રીતે વિદ્યુતવાહકો પ્રવેગિત ગતિ કરતા નથી પરંતુ અચળ ડ્રિફ્ટ વેગથી ગતિ કરે છે. આમ થવા પાછળનું કારણ એ છે કે તેમની મુસાફરી દરમિયાન તેઓ આયનો અને પરમાણુઓ સાથે અથડામણ અનુભવે છે. અથડામણો દરમિયાન, વિદ્યુતભારે મેળવેલ ઊર્જા પરમાણુઓ સાથે વહેંચે છે. પરમાણુઓ એકદમ જોશથી દોલન કરે છે, એટલે કે સુવાહક ગરમ થાય છે. આમ, વાસ્તવિક સુવાહકમાં  $\Delta t$  સમયગાળામાં ઉષ્મા ઊર્જા તરીકે વ્યય થતી ઊર્જા,

$$\Delta W = IV\Delta t \quad (3.31)$$

એકમ સમયમાં વ્યય પામતી ઊર્જા એટલે જ ખર્ચાતો પાવર (કાર્યત્વરા)

$P = \Delta W/\Delta t$  અને તેથી,

$$P = IV \quad (3.32)$$

મળે. ઓહ્મના નિયમ  $V = IR$ ની મદદથી,

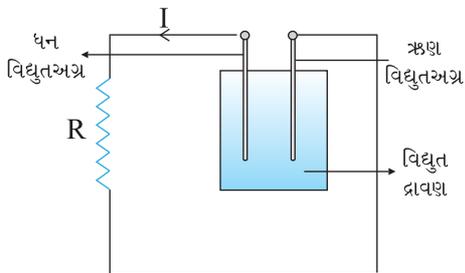
$$P = I^2 R = V^2/R \quad (3.33)$$

ને  $R$  અવરોધ ધરાવતા અને  $I$  જેટલો પ્રવાહ ધરાવતા સુવાહકમાં ઊર્જાવ્યય (Power Loss) (ઓહ્મિક-વ્યય) કહે છે. એ નોંધો કે આ એ પાવર (કાર્યત્વરા) છે કે જે દા.ત., વિદ્યુત બલ્બના ગૂંચળાને પ્રકાશિત થાય તેટલું ઉષ્માથી ગરમ કરે છે જે ઉષ્મા અને પ્રકાશનું ઉત્સર્જન કરે છે.

આ પાવર આવે છે ક્યાંથી ? આપણે અગાઉ જેમ કારણ આપ્યું તેમ સુવાહકમાં સ્થાયી પ્રવાહ માટે બાહ્ય ઉદ્દગમની જરૂર પડે છે. સ્પષ્ટપણે આ ઉદ્દગમ જ આ પાવર પુરો પાડે છે. વિદ્યુતકોષ સાથે દર્શાવેલ એક સરળ પરિપથ (આકૃતિ 3.12)માં વિદ્યુતકોષની રાસાયણિક ઊર્જા જ્યાં સુધી આપી શકે ત્યાં સુધી પાવર પૂરો પાડે છે.

પાવર માટેના સમીકરણો (3.32) અને (3.33) અવરોધ  $R$ માં વ્યય પામતો પાવર તેમાંથી વહેતા પ્રવાહ અને તેના છેડા વચ્ચેના વોલ્ટેજ પર કેવી રીતે આધાર રાખે છે, તે દર્શાવે છે.

સમીકરણ (3.33)નો એક અગત્યનો ઉપયોગ પાવર પ્રસારણ (Transmission)માં થાય છે. વિદ્યુત પાવર એ પાવર સ્ટેશનમાંથી ઘર અને ફેક્ટરીઓમાં પ્રસારણ તાર (કેબલ્સ) દ્વારા પ્રસારિત થાય છે. જે કેટલાક સો માઈલ દૂર હોય છે. સ્વાભાવિક છે કે, આપણને પાવર સ્ટેશનથી ઘરોમાં અને ફેક્ટરીઓમાં લઈ જતા પ્રસારણ તાર (કેબલ્સ)માં થતા પાવર-વ્યય લઘુત્તમ



આકૃતિ 3.12 વિદ્યુતકોષના છેડાને સમાંતર જોડેલા અવરોધ  $R$ માં ઉષ્મા ઉત્પન્ન થાય છે. અવરોધ  $R$ માં વ્યય થતી ઊર્જા એ ઈલેક્ટ્રોલાઇટની રાસાયણિક ઊર્જામાંથી આવે છે.

કરવામાં રસ હોય. હવે આપણે જોઈશું કે, આ કેવી રીતે થઈ શકે. એક ઉપકરણ R ધ્યાનમાં લો કે જેને  $R_c$  અવરોધ ધરાવતા પ્રસારણ તાર (કેબલ્સ)થી P જેટલો પાવર પહોંચાડવાનો છે કે જે અંતે વિખેરીત (ખર્ચાવાનો) છે. જો Rને સમાંતર વોલ્ટેજ V હોય અને તેમાંથી I જેટલો પ્રવાહ પસાર થતો હોય તો

$$P = VI \quad (3.34)$$

પાવર સ્ટેશનથી ઉપકરણને જોડતા તારનો નિયત અવરોધ  $R_c$  છે, ઉપકરણને જોડતાં તારમાં વ્યય પામતી ઊર્જા, કે જે નકામી/વેડફાઈ જાય છે તે  $P_c$  નીચે મુજબ લખાય.

$$\begin{aligned} P_c &= I^2 R_c, \text{ જે સમીકરણ (3.32) પરથી,} \\ &= \frac{P^2 R_c}{V^2} \end{aligned} \quad (3.35)$$

થાય. આમ, P જેટલો પાવર ધરાવતા ઉપકરણને ચલાવવા માટે ઉપકરણને જોડતાં તારમાં વેડફાતો પાવર એ  $V^2$ ના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે. પાવર સ્ટેશનથી પ્રસારણ તાર (કેબલ્સ)ની લંબાઈ કેટલાક સો માર્ઠલ હોવાથી તેમનો અવરોધ  $R_c$  અવગણ્ય નહીં તેવો હોય. તેથી  $P_c$  ને ઘટાડવા માટે આ તાર (કેબલ)માં ખૂબ જ ઊંચા વોલ્ટેજે (V) પ્રવાહ વહે છે અને આ કારણથી પ્રસારણ તાર (Transmission Lines) ઉપર ઊંચા વોલ્ટેજના ખતરાનું ચિહ્ન રાખવામાં આવે છે - આવું સામાન્ય રીતે ગીચ વસતી ધરાવતા વિસ્તારથી દૂર જતાં જોવા મળે છે. આટલા ઊંચા વોલ્ટેજે મળતી વિદ્યુતનો ઉપયોગ કરવામાં સલામતી નથી અને તેથી તેના બીજા છેડા આગળ ટ્રાન્સફોર્મર નામનું એક ઉપકરણ કે જે વોલ્ટેજને ઘટાડી જરૂરીયાત જેટલા પ્રમાણમાં લાવે છે, તેનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

### 3.10 અવરોધકોનું સંયોજન – શ્રેણી અને સમાંતર

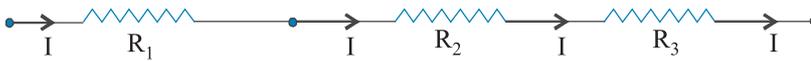
#### (COMBINATION OF RESISTORS - SERIES AND PARALLEL)

એક જ અવરોધ R કે જેના બે છેડા વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત V હોય તો તેમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ, ઓહ્મના નિયમ  $I = V/R$ ની મદદથી આપી શકાય છે. ઘણીવખત અવરોધો એકબીજા સાથે જોડેલા હોય છે અને આવા સંયોજનોનો સમતુલ્ય અવરોધ શોધવા માટે ઘણા સરળ નિયમો છે.



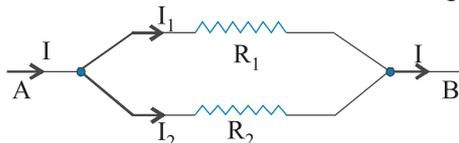
આકૃતિ 3.13 બે અવરોધો  $R_1$  અને  $R_2$ નું શ્રેણી સંયોજન.

બે અવરોધોના અંત્ય બિંદુઓમાંથી એક એક જ જોડેલું હોય તો બે અવરોધો એકબીજાને શ્રેણીમાં છે તેમ કહેવાય (આકૃતિ 3.13). હવે જો ત્રીજો અવરોધ આ બેના શ્રેણી જોડાણ સાથે શ્રેણીમાં જોડવામાં આવે (આકૃતિ 3.14), તો આ ત્રણેય શ્રેણીમાં જોડાયેલા છે તેમ કહેવાય. સ્પષ્ટ છે કે આપણે આ વ્યાખ્યા કોઈપણ સંખ્યાના અવરોધોથી બનેલા શ્રેણી સંયોજન માટે લાગુ પાડી શકીએ.



આકૃતિ 3.14 ત્રણ અવરોધો  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ નું શ્રેણી સંયોજન

હવે જો બધાં જ અવરોધોના એક છેડો એકબીજા સાથે અને તે જ રીતે બીજા છેડાઓ પણ એકબીજા સાથે જોડેલાં હોય તો બે કે તેથી વધારે અવરોધો સમાંતરમાં છે તેમ કહેવાય. (આકૃતિ 3.15)



આકૃતિ 3.15 સમાંતરમાં જોડેલાં બે અવરોધો  $R_1$  અને  $R_2$ .

શ્રેણીમાં જોડેલાં બે અવરોધો  $R_1$  અને  $R_2$ ને ધ્યાનમાં લો. જેટલો વિદ્યુતભાર  $R_1$ માંથી બહાર નીકળે તેટલો જ વિદ્યુતભાર  $R_2$ માં દાખલ થશે. પ્રવાહ, વિદ્યુતભારના વહનનો દર માપતો હોવાથી બંને અવરોધો  $R_1$  અને  $R_2$ માંથી સમાન પ્રવાહ  $I$  પસાર થશે. ઓહ્મના નિયમ પરથી,

$$R_1 \text{ ને સમાંતર સ્થિતિમાનનો તફાવત } = V_1 = IR_1 \text{ અને}$$

$$R_2 \text{ ને સમાંતર સ્થિતિમાનનો તફાવત } = V_2 = IR_2 \text{ થશે.}$$

આ સંયોજનના છેડા વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V$  એ  $V_1 + V_2$  જેટલો થશે. તેથી,

$$V = V_1 + V_2 = I(R_1 + R_2) \quad (3.36)$$

આ એવું છે કે જાણે સંયોજનને સમતુલ્ય અવરોધ  $R_{eq}$  હોય કે જ્યાં ઓહ્મના નિયમ પરથી,

$$R_{eq} \equiv \frac{V}{I} = (R_1 + R_2) \quad (3.37)$$

જો આપણે ત્રણ અવરોધો શ્રેણીમાં લીધા હોત તો, આ જ રીતે

$$V = I R_1 + I R_2 + I R_3 = I(R_1 + R_2 + R_3) \quad (3.38)$$

થાત. સ્વાભાવિક રીતે જ આને કોઈપણ સંખ્યા ( $n$ )ના અવરોધો  $R_1, R_2, \dots, R_n$  માટે વિસ્તારી શકાય. સમતુલ્ય અવરોધ  $R_{eq}$  નીચે મુજબ લખાશે.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad (3.39)$$

હવે સમાંતરમાં જોડેલાં બે અવરોધો (આકૃતિ 3.15)ને ધ્યાનમાં લો. આની ડાબી બાજુથી દાખલ થતો વિદ્યુતભાર અંશત:  $R_1$ માંથી અને અંશત:  $R_2$ માંથી પસાર થાય છે. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ વહેતા પ્રવાહો  $I, I_1$  અને  $I_2$  એ દર્શાવેલ બિંદુઓ આગળ વિદ્યુતભાર વહનનો દર સૂચવે છે. તેથી,

$$I = I_1 + I_2 \quad (3.40)$$

$R_1$ ને ઓહ્મનો નિયમ લાગુ પાડી A અને B વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત,

$$V = I_1 R_1 \quad (3.41)$$

$R_2$ ને ઓહ્મનો નિયમ લગાડતાં,

$$V = I_2 R_2 \quad (3.42)$$

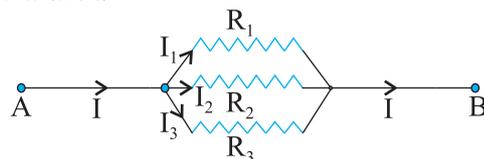
$$I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.43)$$

જો સંયોજનના સ્થાને સમતુલ્ય અવરોધ  $R_{eq}$  મૂકવામાં આવે તો ઓહ્મનો નિયમ મુજબ,

$$I = \frac{V}{R_{eq}} \quad (3.44)$$

$$\text{તેથી, } \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (3.45)$$

આપણે સહેલાઈથી જોઈ શકીએ છીએ કે આ કેવી રીતે સમાંતરમાં લગાવેલા ત્રણ અવરોધો (આકૃતિ 3.16) માટે લખી શકાય.



## પ્રવાહ વિદ્યુત

ઉપર મુજબ જ,

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (3.46)$$

અને  $R_1$ ,  $R_2$  અને  $R_3$ ને ઓહ્મનો નિયમ લગાવતાં,

$$V = I_1 R_1, V = I_2 R_2, V = I_3 R_3 \quad (3.47)$$

તેથી,

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = V \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \quad (3.48)$$

જો આ સંયોજનને બદલે તેને સમતુલ્ય અવરોધ  $R_{eq}$  લઈએ કે જેથી કરીને

$$I = \frac{V}{R_{eq}} \quad \text{થાય.} \quad (3.49)$$

તો

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (3.50)$$

ગમે તેટલી સંખ્યાના સમાંતર અવરોધો માટે આ સમીકરણ લાગુ પાડી શકાય.  $n$  અવરોધો  $R_1$ ,  $R_2$ , .....,  $R_n$ ને સમતુલ્ય અવરોધ,

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (3.51)$$

આવા સમતુલ્ય અવરોધો માટેના સૂત્રોની મદદથી જટીલ પરિપથમાં વહેતા પ્રવાહ અને

વોલ્ટેજ શોધી શકાય છે. ઉદાહરણ તરીકે, આકૃતિ (3.17)માં દર્શાવેલ પરિપથ ધ્યાનમાં લો કે જેમાં ત્રણ અવરોધો  $R_1$ ,  $R_2$  અને  $R_3$  આવેલાં છે. અત્રે  $R_2$  અને  $R_3$  એ સમાંતરમાં હોવાથી B અને C વચ્ચે તેમને સ્થાને સમતુલ્ય અવરોધથી  $R_{eq}^{23}$  મૂકતાં,

$$\frac{1}{R_{eq}^{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

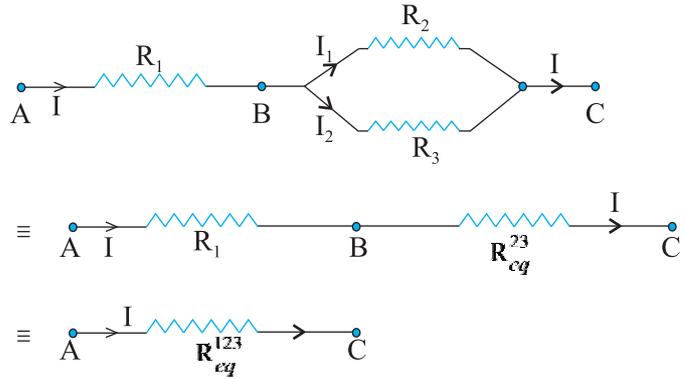
$$\text{અથવા } R_{eq}^{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \quad (3.52)$$

હવે, પરિપથમાં  $R_1$  અને  $R_{eq}^{23}$  શ્રેણીમાં છે, અને તેથી તેમના સંયોજનને સ્થાને સમતુલ્ય અવરોધ  $R_{eq}^{123}$  મૂકી શકાય.

$$R_{eq}^{123} = R_{eq}^{23} + R_1 \quad (3.53)$$

જો A અને C વચ્ચે વોલ્ટેજ  $V$  હોય તો (વહેતો) પ્રવાહ  $I$  નીચે મુજબ આપી શકાય.

$$I = \frac{V}{R_{eq}^{123}} = \frac{V}{R_1 + [R_2 R_3 / (R_2 + R_3)]}$$



**આકૃતિ 3.17** ત્રણ  $R_1$ ,  $R_2$  અને  $R_3$  અવરોધોનું સંયોજન.

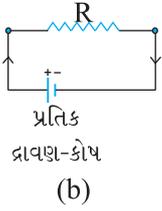
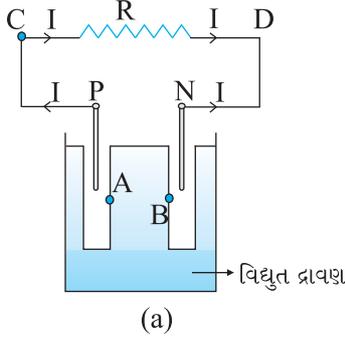
$R_{eq}^{23}$  જેટલો સમતુલ્ય અવરોધ ધરાવતા અવરોધો  $R_2$  અને  $R_3$  સમાંતરમાં જોડેલાં છે.  $R_1$  અને  $R_{eq}^{23}$  એકબીજાને

શ્રેણીમાં અને તેમનો સમતુલ્ય અવરોધ  $R_{eq}^{123}$  છે.

$$= \frac{V(R_2 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \quad (3.54)$$

### 3.11 વિદ્યુતકોષ, *emf*, આંતરિક અવરોધ

#### (CELL, EMF, INTERNAL RESISTANCE)



**આકૃતિ 3.18** (a) ધનધ્રુવ P અને ઋણધ્રુવ N ધરાવતા વિદ્યુત દ્રાવણ-કોષની રેખાકૃતિ. બે ધ્રુવો વચ્ચેનું અંતર સ્પષ્ટતા ખાતર વધારે દર્શાવ્યું છે. P અને N ની નજીક વિદ્યુત દ્રાવણમાં બિંદુઓ A અને B આવેલાં છે. (b) કોષની સંજ્ઞા, + એ P અને - એ N સૂચવે છે. કોષના વિદ્યુત જોડાણો P અને N આગળ કરવામાં આવે છે.

આપણે અગાઉ જણાવ્યું છે કે વિદ્યુત પરિપથમાં સ્થાયી પ્રવાહ જાળવવા માટેનું એક સરળ ઉપકરણ વિદ્યુતદ્રાવણ-કોષ છે. આકૃતિ 3.18માં દર્શાવ્યા મુજબ, મૂળભૂત રીતે વિદ્યુતકોષમાં બે વિદ્યુતધ્રુવો, ધન (P) અને ઋણ (N) હોય છે. તેઓને વિદ્યુતદ્રાવણમાં અંશતઃ ડૂબાડવામાં આવે છે. દ્રાવણમાં ડૂબાડેલા વિદ્યુતધ્રુવો, વિદ્યુતદ્રાવણ સાથે વિદ્યુતભારનો વિનિમય કરે છે. ધન વિદ્યુતઅગ્રને પોતાની અને તેની તદ્દન નજીક આવેલા કે જે આકૃતિમાં A વડે દર્શાવેલ છે તે વિદ્યુતદ્રાવણની વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V_+$  ( $V_+ > 0$ ) છે. તે જ રીતે, ઋણ અગ્ર અને તેની તદ્દન નજીક આવેલાં કે જે આકૃતિમાં B વડે દર્શાવેલ છે તે વિદ્યુતદ્રાવણની સાથે ઋણ સ્થિતિમાન  $-V_-$  ( $V_- \geq 0$ ) ઉત્પન્ન કરે છે. જ્યારે પ્રવાહ પસાર થતો નહીં હોય ત્યારે સમગ્ર વિદ્યુતદ્રાવણમાં સમાન સ્થિતિમાન હશે કે જેથી P અને N વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V_+ - (-V_-) = V_+ + V_-$  થશે. આ તફાવતને કોષનું વિદ્યુતચાલક બળ (Electromotive Force-*emf*) કહે છે અને તેને  $\mathcal{E}$  વડે દર્શાવાય છે. આમ,

$$\mathcal{E} = V_+ + V_- > 0 \quad (3.55)$$

અત્રે નોંધો કે  $\mathcal{E}$  એ ખરેખર સ્થિતિમાનનો તફાવત છે અને નહીં કે બળ. *emf* નામ તો ઐતિહાસિક કારણોથી વપરાય છે અને તે એવા સમયે આપવામાં આવ્યું હતું કે જે સમયે આ ઘટના યોગ્ય રીતે સમજી શકાયેલી ન હતી.

દ્રવ્ય મહત્ત્વ સમજવા માટે એક અવરોધ Rને વિદ્યુતકોષના છેડા વચ્ચે જોડેલ છે તેમ ધારો (આકૃતિ 3.18). Rમાં થઈને I જેટલો પ્રવાહ C થી D તરફ વહે છે. અગાઉ સમજાવ્યું તેમ, વિદ્યુતદ્રાવણમાંથી પ્રવાહ Nથી P તરફ પસાર થતો હોવાથી સ્થાયી પ્રવાહ જાળવાઈ રહેશે. એ સ્પષ્ટ જ છે કે સમગ્ર વિદ્યુતદ્રાવણમાંથી સમાન પ્રવાહ પસાર થતો હશે, પરંતુ તે Nથી P તરફ જ્યારે અવરોધ Rમાં તે Pથી N તરફ પસાર થાય છે.

વિદ્યુતદ્રાવણ કે જેમાંથી પ્રવાહ વહે છે તેને પરિમિત અવરોધ  $r$  છે, જેને આંતરિક અવરોધ કહે છે. પ્રથમ એવી સ્થિતિ વિચારો કે R અનંત છે, તેથી  $I = V/R = 0$  થશે, જ્યાં V એ P અને N વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત છે. હવે,

$$\begin{aligned} V &= P \text{ અને } A \text{ વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત} \\ &+ A \text{ અને } B \text{ વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત} \\ &+ B \text{ અને } N \text{ વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત} \\ &= \mathcal{E} \end{aligned} \quad (3.56)$$

આમ,  $\mathcal{E}$  એ ખુલ્લા પરિપથ (Open Circuit), એટલે કે જ્યારે કોષમાંથી પ્રવાહ પસાર થતો ના હોય તે સ્થિતિ માટે ધન અને ઋણ વિદ્યુતઅગ્રો વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત છે.

હવે, જો R પરિમિત હોય તો I શૂન્ય નથી. આ કિસ્સામાં P અને N વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત,

$$\begin{aligned} V &= V_+ + V_- - Ir \\ &= \mathcal{E} - Ir \end{aligned} \quad (3.57)$$

A અને B વચ્ચે સ્થિતિમાનના તફાવત ( $Ir$ )ના પદમાં ઋણ ચિહ્ન નોંધો. આવું થવા પાછળનું કારણ એ છે કે વિદ્યુતદ્રાવણમાં પ્રવાહ I, B થી A તરફ વહે છે.

વ્યવહારુ ગણતરીઓમાં જ્યારે પરિપથમાં પ્રવાહ I એવો હોય કે જેથી  $\mathcal{E} \gg Ir$  થાય ત્યારે કોષનો આંતરિક અવરોધ અવગણી શકાય. આ આંતરિક અવરોધોનું વાસ્તવિક મૂલ્ય જુદા જુદા કોષ

## પ્રવાહ વિદ્યુત

માટે જુદું જુદું હોય છે. અલબત્ત, સૂકા કોષ (Dry Cell)નો આંતરિક અવરોધ સામાન્ય વિદ્યુતદ્રાવણ કોષોની સરખામણીમાં ઘણો વધારે હોય છે.

$$V = IR \quad (3.58)$$

મળે. સમીકરણો (3.57) અને (3.58) પરથી,

$$IR = \varepsilon - Ir$$
$$\text{અથવા } I = \frac{\varepsilon}{R + r} \quad (3.59)$$

કોષમાંથી ખેંચી શકાતો મહત્તમ પ્રવાહ એ  $R = 0$  સ્થિતિ માટે છે અને તે  $I_{\max} = \varepsilon/r$  છે. પરંતુ મોટાભાગના કોષોમાં મહત્તમ માન્ય (Allowed) પ્રવાહનું મૂલ્ય કોષને કાયમી નુકશાનથી બચાવવા માટે ઘણું નાનું રાખવામાં આવે છે.

### વાદળોમાં વિદ્યુતભાર

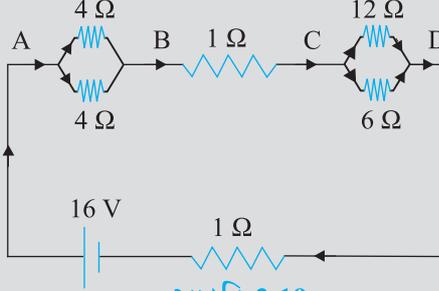
જુના જમાનામાં વીજળીને વાતાવરણમાં ઉદ્ભવતી કોઈ દૈવીશક્તિ પ્રેરિત ચમકારો/ઝબકારો માનવામાં આવતી હતી. તેને ભગવાનનું ખૂબ જ મોટું શસ્ત્ર માનવામાં આવતું હતું. પરંતુ આજે વીજળીની ઘટનાને ભૌતિકશાસ્ત્રના પ્રાથમિક સિદ્ધાંતોની મદદથી વૈજ્ઞાનિક રીતે સમજાવી શકાય છે.

વાતાવરણમાંની વિદ્યુત વિદ્યુતભારોના છૂટા પડવાને કારણે ઉદ્ભવે છે. આયનોસ્ફીયર અને મેગ્નેટોસ્ફીયરમાં સૂર્ય-પૃથ્વી આંતરક્રિયાને કારણે પ્રબળ વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્પન્ન થાય છે. નીચેના વાતાવરણમાં પ્રવાહ પ્રમાણમાં નબળો હોય છે અને ગાજવીજ થકી જળવાઈ રહે છે.

વાદળોમાં બરફના કણો રહેલા હોય છે કે જે મોટા થતા જાય છે, અથડાય છે અને તેમાં તિરાડ પડતાં અંતે તૂટી જાય છે. આ ઘટના દરમિયાન નાના કણો ધન વિદ્યુતભાર જ્યારે મોટા કણો ઋણ વિદ્યુતભાર પ્રાપ્ત કરે છે. આ વિદ્યુતભારિત કણો વાદળમાં અનુભવાતા ઉર્ધ્વ સ્થાનાંતર (Updraft) અને ગુરુત્વીયબળને કારણે એકબીજાથી છૂટા પડી જાય છે. વાદળનો ઉપરનો ભાગ ધન વિદ્યુતભારીત અને વચ્ચેનો ભાગ ઋણ વિદ્યુતભારીત બને છે કે જે એક દ્વિ-ધ્રુવી (ડાયપોલ)ની જેમ વર્તે છે. ઘણી વખત વાદળના નીચેના છેડા આગળ ખૂબ નબળો (ઓછા પ્રમાણમાં) ધન વિદ્યુતભાર જોવા મળે છે. ગાજવીજની ઘટના વખતે પૃથ્વી ધનવિદ્યુતભારીત હોય છે. વળી, બ્રહ્માંડ (વૈશ્વિક, Cosmic) અને રેડીયોએક્ટિવ વિકિરણો હવાનું ધન અને ઋણ આયનોમાં આયનીકરણ કરે છે, જેથી હવા એક નિર્બળ વિદ્યુત સુવાહકની જેમ વર્તે છે. આ છૂટા પડેલા વિદ્યુતભારો વાદળમાં તેમજ વાદળ અને પૃથ્વી વચ્ચે ખૂબ જ મોટા પ્રમાણમાં વિદ્યુતસ્થિતિમાન ઉત્પન્ન કરે છે. જે લાખોના કમના વોલ્ટેજનો હોય છે અને પરિણામે હવાનો વિદ્યુત અવરોધ ખંડિત થતાં (ભાંગી પડતાં) વીજળીના ઝબકારા શરૂ થાય છે અને હજારો એમ્પિયરના કમનો પ્રવાહ વહે છે. આ વખતે પ્રવર્તતું વિદ્યુતક્ષેત્ર  $10^5$  V/mના કમનું હોય છે. આ વીજળીના ઝબકારા સરેરાશ ચાર તબક્કાના બનેલા હોય છે અને દરેક ઝબકારો લગભગ 30 સેકન્ડનો બનેલો હોય છે. દરેક ઝબકારાનો સરેરાશ મહત્તમ પાવર લગભગ  $10^{12}$  Watt જેટલો હોય છે.

સારી આબોહવા વખતે પણ વાતાવરણમાં વિદ્યુતભાર હોય છે. આવી સાનુકૂળ આબોહવામાં વિદ્યુતક્ષેત્ર એ પૃથ્વી પરની પૃષ્ઠ વિદ્યુતભાર ઘનતા અને વાતાવરણની વાહકતા ઉપરાંત આયનો સ્ફિયરથી પૃથ્વીની સપાટી તરફ વહેતા પ્રવાહને કારણે હોય છે કે જે Picoampere/Square meterના કમનું હોય છે. પૃથ્વી પરની પૃષ્ઠ વિદ્યુતભાર ઘનતા ઋણ હોય છે, તેથી વિદ્યુતક્ષેત્ર નીચે તરફ હોય છે. જમીન ઉપર વિદ્યુતક્ષેત્ર લગભગ 120 V/m જેટલું હોય છે, જે  $-1.2 \times 10^{-9}$  C/m<sup>2</sup> જેટલી પૃષ્ઠ વિદ્યુતભાર ઘનતાને અનુરૂપ છે. પૃથ્વીની સમગ્ર સપાટી ઉપર કુલ ઋણ વિદ્યુતભાર 600 kC જેટલો છે. તેટલો જ ધન વિદ્યુતભાર વાતાવરણમાં અસ્તિત્વ ધરાવે છે. આ વિદ્યુતક્ષેત્ર રોજબરોજની જિંદગીમાં નોંધપાત્ર હોતું નથી. આ ધ્યાનમાં નહીં આવવાનું કારણ એ છે કે લગભગ બધું જ, આપણું શરીર પણ હવાની સરખામણીમાં વાહક છે.

ઉદાહરણ 3.5 આકૃતિ 3.19માં દર્શાવ્યા મુજબ  $1 \Omega$ નો આંતરિક અવરોધ ધરાવતી  $16 \text{ V}$ ની બેટરી સાથે અવરોધોનું એક નેટવર્ક જોડેલ છે. (a) નેટવર્કનો સમતુલ્ય અવરોધ ગણો. (b) દરેક અવરોધમાંથી વહેતો પ્રવાહ મેળવો. (c)  $V_{AB}$ ,  $V_{BC}$ ,  $V_{CD}$  વોલ્ટેજ ડ્રોપ (સ્થિતિમાનનો તફાવત) ગણો.



આકૃતિ 3.19

ઉકેલ

(a) આપેલ નેટવર્ક એ અવરોધોના સમાંતર અને શ્રેણી જોડાણોનું સંયોજન છે. પ્રથમ બે  $4 \Omega$ ના અવરોધો સમાંતરમાં હોવાથી તેમને સમતુલ્ય અવરોધ  
 $= [(4 \times 4) / (4 + 4)] \Omega = 2 \Omega$  થશે.

તે જ રીતે,  $12 \Omega$  અને  $6 \Omega$  અવરોધો પણ સમાંતરમાં હોવાથી તેમને સમતુલ્ય અવરોધ  
 $[(12 \times 6)/(12 + 6)] \Omega = 4 \Omega$  થશે. આખાય પરિપથનો સમતુલ્ય અવરોધ આ બે અવરોધો ( $2 \Omega$  અને  $4 \Omega$ )ને  $1 \Omega$ ના અવરોધ સાથે શ્રેણીમાં જોડી શોધી શકાય. એટલે કે,

$$R = 2 \Omega + 4 \Omega + 1 \Omega = 7 \Omega$$

(b) પરિપથમાં વહેતો કુલ પ્રવાહ,

$$I = \frac{\epsilon}{R + r} = \frac{16 \text{ V}}{(7 + 1) \Omega} = 2 \text{ A}$$

A અને B વચ્ચે રહેલા અવરોધોને ધ્યાનમાં લો. જો  $4 \Omega$ ના અવરોધમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ  $I_1$  અને બીજામાંથી પસાર થતો પ્રવાહ  $I_2$  હોય તો,

$$I_1 \times 4 = I_2 \times 4$$

એટલે કે,  $I_1 = I_2$  તે બીજી રીતે બંને શાખાની સંમિતિ જોતાં પણ સહજતાથી સમજી શકાય તેમ છે. હવે,  $I_1 + I_2 = I = 2 \text{ A}$  હોવાથી,

$$I_1 = I_2 = 1 \text{ A થશે.}$$

આમ, દરેક  $4 \Omega$ ના અવરોધમાંથી  $1 \text{ A}$  પ્રવાહ પસાર થાય છે. B અને C વચ્ચેના  $1 \Omega$  અવરોધમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ  $2 \text{ A}$  હશે.

હવે C અને D વચ્ચેના અવરોધો ધ્યાનમાં લો. જો  $12 \Omega$  અવરોધમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ  $I_3$  અને  $6 \Omega$  અવરોધમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ  $I_4$  હોય તો,

$$I_3 \times 12 = I_4 \times 6, \text{ એટલે કે, } I_4 = 2I_3$$

$$\text{પરંતુ } I_3 + I_4 = I = 2 \text{ A છે.}$$

$$\text{તેથી, } I_3 = \left(\frac{2}{3}\right) \text{ A, } I_4 = \left(\frac{4}{3}\right) \text{ A}$$

એટલે કે  $12 \Omega$  અવરોધમાંથી  $(2/3) \text{ A}$ નો પ્રવાહ અને  $6 \Omega$ માંથી  $(4/3) \text{ A}$ નો પ્રવાહ પસાર થાય છે.

(c) ABને સમાંતર વોલ્ટેજ ડ્રોપ,

$$V_{AB} = I_1 \times 4 = 1 \text{ A} \times 4 \text{ V} = 4 \text{ V}$$

આ A અને Bની વચ્ચે પસાર થતા કુલ પ્રવાહને A અને Bની વચ્ચેના સમતુલ્ય અવરોધ વડે ગુણીને પણ મેળવી શકાય. એટલે કે,

$$V_{AB} = 2A \times 2\Omega = 4V$$

BC ને સમાંતર વોલ્ટેજ ડ્રોપ,

$$V_{BC} = 2A \times 1\Omega = 2V$$

અંતે, CD ને સમાંતર વોલ્ટેજ ડ્રોપ,

$$V_{CD} = 12\Omega \times I_3 = 12\Omega \times \left(\frac{2}{3}\right)A = 8V$$

આને વૈકલ્પિક રીતે, C અને D વચ્ચે કુલ પ્રવાહનો C અને D વચ્ચેના સમતુલ્ય અવરોધ વડે ગુણીને પણ મેળવી શકાય. એટલે કે,

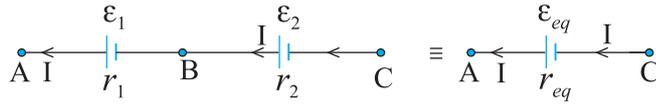
$$V_{CD} = 2A \times 4\Omega = 8V$$

અત્રે એ નોંધો કે A અને D ની વચ્ચે કુલ વોલ્ટેજ ડ્રોપ  $4V + 2V + 8V = 14V$  છે. આમ, બેટરીનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ  $14V$  થશે. જ્યારે તેનું  $emf$   $16V$  છે. આ વોલ્ટેજનો વ્યય ( $=2V$ ) એ બેટરીના  $1\Omega$  આંતરિક અવરોધને કારણે છે [ $2A \times 1\Omega = 2V$ ].

### 3.12 કોષોનાં શ્રેણી અને સમાંતર જોડાણ

#### (CELLS IN SERIES AND IN PARALLEL)

અવરોધોની જેમ કોષોનું પણ પરિપથમાં સંયોજન કરી શકાય છે અને અવરોધોની જેમ પરિપથમાં પ્રવાહો અને વોલ્ટેજોની ગણતરી કરવા કોષોના સંયોજનના સ્થાને સમતુલ્ય કોષ મૂકી શકાય છે.



**આકૃતિ 3.20**  $\mathcal{E}_1$  અને  $\mathcal{E}_2$   $emf$  ધરાવતા બે કોષો શ્રેણીમાં જોડેલા છે.  $r_1$  અને  $r_2$  તેમના આંતરિક અવરોધો છે, A અને C ની વચ્ચેના જોડાણ માટે આ સંયોજનને  $\mathcal{E}_{eq}$  જેટલા  $emf$  અને  $r_{eq}$  જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતા કોષને સમતુલ્ય ગણી શકાય.

પ્રથમ બે કોષોને શ્રેણીમાં છે તેમ વિચારો (આકૃતિ 3.20). જ્યાં બંને કોષોના કોઈ એક છેડા એકબીજા સાથે જોડેલા છે, જ્યારે બંને કોષોના બીજા છેડાઓ મુક્ત રાખેલ છે,  $\mathcal{E}_1$  અને  $\mathcal{E}_2$  એ કોષોના અનુક્રમે  $emf$  અને  $r_1$  અને  $r_2$  તેમના આંતરિક અવરોધો છે.

ધારો કે આકૃતિમાં દર્શાવેલ બિંદુઓ A, B અને C આગળના સ્થિતિમાનો  $V(A)$ ,  $V(B)$ ,  $V(C)$  છે.

તેથી  $V(A) - V(B)$  એ પ્રથમ કોષના ધન અને ઋણ ધ્રુવો વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત થશે. આપણે તે સમીકરણ (3.57)માં ગણ્યું છે તે મુજબ,

$$V_{AB} = V(A) - V(B) = \mathcal{E}_1 - Ir_1 \quad (3.60)$$

તે જ રીતે,

$$V_{BC} = V(B) - V(C) = \mathcal{E}_2 - Ir_2 \quad (3.61)$$

તેથી સંયોજનના A અને C ધ્રુવો વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત,

$$\begin{aligned} V_{AC} &= V(A) - V(C) = [V(A) - V(B)] + [V(B) - V(C)] \\ &= (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2) - I(r_1 + r_2) \end{aligned} \quad (3.62)$$

હવે, જો આપણે આ સંયોજનને સ્થાને A અને C વચ્ચે  $\mathcal{E}_{eq}$  જેટલું  $emf$  અને  $r_{eq}$  જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતા એક જ કોષને મૂકીએ તો,

$$V_{AC} = \mathcal{E}_{eq} - Ir_{eq} \quad (3.63)$$

છેલ્લાં બે સમીકરણોની સરખામણી કરતાં,

$$\mathcal{E}_{eq} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 \quad (3.64)$$

$$\text{અને } r_{eq} = r_1 + r_2 \quad (3.65)$$

આકૃતિ 3.20માં પહેલા કોષના ઋણ ધ્રુવને અને બીજા કોષના ધન ધ્રુવ સાથે જોડેલો હતો. તેને બદલે જો બે ઋણ ધ્રુવો જોડ્યા હોય તો સમીકરણ (3.61) બદલાઈને  $V_{BC} = -\mathcal{E}_2 - Ir_2$  તરીકે લખાત અને

$$\mathcal{E}_{eq} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 \quad (\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2) \text{ મળત.} \quad (3.66)$$

આ શ્રેણી જોડાણનો નિયમ કોઈપણ સંખ્યાના કોષો માટે વિસ્તારી શકાય.

(i)  $n$  કોષોના શ્રેણી સંયોજનને સમતુલ્ય  $emf$  એ તેમના વ્યક્તિગત  $emf$  ના સરવાળા બરાબર હોય છે.

(ii)  $n$  કોષોના શ્રેણી જોડાણને સમતુલ્ય આંતરિક અવરોધ એ તેમના વ્યક્તિગત આંતરિક અવરોધના સરવાળા બરાબર હોય છે.

જ્યારે પ્રવાહ દરેક કોષના ધન ધ્રુવમાંથી બહાર નીકળતો હોય ત્યારે આમ થશે. હવે જો આ સંયોજનમાં જો કોઈ કોષના ઋણ ધ્રુવમાંથી પ્રવાહ બહાર નીકળતો હોય તો  $\mathcal{E}_{eq}$  ના સમીકરણમાં તે કોષનું  $emf$  સમીકરણ (3.66)ની જેમ ઋણ ચિહ્ન સાથે લેવાશે.

હવે, કોષોનું સમાંતર જોડાણ ધ્યાનમાં લો (આકૃતિ 3.21).

$I_1$  અને  $I_2$  એ કોષોના ધન ધ્રુવોમાંથી બહાર નીકળે છે. બિંદુ  $B_1$  આગળ  $I_1$  અને  $I_2$  પ્રવાહ અંદરની તરફ જ્યારે પ્રવાહ I બહારની તરફ વહે છે. બહાર તરફ પણ અંદરની તરફ જેટલો જ વિદ્યુતભાર વહન પામતો હોવાથી,

$$I = I_1 + I_2 \quad (3.67)$$

ધારોકે  $V(B_1)$  અને  $V(B_2)$  એ અનુક્રમે  $B_1$  અને  $B_2$  આગળ સ્થિતિમાન છે. તો પ્રથમ કોષને ધ્યાનમાં લેતાં તેના છેડાઓ વચ્ચે સ્થિતિમાનનો તફાવત  $V(B_1) - V(B_2)$  છે. તેથી સમીકરણ (3.57) પરથી,

$$V \equiv V(B_1) - V(B_2) = \mathcal{E}_1 - I_1 r_1 \quad (3.68)$$

બિંદુઓ  $B_1$  અને  $B_2$  આ જ રીતે બીજા કોષને પણ જોડેલાં છે. તેથી બીજા કોષને ધ્યાનમાં લેતાં પણ આપણને

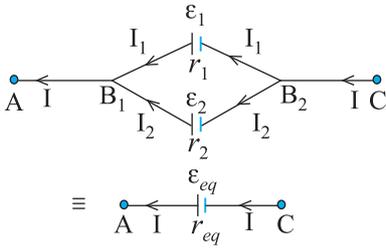
$$V \equiv V(B_1) - V(B_2) = \mathcal{E}_2 - I_2 r_2 \quad (3.69)$$

મળે. છેલ્લાં ત્રણ સમીકરણો પરથી,

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \\ &= \frac{\mathcal{E}_1 - V}{r_1} + \frac{\mathcal{E}_2 - V}{r_2} = \left( \frac{\mathcal{E}_1}{r_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{r_2} \right) - V \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \end{aligned} \quad (3.70)$$

તેથી, V નીચેના સૂત્ર મુજબ અપાશે,

$$V = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2} - I \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \quad (3.71)$$



**આકૃતિ 3.21** સમાંતરમાં જોડેલાં બે વિદ્યુતકોષો. A અને C વચ્ચેનાં જોડાણ માટે, આ સંયોજનને સ્થાને  $\mathcal{E}_{eq}$  જેટલું  $emf$  ધરાવતા અને  $r_{eq}$  જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતો એક કોષ મૂકી શકાય કે જેમની કિંમતો સમીકરણો (3.73) અને (3.74)માં દર્શાવેલ છે.

હવે, જો આ સંયોજનને સ્થાને આપણે  $B_1$  અને  $B_2$ ની વચ્ચે  $\mathcal{E}_{eq}$  જેટલું  $emf$  અને  $r_{eq}$  જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતો એક જ કોષ મૂકીએ છીએ, તો આપણને

$$V = \mathcal{E}_{eq} - Ir_{eq} \quad (3.72)$$

મળે. છેલ્લાં બે સમીકરણો સમાન હોવા જોઈએ અને તેથી,

$$\mathcal{E}_{eq} = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2} \quad (3.73)$$

$$\text{અને } r_{eq} = \left( \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \right) \quad (3.74)$$

આ સમીકરણોને વધુ સરળ રીતે લખતાં,

$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \quad (3.75)$$

$$\frac{\mathcal{E}_{eq}}{r_{eq}} = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{r_2} \quad (3.76)$$

આકૃતિ (3.21)માં આપણે ધન ધ્રુવોને એક સાથે અને તે જ રીતે ઋણ ધ્રુવોને એક સાથે એવી રીતે જોડેલાં હતાં કે જેથી પ્રવાહો  $I_1$  અને  $I_2$  ધન ધ્રુવોમાંથી બહાર નીકળતા હતા. જો બીજા (કોષ)નો ઋણ ધ્રુવ પહેલાના ધન ધ્રુવ સાથે જોડેલ હોત, તો  $\mathcal{E}_2 \rightarrow -\mathcal{E}_2$  લખતાં સમીકરણો (3.75) અને (3.76) હજી પણ લાગુ પડે.

સમીકરણો (3.75) અને (3.76)ને સહેલાઈથી વિસ્તારી શકાય. જો  $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_n$   $emf$  ધરાવતા અને અનુક્રમે  $r_1, r_1, \dots, r_n$  જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતા  $n$  કોષોને સમાંતરમાં જોડવામાં આવેલા હોય તો આ સંયોજન  $\mathcal{E}_{eq}$  જેટલું  $emf$  અને  $r_{eq}$  જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતા એક કોષને સમતુલ્ય ગણી શકાય કે જ્યાં,

$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \dots + \frac{1}{r_n} \quad (3.77)$$

$$\frac{\mathcal{E}_{eq}}{r_{eq}} = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1} + \dots + \frac{\mathcal{E}_n}{r_n} \quad (3.78)$$

### 3.13 કિર્ચોફના નિયમો (KIRCHHOFF'S RULES)

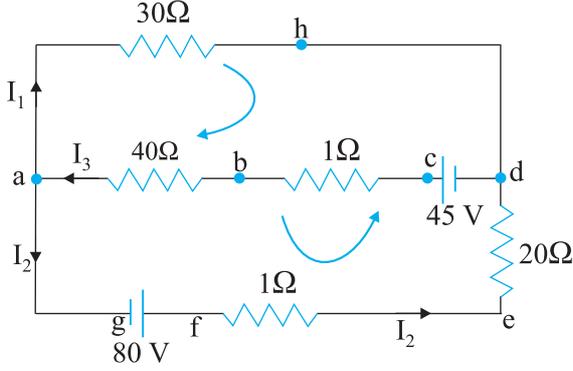
વ્યાપક સ્વરૂપે વિદ્યુત પરિપથો ઘણીવખત એકબીજા સાથે જોડાયેલાં અવરોધો અને વિદ્યુતકોષોના જટિલ રીતે બનેલાં હોય છે. અગાઉ, અવરોધોના શ્રેણી અને સમાંતર જોડાણો માટે મેળવેલા સૂત્રો દરેક વખતે પરિપથમાં વહેતા બધા જ પ્રવાહો અને સ્થિતિમાન તફાવત શોધવા માટે પૂરતા નથી. વિદ્યુતપરિપથોનાં વિશ્લેષણ માટે બે નિયમો કે જેને કિર્ચોફના નિયમો કહે છે તે ઘણાં ઉપયોગી છે.

આપેલ પરિપથ માટે આપણે દરેક અવરોધમાંથી વહેતા પ્રવાહને  $I$  સંજ્ઞા વડે દર્શાવીશું અને અવરોધમાંથી દર્શાવેલ દિશામાં પ્રવાહ વહે છે તેમ સૂચવવા માટે તીર (Arrow)ની સંજ્ઞા મૂકીશું. જો અંતમાં  $I_n$ નું મૂલ્ય ધન મળે તો, પરિપથમાં ખરેખર વહેતો પ્રવાહ એ દર્શાવેલ તીરની દિશામાં છે. જો  $I$  ઋણ મળે તો પ્રવાહ એ દર્શાવેલ તીરની વિરુદ્ધ દિશામાં વહે છે. તે જ રીતે, દરેક ઉદ્ગમ (એટલે કે કોષ અથવા વિદ્યુતપાવર (ઊર્જા) માટેનું બીજું કોઈ ઉદ્ગમ)ના ધન અને ઋણ ધ્રુવોને લેબલ (Label) લગાવીશું



ગુસ્તાવ રોબર્ટ કિર્ચોફ (Gustav Robert Kirchhoff) (1824-1887) : એક જર્મન ભૌતિકવિજ્ઞાની, હેડલબર્ગ (Heidelberg) યુનિવર્સિટી અને બર્લિન ખાતે પ્રાધ્યાપક. તેમના મુખ્ય સંશોધનના વિષય સ્પેક્ટ્રોસ્કોપી માટે જાણીતા. તેમણે ગાણિતીય ભૌતિક-વિજ્ઞાનમાં પણ અગત્યના યોગદાન કરેલ છે. તેમાં પરિપથો માટે તેમના પ્રથમ અને દ્વિતીય નિયમો નોંધપાત્ર છે.

ગુસ્તાવ રોબર્ટ કિર્ચોફ (Gustav Robert Kirchhoff) (1824-1887)



**આકૃતિ 3.22** જંકશન  $a$  માંથી બહાર નીકળતો પ્રવાહ  $I_1 + I_2$  છે, જ્યારે દાખલ થતો પ્રવાહ  $I_3$  છે. જંકશનનો નિયમ કહે છે કે  $I_3 = I_1 + I_2$  બિંદુ  $h$  આગળ  $I_1$  પ્રવાહ દાખલ થાય છે અને  $h$  આગળ એક જ પ્રવાહ બહાર નીકળે છે, તેથી જંકશનના નિયમ પરથી તે  $I_1$  જ હશે. બંધગાળાઓ ‘ $ahdcba$ ’ અને ‘ $ahdefga$ ’ માટે લૂપ (ગાળા)નો નિયમ  $-30 I_1 - 41 I_3 + 45 = 0$  અને  $-30 I_1 + 21 I_2 - 80 = 0$  આપે છે.

અને કોષમાંથી વહેતા પ્રવાહને તીર (સંજ્ઞા) વડે દર્શાવીશું. આની મદદથી આપણને સ્થિતિમાનનો તફાવત,  $V = V(P) - V(N) = \mathcal{E} - Ir$  મળે. (સમીકરણ (3.57), જે ધન ધ્રુવ  $P$  અને ઋણ ધ્રુવ  $N$  વચ્ચે તો છે, જ્યાં પ્રવાહ - કોષમાં થઈને  $N$  થી  $P$  તરફ વહે છે.) હવે જો લેબર્લીંગ કરતી વખતે કોષમાંથી વહેતા પ્રવાહ માટે આપણે  $P$  થી  $N$  જઈએ તો,

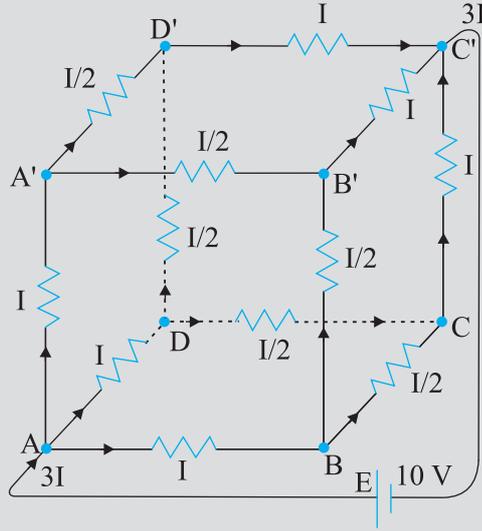
$$V = \mathcal{E} + Ir \quad (3.79)$$

થશે. લેબર્લીંગની પ્રક્રિયા સ્પષ્ટ કર્યા પછી આપણે આ નિયમો જણાવીએ અને તેની સાબિતી આપીએ.

- (a) **જંકશનનો નિયમ** : કોઈ પણ જંકશન આગળ દાખલ થતા પ્રવાહોનો સરવાળો જંકશનની બહાર નીકળતા (દૂર જતાં) પ્રવાહોના સરવાળા બરાબર હોય છે (આકૃતિ 3.22) ઘણી બધી શાખા (રેખા)ના બનેલા જંકશનને બદલે કોઈ રેખા પરના બિંદુએ પણ આ નિયમ સમાન રીતે લાગુ પડે છે. આ નિયમની સાબિતી એ હકીકત પરથી આપી શકાય કે સ્થાયી પ્રવાહો માટે જંકશન કે શાખાના (રેખાના) કોઈ બિંદુ આગળ વિદ્યુતભારનો સંગ્રહ થતો નથી. આમ, દાખલ થતો કુલ વિદ્યુતપ્રવાહ (કે જે જંકશનમાં દાખલ થતાં વિદ્યુતભારનો દર છે) એ જંકશનથી બહાર જતા કુલ પ્રવાહ બરાબર હોય છે.
- (b) **લૂપ (બંધગાળા)નો નિયમ** : અવરોધો અને વિદ્યુતકોષો ધરાવતા કોઈ પણ બંધગાળામાં સ્થિતિમાનના ફેરફારોનો બેજિક સરવાળો શૂન્ય હોય છે (આકૃતિ 3.22).

આ નિયમ પણ સ્વાભાવિક છે, કારણ કે વિદ્યુતસ્થિતિમાન કયા બિંદુએ માપીએ છીએ તેના પર તે આધાર રાખે છે. આમ, કોઈ બિંદુથી શરૂ કરી એ જ બિંદુએ પાછા આવીએ તો કુલ ફેરફાર શૂન્ય થાય જ. બંધગાળામાં આપણે જે-તે બિંદુએ પાછા આવીએ જ છીએ અને તેથી આ નિયમ લાગુ પડે.

**ઉદાહરણ 3.6** દરેક  $1 \Omega$ ના એવા 12 અવરોધોથી સમઘન નેટવર્કના વિકર્ણના સામ-સામે આવેલા શિરોબિંદુઓ વચ્ચે અવગણી શકાય તેવો આંતરિક અવરોધ ધરાવતી  $10 \text{ V}$ ની બેટરી જોડેલ છે (આકૃતિ 3.23). નેટવર્કનો સમતુલ્ય અવરોધ અને સમઘનની દરેક ભુજામાંથી પસાર થતો પ્રવાહ શોધો.



આકૃતિ 3.23

ઉકેલ

આ નેટવર્ક સરળ શ્રેણી અને સમાંતરમાં જોડેલા અવરોધોના સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકાશે નહીં. પરંતુ કોયડા સાથે સંકળાયેલ સંમિતિનો ઉપયોગ કરીને નેટવર્કનો સમતુલ્ય અવરોધ શોધી શકાય.

પથ AA', AD અને AB એ નેટવર્કમાં સંમિત રીતે આવેલા છે. આમ, આ દરેકમાં વહેતો પ્રવાહ સમાન હોવો જોઈએ, ધારોકે તે I છે. વધારામાં શિરોબિંદુઓ A', B અને D આગળ અંદર દાખલ થતો પ્રવાહ I બહાર જતી બે શાખાઓમાં સરખે ભાગે વહેંચાશે. આ રીતે, સમઘનની બધી 12 ભુજાઓમાં વહેતો પ્રવાહ, કિર્યોફના પ્રથમ નિયમ અને કોયડા સામે સંકળાયેલ સંમિતિની મદદથી I ના પદમાં લખી શકાય.

પછી, એક બંધ ગાળો ધારોકે ABCC'EA લો અને તેને કિર્યોફનો બીજો નિયમ લગાડો.

$$-IR - (1/2)IR - IR + \varepsilon = 0$$

જ્યાં R એ દરેક ભુજાનો અવરોધ અને  $\varepsilon$  એ બેટરીનું *emf* છે. આમ,

$$\varepsilon = \frac{5}{2} IR \text{ થશે.}$$

આ નેટવર્કનો સમતુલ્ય અવરોધ  $R_{eq}$ ,

$$R_{eq} = \frac{\varepsilon}{3I} = \frac{5}{6} R \text{ છે.}$$

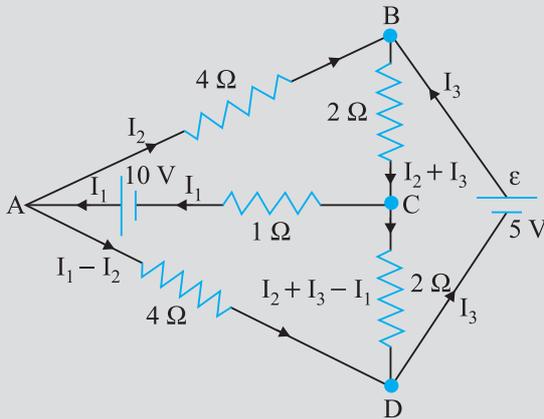
$R = 1 \Omega$  માટે  $R_{eq} = 5/6 \Omega$  અને  $\varepsilon = 10 \text{ V}$  માટે નેટવર્કમાં કુલ પ્રવાહ ( $= 3I$ ) નીચે મુજબ મળશે.

$$3I = 10 \text{ V} / (5/6) \Omega = 12 \text{ A, એટલે કે } I = 4 \text{ A}$$

સમઘનની દરેક ભુજામાંથી પસાર થતો પ્રવાહ આકૃતિ 3.23 પરથી વાંચી શકાય છે.

અત્રે એ નોંધવું જરૂરી છે કે ઉદાહરણ 3.6માં આપેલ નેટવર્ક સાથે સંકળાયેલ સંમિતિને કારણે કિર્યોફના નિયમની ક્ષમતા (Power) બહુ દૃશ્યમાન થતી નથી. વ્યાપક નેટવર્કમાં આવી સંમિતિને કારણે સરળતા મળે તેવું (દરેક વખતે) જરૂરી નથી અને જંકશનો અને બંધગાળાઓ (નેટવર્કમાં આપેલા અજ્ઞાતો જેટલા જરૂરી તમામ) માટે કિર્યોફના નિયમો લગાવીને આવા કોયડાને ઉકેલી શકાય. આ હકીકત ઉદાહરણ 3.7માં દર્શાવેલ છે.

ઉદાહરણ 3.7 આકૃતિ 3.24માં દર્શાવેલ નેટવર્કમાં દરેક શાખામાંથી વહેતો પ્રવાહ શોધો.



આકૃતિ 3.24



Simulation for application of Kirchhoff's rules :  
<http://www.phys.hawaii.edu/~teb/optics/java/kirch3>

ઉદાહરણ 3.6

ઉદાહરણ 3.7

ઉકેલ નેટવર્કની દરેક શાખાને અજ્ઞાત પ્રવાહ વડે દર્શાવીશું, જે કિર્યોફના નિયમોની મદદથી શોધવાનો છે. અજ્ઞાતોની સંખ્યા ઓછી કરવા પહેલેથી જ કિર્યોફનો પ્રથમ નિયમ દરેક જંકશન આગળ લગાડી દરેક શાખામાંથી વહેતો અજ્ઞાત પ્રવાહ શોધી શકાય. આમ કરવાથી આપણને ત્રણ અજ્ઞાતો  $I_1$ ,  $I_2$  અને  $I_3$  મળશે કે જે ત્રણ જુદા-જુદા બંધગાળાઓ માટે કિર્યોફનો બીજો નિયમ લગાવી શોધી શકાય. બંધગાળા ADCA માટે કિર્યોફનો બીજો નિયમ લગાવતાં,

$$10 - 4(I_1 - I_2) + 2(I_2 + I_3 - I_1) - I_1 = 0$$

$$\text{એટલે કે } 7I_1 - 6I_2 - 2I_3 = 10 \quad [3.80 \text{ (a)}]$$

ABCA બંધગાળા માટે,

$$10 - 4I_2 - 2(I_2 + I_3) - I_1 = 0$$

$$\text{એટલે કે } I_1 + 6I_2 + 2I_3 = 10 \quad [3.80 \text{ (b)}]$$

બંધગાળા BCDEB માટે,

$$5 - 2(I_2 + I_3) - 2(I_2 + I_3 - I_1) = 0$$

$$\text{એટલે કે } 2I_1 - 4I_2 - 4I_3 = -5 \quad [3.80 \text{ (c)}]$$

સમીકરણો (3.80 a, b, c) ત્રણ અજ્ઞાતો ધરાવતા સમકાલીન (યુગપત્ - Simultaneous) સમીકરણો છે. તેઓને પ્રચલિત રીતે ઉકેલી શકાય, તે પરથી

$$I_1 = 2.5 \text{ A}, I_2 = \frac{5}{8} \text{ A}, I_3 = 1 \frac{7}{8} \text{ A મળે.}$$

નેટવર્કની જુદી જુદી શાખામાંથી વહેતો પ્રવાહ,

$$AB : \frac{5}{8} \text{ A}, CA : 2 \frac{1}{2} \text{ A}, DEB : 1 \frac{7}{8} \text{ A}$$

$$AD : 1 \frac{7}{8} \text{ A}, CD : 0 \text{ A}, BC : 2 \frac{1}{2} \text{ A}$$

એવું સહેલાઈથી ચકાસી શકાય છે કે કિર્યોફનો બીજો નિયમ બીજા બંધગાળાઓને લાગુ પાડતા વધારાના કોઈ સ્વતંત્ર સમીકરણ મળશે નહીં, એટલે કે ઉપરોક્ત દર્શાવેલ પ્રવાહોનાં મૂલ્યો કિર્યોફનો બીજો નિયમ નેટવર્કના કોઈ પણ બંધગાળા માટે સંતોષે છે. દા.ત., બંધગાળા BADEB માટે કુલ વોલ્ટેજ ડ્રોપ

$$5V + \left(\frac{5}{8} \times 4\right) V - \left(\frac{15}{8} \times 4\right) V$$

જે શૂન્ય છે, કે જે કિર્યોફના બીજા નિયમની જરૂરીયાત છે.

### 3.14 વ્હીટસ્ટન બ્રિજ (WHEATSTONE BRIDGE)

કિર્યોફના નિયમોનો ઉપયોગ દર્શાવવા માટે આકૃતિ 3.25માં દર્શાવેલ પરિપથ જેને વ્હીટસ્ટન બ્રિજ કહે છે તે ધ્યાનમાં લો. આ બ્રિજને ચાર અવરોધો  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  અને  $R_4$  છે. વિકર્ણના સામ-સામે આવેલાં બે બિંદુઓ (આકૃતિમાં A અને C)ની જોડ વચ્ચે ઉદ્ગમ જોડવામાં આવે છે. આ (એટલે કે AC)ને બેટરી ભુજા (Battery Arm) કહે છે. બીજા બે શિરોબિંદુઓ B અને C વચ્ચે ગેલ્વેનોમીટર G (કે જે પ્રવાહ નોંધવા માટેનું ઉપકરણ છે તે) જોડવામાં આવે છે. આ રેખા કે જે આકૃતિમાં BD તરીકે દર્શાવેલ છે, તેને ગેલ્વેનોમીટર ભૂજા (Galvanometer Arm) કહે છે.

સરળતા ખાતર આપણે ધારીએ કે કોષનો આંતરિક અવરોધ શૂન્ય છે. સામાન્ય રીતે બધા જ અવરોધોમાંથી પ્રવાહ વહે છે. ઉપરાંત ગેલ્વેનોમીટર Gમાંથી  $I_g$  પ્રવાહ વહેતો હોય છે. અવરોધો એવા હોય છે કે જેથી  $I_g = 0$  થાય તેવો સમતુલિત બ્રીજનો કિસ્સો વિશેષ રસપ્રદ છે. આપણે સહેલાઈથી આવી સમતોલન (Balanced) સ્થિતિ પ્રાપ્ત કરી શકીએ કે જેમાં Gમાંથી વહેતો પ્રવાહ શૂન્ય થાય. આ કિસ્સામાં કિર્યોફનો જંકશનનો નિયમ, જંકશનો D અને Bને લગાડતાં (જુઓ આકૃતિ) આપણને  $I_1 = I_3$

## પ્રવાહ વિદ્યુત

અને  $I_2 = I_4$  સંબંધ મળશે. પછી, કિર્યોફનો ગાળાનો નિયમ બંધગાળાઓ ADBA અને CBDCને લાગુ પાડતા પ્રથમ ગાળા માટે,

$$-I_1 R_1 + 0 + I_2 R_2 = 0 \quad (I_g = 0) \quad (3.81)$$

અને  $I_3 = I_1$  અને  $I_4 = I_2$ નો ઉપયોગ કરતાં, બીજા ગાળા માટે,

$$I_2 R_4 + 0 - I_1 R_3 = 0 \quad (3.82)$$

મળે છે. સમીકરણ (3.81) પરથી,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

જ્યારે સમીકરણ (3.82) પરથી,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_4}{R_3}$$

તેથી આપણને નીચેની શરત મળશે.

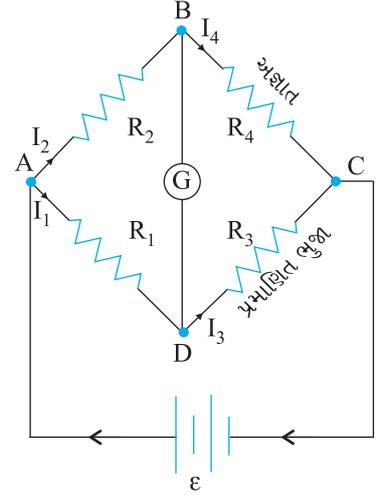
$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$$

ચાર અવરોધોને સાંકળતા આ છેલ્લા સમીકરણને ગેલ્વેનોમીટર શૂન્ય કોણાવર્તન દર્શાવે તે માટેની સમતોલન શરત કહે છે.

વ્હીટ્સ્ટન બ્રિજ અને તેની સમતોલન શરત એ અજ્ઞાત અવરોધ શોધવાની એક વ્યવહારુ પદ્ધતિ પુરી પાડે છે. એવું ધારો કે આપણી પાસે એક અજ્ઞાત અવરોધ છે કે જે આપણે ચોથી ભુજામાં લગાડેલ છે. આમ  $R_4$  અજ્ઞાત છે. જાણીતા અવરોધો  $R_1$  અને  $R_2$ ને બ્રિજની પ્રથમ અને બીજી ભુજામાં રાખી આપણે અવરોધ  $R_3$ ને ગેલ્વેનોમીટર શૂન્ય આવર્તન આપે ત્યાં સુધી બદલતા જઈએ. પછી જ્યારે બ્રિજ સમતોલન સ્થિતિમાં આવે ત્યારે સમતોલન શરત પરથી અજ્ઞાત અવરોધ  $R_4$  નીચે મુજબ ગણી શકાય.

$$R_4 = R_3 \frac{R_2}{R_1} \quad (3.83(b))$$

આ સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ કરી બનાવેલ વ્યવહારુ ઉપકરણ મીટરબ્રિજ કહેવાય છે, તે હવે પછીના વિભાગમાં ચર્ચાશું.

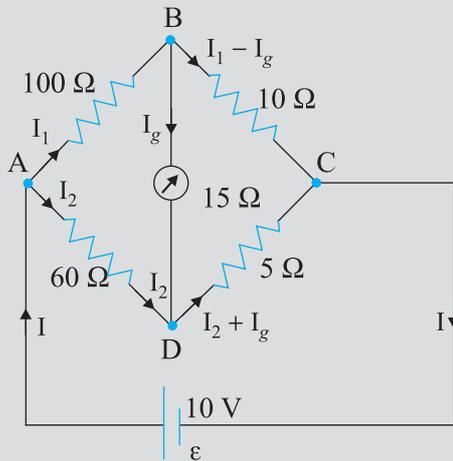


[3.83(a)]

આકૃતિ 3.25 વ્હીટ્સ્ટન બ્રિજ

**ઉદાહરણ 3.8** વ્હીટ્સ્ટન બ્રિજની ચાર ભુજાઓ (આકૃતિ 3.26)ને નીચે મુજબના અવરોધો છે.

$AB = 100 \, \Omega$ ,  $BC = 10 \, \Omega$ ,  $CD = 5 \, \Omega$  અને  $DA = 60 \, \Omega$



આકૃતિ 3.26

15Ω અવરોધ ધરાવતું ગેલ્વેનોમીટર BD વચ્ચે જોડેલ છે. જ્યારે ACને સમાંતર સ્થિતિમાનનો તફાવત 10 V જેટલો જાળવી રાખવામાં આવે ત્યારે ગેલ્વેનોમીટરમાંથી વહેતો પ્રવાહ ગણો.

ઉકેલ બંધગાળો BADB ધ્યાનમાં લો.

$$100I_1 + 15I_g - 60I_2 = 0$$

$$\text{અથવા } 20I_1 + 3I_g - 12I_2 = 0 \quad [3.84(a)]$$

બંધગાળો BCDB ધ્યાનમાં લો. આપણને

$$10(I_1 - I_g) - 15I_g - 5(I_2 + I_g) = 0 \text{ મળે.}$$

$$10I_1 - 30I_g - 5I_2 = 0$$

$$2I_1 - 6I_g - I_2 = 0 \quad [3.84(b)]$$

બંધગાળો ADCEA ધ્યાનમાં લેતાં,

$$60I_2 + 5(I_2 + I_g) = 10$$

$$65I_2 + 5I_g = 10$$

$$13I_2 + I_g = 2 \quad [3.84(c)]$$

સમીકરણ [3.84(b)]ને 10 વડે ગુણતાં,

$$20I_1 - 60I_g - 10I_2 = 0 \quad [3.84(d)]$$

સમીકરણો [3.84(d)] અને [3.84(a)] પરથી,

$$63I_g - 2I_2 = 0$$

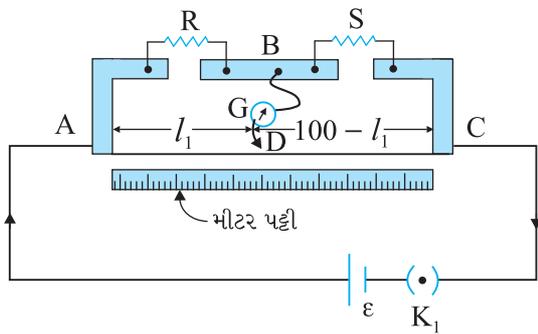
$$I_2 = 31.5I_g \quad [3.84(e)]$$

$I_2$ ની કિંમત સમીકરણ [3.84(c)]માં મૂકતાં,

$$13(31.5I_g) + I_g = 2$$

$$410.5I_g = 2$$

$$I_g = 4.87 \text{ mA}$$



આકૃતિ 3.27 મીટરબ્રિજ. AC તારની લંબાઈ 1 m છે. R એક અવરોધ છે કે જે માપવો છે અને S એક પ્રમાણભૂત અવરોધ છે.

### 3.15 મીટરબ્રિજ (METER BRIDGE)

આકૃતિ 3.27માં એક મીટરબ્રિજ દર્શાવેલ છે. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ, મીટરબ્રિજને સમાન આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા અને 1 m લંબાઈનો તાર કે જેને ખેંચીને બે કાટખૂણે વળેલી ધાતુની જાડી પટ્ટી સાથે બાંધીને બનાવેલ છે. આ ધાતવીય પટ્ટીમાં બે ખુલ્લી જગ્યા (Gaps) છે કે જેમાં અવરોધો જોડવામાં આવે છે. (મીટરબ્રિજનો) તાર જ્યાં જકડેલ છે તે અંત્યબિંદુઓ કળ થકી કોષ સાથે જોડેલ છે. ગેલ્વેનોમીટરનો એક છેડો બે ગેપની વચ્ચે આવેલી ધાતુની પટ્ટી સાથે જોડવામાં આવેલ છે. ગેલ્વેનોમીટરનો બીજો છેડો જોકી (સંપર્ક કળ) સાથે જોડવામાં આવે છે. જોકી એક પ્રકારનો ધાતુનો સળિયો છે કે જેનો એક છેડો તીક્ષ્ણ ધાર ધરાવે છે અને તે તાર પર સરકી શકે તે રીતે વિદ્યુત જોડાણ કરે છે.

R એક અજ્ઞાત અવરોધ છે, જેનું મૂલ્ય આપણે શોધવું છે. તેને કોઈ એક ગેપમાં જોડવામાં આવે છે. બીજી ખાલી જગ્યામાં આપણે એક પ્રમાણભૂત જ્ઞાત અવરોધ S જોડીએ છીએ. જોકી એ

તાર પરના કોઈ બિંદુ D સાથે જોડવામાં આવે છે કે જે છેડા A થી  $l$  cm લંબાઈએ છે. જોકી તાર પર સરકી શકે છે. તારના AD ભાગનો અવરોધ  $R_{cm}l$  જેટલો છે, જ્યાં  $R_{cm}$  એ તારનો એકમ સેન્ટીમીટર દીઠ અવરોધ છે. તારના DC ભાગનો અવરોધ આ જ રીતે  $R_{cm}(100-l)$  જેટલો થશે.

ચાર ભુજાઓ AB, BC, DA અને CD ( $R, S, R_{cm}l$  અને  $R_{cm}(100-l)$  અવરોધો ધરાવતી), સ્વાભાવિક છે કે એક વ્હીટસ્ટન બ્રિજ બનાવે છે કે જેમાં AC બેટરી-ભૂજ અને BD ગેલ્વેનોમીટર-ભૂજ થશે. હવે જો જોકીને તાર પર સરકાવવામાં આવે તો એક એવું સ્થાન મળશે કે જ્યાં ગેલ્વેનોમીટર કોઈ પ્રવાહ દર્શાવે નહિ. ધારોકે છેડા A થી આવા સમતોલન બિંદુ માટેનું અંતર  $l = l_1$  છે, બ્રિજની સમતોલન સ્થિતિમાં ચાર અવરોધો અનુક્રમે  $R, S, R_{cm}l_1$  અને  $R_{cm}(100-l_1)$  હશે. બ્રિજની સમતોલન સ્થિતિ સમીકરણ [3.83(a)] પરથી, નીચેનો સંબંધ આપે છે.

$$\frac{R}{S} = \frac{R_{cm}l_1}{R_{cm}(100-l_1)} = \frac{l_1}{100-l_1} \quad (3.85)$$

આમ, એક વખત આપણે  $l_1$  શોધી કાઢીએ તો અજ્ઞાત અવરોધ R પ્રમાણિત જ્ઞાત અવરોધ S ના પદમાં શોધી શકાય.

$$R = S \frac{l_1}{100-l_1} \quad (3.86)$$

S ના જુદા જુદા મૂલ્યો પસંદ કરતાં આપણને  $l_1$  નાં જુદાં જુદાં મૂલ્યો મળશે અને દરેક વખતે R ગણી શકીએ.  $l_1$  ની માપણીમાં રહેલ ત્રુટી સ્વાભાવિક રીતે જ R ની ત્રુટિમાં પણ પરિણમશે. એવું દર્શાવી શકાય કે જો સમતોલન-બિંદુને બ્રિજના મધ્યસ્થાનની આસપાસ, એટલે કે  $l_1$  એ 50 cm ની નજીક ગોઠવીએ તો R ની માપણીની પ્રતિશત ત્રુટી લઘુત્તમ કરી શકાય. (આના માટે S ની યોગ્ય પસંદગી કરવી જરૂરી છે.)

**ઉદાહરણ 3.9** એક મીટરબ્રિજમાં (આકૃતિ 3.27), A થી 33.7 cm આગળ તટસ્થ બિંદુ/સમતોલન-બિંદુ (Null-point) મળે છે. હવે જો S ને સમાંતર 12  $\Omega$  નો અવરોધ જોડવામાં આવે તો સમતોલન-બિંદુ 51.9 cm આગળ મળે છે. R અને S નાં મૂલ્યો શોધો.

ઉકેલ પહેલા સમતોલન બિંદુ પરથી,

$$\frac{R}{S} = \frac{33.7}{66.3} \quad (3.87)$$

S અને 12  $\Omega$  ના અવરોધ સાથે સમાંતરમાં જોડ્યા બાદ તે ખાલી જગ્યામાંનો અવરોધ બદલાઈને  $S_{eq}$  થાય છે, જ્યાં

$$S_{eq} = \frac{12 S}{S+12}$$

અને તેથી નવી સમતોલન સ્થિતિ,

$$\frac{51.9}{48.1} = \frac{R}{S_{eq}} = \frac{R(S+12)}{12 S} \quad (3.88)$$

થશે. R/S ની કિંમત સમીકરણ (3.87) માંથી મૂકતાં,

$$\frac{51.9}{48.1} = \frac{S+12}{12} \cdot \frac{33.7}{66.3}$$

જે  $S = 13.5 \Omega$  આપશે. ઉપર દર્શાવેલ R/S નાં મૂલ્ય પરથી આપણને  $R = 6.86 \Omega$  મળશે.

### 3.16 પોટેન્શિયોમીટર (POTENTIOMETER)

આ એક સર્વતોમુખી (ખૂબ ઉપયોગી) (Versatile) સાધન છે. તે મૂળ તો એક લાંબા સમાન આડછેદના તારનું બનેલું છે. તે લંબાઈમાં ઘણીવખત અમુક મીટર લાંબો હોય છે, અને તેના છેડા વચ્ચે એક પ્રમાણભૂત વિદ્યુતકોષ B જોડવામાં આવે છે. આની વાસ્તવિક રચનામાં ઘણીવખત આ તારને પાસપાસે રાખેલા ઘણાં બધાં ટુકડાઓ તરીકે લેવામાં આવે છે અને તેના છેડાઓને જાડી ધાતુની પટ્ટીથી જોડવામાં આવે છે (આકૃતિ 3.28). આકૃતિમાં તાર Aથી C વચ્ચે જોડેલાં છે. નાના ઊભા ભાગ એ ધાતુની જાડી પટ્ટી દર્શાવે છે કે જે તારના જુદા જુદા ભાગને જોડે છે.

તારમાંથી I જેટલો પ્રવાહ પસાર થાય છે કે જે પરિપથમાં જોડેલ ચલ (બદલી શકાય તેવા) અવરોધ (રીઓસ્ટેટ, R)ની મદદથી બદલી શકાય છે. અત્રે તાર નિયમિત હોવાથી A અને બિંદુ A થી l અંતરે રહેલા કોઈ પણ બિંદુ વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત

$$\mathcal{E}(l) = \phi l \quad (3.89)$$

થશે, જ્યાં  $\phi$  એ એકમ લંબાઈદીઠ વોલ્ટેજ ડ્રોપ દર્શાવે છે.

આકૃતિ 3.28(a) બે વિદ્યુતકોષોના  $emf$   $\mathcal{E}_1$  અને  $\mathcal{E}_2$  સરખાવવા માટે પોટેન્શિયોમીટરનો ઉપયોગ દર્શાવે છે. એક દ્વિ-માર્ગીકળ (Two Way Key)નાં ત્રણ બિંદુઓ 1, 2, 3 દર્શાવેલા છે. પહેલાં ધારો કે કળના 1 અને 3 બિંદુ જોડેલા છે, જેથી ગેલ્વેનોમીટર  $\mathcal{E}_1$  સાથે જોડાયેલ સ્થિતિમાં છે. જોકીને તાર પર

બિંદુ  $N_1$  કે જે A થી  $l_1$  અંતરે છે ત્યાં સુધી સરકાવો જેથી ગેલ્વેનોમીટરમાં શૂન્ય આવર્તન મળે. આપણે કિર્યોફનો લૂપ (બંધગાળા)નો નિયમ બંધગાળા  $AN_1G31A$ ને લગાડતાં,

$$\phi l_1 + 0 - \mathcal{E}_1 = 0 \quad (3.90)$$

તે જ રીતે જો બીજો  $\mathcal{E}_2$   $emf$  ને  $l_2(AN_2)$  લંબાઈથી સંતુલિત કરવામાં આવે તો,

$$\phi l_2 + 0 - \mathcal{E}_2 = 0 \quad (3.91)$$

છેલ્લાં બે સમીકરણો પરથી,

$$\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = \frac{l_1}{l_2} \quad (3.92)$$

આ સરળ કાર્યપદ્ધતિની મદદથી બે ઉદ્ગમોના  $emf$  ( $\mathcal{E}_1$  અને  $\mathcal{E}_2$ )ની સરખામણી થઈ શકે છે. વ્યવહારમાં એક વિદ્યુતકોષ તરીકે પ્રમાણભૂત કોષને લેવામાં આવે છે કે જેનું  $emf$  ખૂબ ચોક્કસાઈથી જ્ઞાત હોય, તો બીજા કોષનું  $emf$  ખૂબ સહેલાઈથી સમીકરણ (3.92)ની મદદથી શોધી શકાય છે.

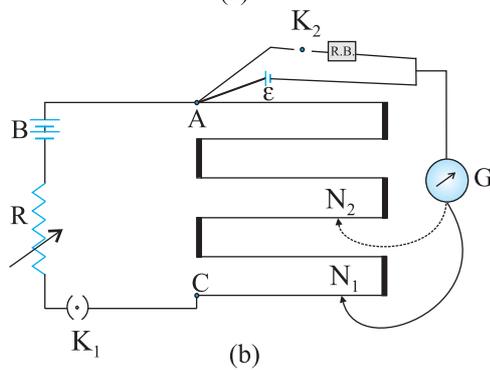
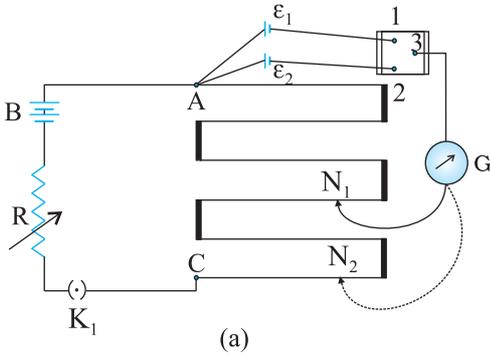
આપણે પોટેન્શિયોમીટરનો ઉપયોગ વિદ્યુતકોષનો આંતરિક અવરોધ માપવા પણ કરી શકીએ છીએ [આકૃતિ 3.28(b)]. આ માટે જે કોષ ( $emf \mathcal{E}$ )નો આંતરિક અવરોધ ( $r$ ) શોધવાનો છે તેને આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ કળ  $K_2$  દ્વારા અવરોધ પેટીને સમાંતર જોડવામાં આવે છે. જ્યારે કળ  $K_2$  ખુલ્લી હશે ત્યારે સંતુલન સ્થિતિની લંબાઈ  $l_1(AN_1)$  લંબાઈએ મળે છે. આથી,

$$\mathcal{E} = \phi l_1 \quad (3.93(a))$$

જ્યારે કળ  $K_2$  બંધ હશે ત્યારે કોષ અવરોધપેટીમાંથી I પ્રવાહ પસાર કરશે. જો V એ કોષનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ હોય અને સંતુલન  $l_2(AN_2)$  લંબાઈએ મળે તો,

$$V = \phi l_2 \quad (3.93(b))$$

$$\text{તેથી, } \mathcal{E}/V = l_1/l_2 \quad (3.94(a))$$



**આકૃતિ 3.28** એક પોટેન્શિયોમીટર, G ગેલ્વેનોમીટર અને R એક ચલ રીઓસ્ટેટ છે. 1, 2, 3 દ્વિમાર્ગી કળના ધ્રુવો છે. (a) બે કોષોના  $emf$ ની સરખામણી માટેનો પરિપથ. (b) કોષોનો આંતરિક અવરોધ શોધવા માટેનો પરિપથ.

પરંતુ,  $\mathcal{E} = I(r + R)$  અને  $V = IR$  છે તેથી,

$$[3.94(a)]$$

$$\mathcal{E}/V = (r + R)/R$$

$$[3.94(b)]$$

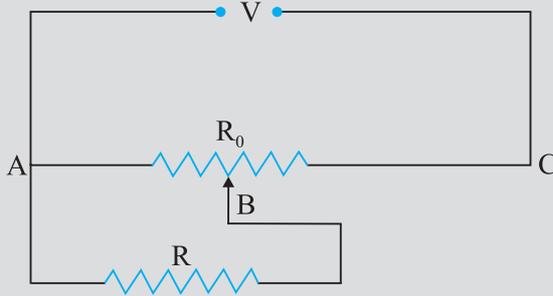
સમીકરણ [3.94(a)] અને [3.94(b)] પરથી,

$$(R + r)/R = l_1/l_2$$

$$r = R \left( \frac{l_1}{l_2} - 1 \right) \quad (3.95)$$

સમીકરણ (3.95)નો ઉપયોગ કરીને આપણે આપેલ કોષનો આંતરિક અવરોધ શોધી શકીએ છીએ. પોટેન્શિયોમીટરનો ફાયદો એ છે કે વોલ્ટેજના જે સ્રોતની માપણી કરવાની છે તેમાંથી તે પ્રવાહ ખેંચતો નથી. તે પ્રવાહ ખેંચતો નથી તેથી તે ઉદ્ગમના આંતરિક અવરોધથી અસર પામતો નથી.

**ઉદાહરણ 3.10** પોટેન્શિયોમીટરમાંથી  $R \Omega$ નો અવરોધ પ્રવાહ ખેંચે છે. પોટેન્શિયોમીટરનો કુલ અવરોધ  $R_0 \Omega$  છે (આકૃતિ 3.29). પોટેન્શિયોમીટરને  $V$  જેટલો વોલ્ટેજ લગાડવામાં આવે છે. જ્યારે સરકતી (જોકી) કળ એ પોટેન્શિયોમીટરના મધ્યમાં જોડાયેલ હોય તે સ્થિતિ માટે  $R$ ને સમાંતર વોલ્ટેજ માટેનું સૂત્ર તારવો.



આકૃતિ 3.29

**ઉકેલ**

જ્યારે સરકતી કળ પોટેન્શિયોમીટરના મધ્યભાગમાં હશે ત્યારે તેનો ફક્ત અડધો અવરોધ ( $R_0/2$ ) બિંદુઓ A અને Bની વચ્ચે હશે. તેથી A અને B વચ્ચેનો કુલ અવરોધ, ધારો કે  $R_1$ , નીચેના સૂત્ર મુજબ આપી શકાય.

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{(R_0/2)}$$

$$R_1 = \frac{R_0 R}{R_0 + 2R}$$

A અને C વચ્ચેનો કુલ અવરોધ A અને B તથા B અને C વચ્ચેના અવરોધોના સરવાળા બરાબર એટલે કે  $R_1 + R_0/2$  થશે.

$\therefore$  પોટેન્શિયોમીટરમાંથી વહેતો પ્રવાહ

$$I = \frac{V}{R_1 + R_0/2} = \frac{2V}{2R_1 + R_0}$$

પોટેન્શિયોમીટરમાંથી મળતો વોલ્ટેજ  $V_1$ , પ્રવાહ  $I$  અને અવરોધ  $R_1$ ના ગુણાકાર જેટલો થશે,

$$V_1 = I R_1 = \left( \frac{2V}{2R_1 + R_0} \right) \times R_1$$

$R_1$ ની કિંમત મૂકતાં,

$$V_1 = \frac{2V}{2\left(\frac{R_0 \times R}{R_0 + 2R}\right) + R_0} \times \frac{R_0 \times R}{R_0 + 2R}$$

$$V_1 = \frac{2VR}{2R + R_0 + 2R} V \text{ અથવા } V_1 = \frac{2VR}{R_0 + 4R} .$$

### સારાંશ

1. સુવાહકના આપેલ આડછેદમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ એ આડછેદમાંથી એકમ સમયમાં પસાર થતો કુલ (ચોખ્ખો) વિદ્યુતભાર છે.
2. પરિપથમાં સ્થાયી પ્રવાહ જાળવી રાખવા, આપણી પાસે બંધ પરિપથ હોવો જોઈએ જેમાં એક બાહ્ય પરિબળ (Agency) વિદ્યુતભારને નીચા સ્થિતિમાનથી ઊંચા સ્થિતિમાન તરફ ગતિ કરાવે. વિદ્યુતભારને નીચા સ્થિતિમાનથી ઊંચા સ્થિતિમાન (એટલે કે, ઉદ્ગમના એક છેડાથી બીજા છેડા) સુધી લઈ જવા ઉદ્ગમ વડે એકમ વિદ્યુતભાર દીઠ કરવા પડતા કાર્યને ઉદ્ગમનું વિદ્યુતચાલક બળ (Electromotive Force) અથવા *emf* કહે છે. અત્રે, એ નોંધો કે *emf* એ બળ નથી, તે ખુલ્લા પરિપથની સ્થિતિ (OCC)માં ઉદ્ગમના બે છેડા વચ્ચેનો વોલ્ટેજનો તફાવત છે.
3. ઓહ્મનો નિયમ : પદાર્થમાંથી વહેતો પ્રવાહ  $I$  એ તેના છેડે લગાવેલા વોલ્ટેજ  $V$ ના સમપ્રમાણમાં હોય છે, એટલે કે,  $V \propto I$  અથવા  $V = RI$ . જ્યાં,  $R$ ને પદાર્થનો અવરોધ કહે છે. અવરોધનો એકમ ઓહ્મ છે :  $1 \Omega = 1 \text{ V A}^{-1}$ .
4. સુવાહકનો અવરોધ તેની લંબાઈ  $l$  અને આડછેદના ક્ષેત્રફળ  $A$  સાથે નીચેનો સંબંધ ધરાવે છે.

$$R = \rho l / A$$

જ્યાં,  $\rho$ ને અવરોધકતા કહે છે. તે દ્રવ્યની લાક્ષણિકતા છે અને તે તાપમાન અને દબાણ ઉપર આધાર રાખે છે.

5. પદાર્થોની વિદ્યુતકીય અવરોધકતા ખૂબ મોટા અંતરાલમાં બદલાય છે. ધાતુઓ  $10^{-8} \Omega \text{m}$  થી  $10^{-6} \Omega \text{m}$ ના ક્રમની ખૂબ ઓછી અવરોધકતા ધરાવે છે. કાચ (ગ્લાસ) અને રબર જેવા અવાહકોની અવરોધકતા  $10^{22}$  થી  $10^{24}$  ગણી વધારે હોય છે. Si અને Ge જેવા અર્ધવાહકોની અવરોધકતા Logarithmic-સ્કેલ પરના લગભગ વચલાગાળામાં આવેલ છે.
6. મોટાભાગના પદાર્થોમાં પ્રવાહના વાહકો (Carriers) તરીકે ઇલેક્ટ્રોન છે : કેટલાક ક્રિસ્ટાલોમાં દા.ત., આયોનિક સ્ફટિકોમાં અને વિદ્યુતદ્રાવણોમાં ધન અને ઋણ આયનો વિદ્યુતપ્રવાહનું વહન કરે છે.
7. પ્રવાહઘનતા  $\mathbf{j}$  એ એકમ સમયમાં પ્રવાહને લંબ એકમ ક્ષેત્રફળમાંથી પસાર થતા વિદ્યુતભારનો જથ્થો દર્શાવે છે,

$$\mathbf{j} = nq \mathbf{v}_d$$

જ્યાં,  $n$  એ દરેક  $q$  જેટલો વિદ્યુતભાર ધરાવતા વિદ્યુતભાર વાહકોની સંખ્યા ઘનતા (એકમ કદ દીઠ સંખ્યા) અને  $\mathbf{v}_d$  વિદ્યુતવાહકોનો ડ્રિફ્ટ વેગ છે. ઇલેક્ટ્રોન માટે  $q = -e$ . જો  $\mathbf{j}$ , આડછેદના ક્ષેત્રફળ  $A$ ને લંબ હોય અને આડછેદના ક્ષેત્રફળ ઉપર અચળ હોય તો આડછેદમાંથી વહેતા પ્રવાહનું મૂલ્ય  $ne v_d A$  થશે.

8.  $E = V/l$ ,  $I = nev_d A$ , અને ઓહ્મના નિયમનો ઉપયોગ કરી આપણે  $\frac{eE}{m} = \rho \frac{ne^2}{m} v_d$  મેળવી શકીએ.  
જો આપણે એવું ધારીએ કે ધાતુમાં ઇલેક્ટ્રોન આયનો સાથે અથડામણ અનુભવે છે તે તેમનું અસ્તવ્યસ્ત આવર્તન કરાવે છે તો બાહ્યક્ષેત્ર  $E$ ને કારણે ધાતુમાં રહેલા ઇલેક્ટ્રોન પર લાગતા બળ  $eE$  અને ડ્રિફ્ટ વેગ  $v_d$  (પ્રવેગ નહીં) વચ્ચેની સમપ્રમાણતા સમજી શકાય તેમ છે. જો આવી અથડામણ સરેરાશ રીતે  $\tau$  જેટલા સમય અંતરાલે થતી હોય તો,
- $$v_d = a\tau = eE\tau/m$$
- જ્યાં,  $a$  એ ઇલેક્ટ્રોનનો પ્રવેગ છે. તેથી,
- $$\rho = \frac{m}{ne^2\tau} \text{ મળે.}$$
9. અવરોધકતા તાપમાન સાથે રેખીય રીતે વધતી હોય તેવા તાપમાન અંતરાલમાં અવરોધકતાના તાપમાન ગુણાંક  $\alpha$ ને તાપમાનના એકમ વધારા દીઠ અવરોધકતાના આંશિક (Fractional) વધારા તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરાય છે.
10. ઘણા પદાર્થો દ્વારા ઓહ્મનો નિયમ પળાય છે, પરંતુ તે કુદરતનો મૂળભૂત નિયમ નથી. તે નીચેના સંજોગોમાં ખોટો પડે છે.
- (a)  $V$  એ  $I$  પર અરેખીય રીતે આધાર રાખતો હોય.  
(b)  $V$  અને  $I$  વચ્ચેનો સંબંધ  $V$ ના એકસમાન હોય તેવા નિરપેક્ષ મૂલ્યના ચિહ્ન ઉપર આધાર રાખતો હોય.  
(c)  $V$  અને  $I$  વચ્ચેનો સંબંધ અનન્ય ન હોય (Non-unique હોય).  
કિસ્સા (a) માટે, ઉદાહરણ તરીકે, જ્યારે  $\rho$  એ  $I$  સાથે (તાપમાન અચળ રાખવામાં આવે તો પણ) વધતી હોય. રેક્ટિફાયર એ (a) અને (b) બંને લક્ષણોનું સંયોજન છે. GaAs (c) ગુણધર્મ દર્શાવે છે.
11. જ્યારે  $\mathcal{E}$  જેટલું  $emf$  ધરાવતું ઉદ્ગમ બાહ્ય અવરોધ  $R$  સાથે જોડવામાં આવે ત્યારે  $R$ ને સમાંતર વોલ્ટેજ નીચે મુજબ આપી શકાય.
- $$V_{ext} = IR = \frac{\mathcal{E}}{R+r} R$$
- જ્યાં,  $r$  એ ઉદ્ગમનો આંતરિક અવરોધ છે.
12. (a) શ્રેણીમાં જોડેલાં  $n$  અવરોધોનો પરિણામી (કુલ) અવરોધ  $R$  નીચે મુજબ આપી શકાય.
- $$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$
- (b) સમાંતરમાં જોડેલા  $n$  અવરોધોનો પરિણામી અવરોધ  $R$  નીચે મુજબ આપી શકાય.
- $$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$
13. કિર્ચોફના નિયમો :
- (a) જંકશનનો નિયમ : પરિપથના ઘટકો માટેના કોઈપણ જંકશન આગળ, જંકશનમાં દાખલ થતા પ્રવાહોનો સરવાળો જંકશનથી દૂર જતાં પ્રવાહોના સરવાળા બરાબર હોવો જોઈએ.  
(b) લૂપ (બંધગાળા)નો નિયમ : કોઈ બંધગાળા માટે સ્થિતિમાનના ફેરફારનો બૈજિક સરવાળો શૂન્ય જ હોવો જોઈએ.
14. પુસ્તકમાં દર્શાવ્યા મુજબ વ્હીટસ્ટન બ્રિજ ચાર અવરોધો –  $R_1, R_2, R_3, R_4$ ની બનેલી એક રચના છે. તેના તટસ્થ (સમતોલન) બિંદુ માટેની શરત નીચે મુજબ આપી શકાય
- $$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$
- કે જેની મદદથી બાકીના ત્રણ અવરોધો જ્ઞાત હોય તો કોઈ એક અવરોધ શોધી શકાય.
15. પોટેન્શિયોમીટર સ્થિતિમાનના તફાવતની સરખામણી કરવાનું સાધન છે. આ રીતમાં પ્રવાહ વહેતો ના હોવાથી આ ઉપકરણનો ઉપયોગ સ્થિતિમાનનો તફાવત માપવા; બેટરીનો આંતરિક અવરોધ માપવા અને બે ઉદ્ગમોના  $emf$ ની સરખામણી કરવામાં કરી શકાય છે.

ભૌતિકરાશિ	સંજ્ઞા	પરિમાણ	એકમ	નોંધ
વિદ્યુતપ્રવાહ	I	[A]	A	SI મૂળભૂત એકમ
વિદ્યુતભાર	Q, q	[TA]	C	
વોલ્ટેજ, વિદ્યુત સ્થિતિમાનનો તફાવત	V	[ML <sup>2</sup> T <sup>-3</sup> A <sup>-1</sup> ]	V	કાર્ય/વિદ્યુતભાર
વિદ્યુતચાલક બળ (Electromotive Force)	ε	[ML <sup>2</sup> T <sup>-3</sup> A <sup>-1</sup> ]	V	કાર્ય/વિદ્યુતભાર
અવરોધ	R	[ML <sup>2</sup> T <sup>-3</sup> A <sup>-2</sup> ]	Ω	R = V/I
અવરોધકતા	ρ	[ML <sup>3</sup> T <sup>-3</sup> A <sup>-2</sup> ]	Ω m	R = ρ/A
વિદ્યુત વાહકતા	σ	[M <sup>-1</sup> L <sup>-3</sup> T <sup>3</sup> A <sup>2</sup> ]	S	σ = 1/ρ
વિદ્યુતક્ષેત્ર	E	[MLT <sup>-3</sup> A <sup>-1</sup> ]	Vm <sup>-1</sup>	વિદ્યુતબળ/વિદ્યુતભાર
ડ્રિફ્ટ ઝડપ	v <sub>d</sub>	[LT <sup>-1</sup> ]	ms <sup>-1</sup>	v <sub>d</sub> = $\frac{eEt}{m}$
રીલેક્સેશન સમય	τ	[T]	s	
પ્રવાહ ઘનતા	j	[L <sup>-2</sup> A]	Am <sup>-2</sup>	પ્રવાહ/ક્ષેત્રફળ
મોબીલીટી	μ	[M <sup>-1</sup> L <sup>0</sup> T <sup>2</sup> A <sup>1</sup> ]	m <sup>2</sup> V <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup>	v <sub>d</sub> /E

### ગહન વિચારણાના મુદ્દાઓ

- ભલે આપણે પ્રવાહને તીર (સદિશ) સંજ્ઞા સાથે દર્શાવીએ પરંતુ તે અદિશ રાશિ છે. પ્રવાહ સદિશ સરવાળાના નિયમને અનુસરતો નથી. પ્રવાહ અદિશ છે તેમ તેની વ્યાખ્યા પરથી પણ ફલિત થાય છે. આડછેદના ક્ષેત્રફળમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ એ બે સદિશોના અદિશ ગુણાકાર વડે દર્શાવાય છે.

$$I = \mathbf{j} \cdot \Delta \mathbf{S}$$

જ્યાં,  $\mathbf{j}$  અને  $\Delta \mathbf{S}$  એ સદિશો છે.

- પુસ્તકમાં દર્શાવ્યા મુજબ અવરોધ અને ડાયોડના  $V - I$  વક્રોને ધ્યાનમાં લો. અવરોધ ઓહ્મના નિયમનું પાલન કરે છે પરંતુ ડાયોડ નહીં.  $V = IR$  એ ઓહ્મના નિયમનું કથન છે તેવું નિશ્ચયાત્મક રીતે કહેવું સાચું નથી. આ સમીકરણ અવરોધની વ્યાખ્યા આપે છે અને તે વાહક ઉપકરણો ભલે તે ઓહ્મના નિયમનું પાલન કરતા હોય કે નહીં, તે બધાને લાગુ પાડી શકાય છે. ઓહ્મનો નિયમ  $I$  વિરૂદ્ધ  $V$ નો ગ્રાફ સુરેખા છે તેમ સુનિશ્ચિત કરે છે, એટલે કે  $R$  એ  $V$ થી સ્વતંત્ર છે.

સમીકરણ  $E = \rho \mathbf{j}$  ઓહ્મના નિયમના બીજા વિધાન તરફ દોરી જાય છે. એટલે કે સુવાહક દ્રવ્ય, જ્યારે તેની અવરોધકતા લાગુ પાડેલા વિદ્યુતક્ષેત્રના મૂલ્ય અને દિશા ઉપર આધારિત ના હોય ત્યારે ઓહ્મના નિયમનું પાલન કરે છે.

- ચાંદી (Silver) જેવા સમાંગી સુવાહકો અને શુદ્ધ જર્મેનિયમ અથવા અશુદ્ધિ ધરાવતા જર્મેનિયમ જેવા અર્ધવાહકો અમુક ગાળામાં લગાડેલા વિદ્યુતક્ષેત્રના મૂલ્ય માટે ઓહ્મના નિયમનું પાલન કરે છે. જો લગાડેલ ક્ષેત્ર ખૂબ જ પ્રબળ બને તો બધા જ કિસ્સામાં ઓહ્મના નિયમથી વિચલન થાય છે.

4. વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E$ ની હાજરીમાં (વાહક) ઈલેક્ટ્રોનની ગતિ (i) અસ્તવ્યસ્ત અથડામણોથી થતી ગતિ અને (ii)  $E$ ને કારણે થતી ગતિના સરવાળા બરાબર હોય છે. અસ્તવ્યસ્ત અથડામણોને કારણે થતી ગતિની સરેરાશ શૂન્ય હોવાથી તે  $v_d$ માં ફાળો આપતી નથી (પ્રકરણ-11, ધોરણ XIનું પાઠ્ય પુસ્તક). આમ,  $v_d$  એ ઈલેક્ટ્રોન પર ફક્ત લાગુ પાડેલા વિદ્યુતક્ષેત્રને કારણે જ હોય છે.
5.  $\mathbf{j} = \rho v$  સંબંધ એ દરેક પ્રકારના વિદ્યુતભાર વાહકોને અલગ અલગ લગાડવું જોઈએ. સુવાહક તારમાં, કુલ પ્રવાહ અને વિદ્યુતભાર ઘનતા એ ઘન અને ઋણ એમ બંને વિદ્યુતભારોને કારણે ઉદ્ભવે છે :
 
$$\mathbf{j} = \rho_+ v_+ + \rho_- v_-$$

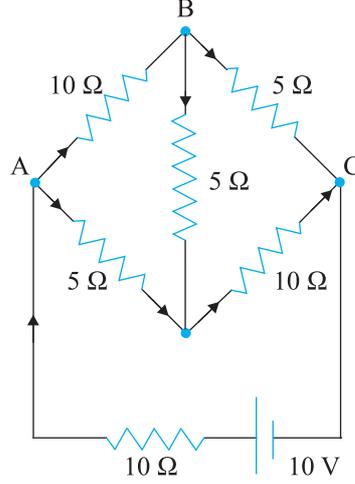
$$\rho = \rho_+ + \rho_-$$
 હવે, વિદ્યુતભારનું વહન કરતા તટસ્થ તારમાં,  $\rho_+ = -\rho_-$   
 ઉપરાંત,  $v_+ \sim 0$  હોવાથી,  $\rho = 0$   
 $\mathbf{j} = \rho_- v_-$  થશે.  
 આમ,  $\mathbf{j} = \rho v$  સંબંધ એ કુલ વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતાને લાગુ પડતો નથી.
6. કિર્ચોફનો જંકશનનો નિયમ વિદ્યુતભારના સંરક્ષણ પર આધારિત છે અને જંકશનથી બહાર નીકળતા પ્રવાહો એકબીજામાં ઉમેરાય છે અને તે જંકશનની અંદર દાખલ થતા પ્રવાહો બરાબર હોય છે. તારને વાળવાથી કે તેને જુદી-જુદી સ્થિતિમાં મૂકવાથી પણ કિર્ચોફના જંકશનના નિયમની સત્યતા બદલાતી નથી.

### સ્વાધ્યાય

- 3.1 કારની એક સંગ્રાહક બેટરીનું  $emf$  12 V છે. જો બેટરીનો આંતરિક અવરોધ 0.4  $\Omega$  હોય તો બેટરીમાંથી કેટલો મહત્તમ પ્રવાહ ખેંચી શકાય ?
- 3.2 10 V જેટલું  $emf$  અને 3  $\Omega$  જેટલો આંતરિક અવરોધ ધરાવતી બેટરીને એક અવરોધક સાથે જોડવામાં આવે છે. જો પરિપથમાં પ્રવાહ 0.5 A હોય તો અવરોધકનો અવરોધ કેટલો હશે ? જ્યારે પરિપથ બંધ (જોડેલો) હોય તે સ્થિતિમાં બેટરીનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ કેટલો હશે ?
- 3.3 (a) 1  $\Omega$ , 2  $\Omega$  અને 3  $\Omega$ ના ત્રણ અવરોધો શ્રેણીમાં જોડેલા છે. આ સંયોજનનો કુલ અવરોધ કેટલો હશે ?  
 (b) જો આ સંયોજનને 12 V જેટલું  $emf$  અને અવગણ્ય આંતરિક અવરોધ ધરાવતી બેટરી સાથે જોડવામાં આવે તો દરેક અવરોધને છેડે વોલ્ટેજ તફાવત શોધો.
- 3.4 (a) 2  $\Omega$ , 4  $\Omega$  અને 5  $\Omega$ ના ત્રણ અવરોધો સમાંતરમાં જોડેલા છે. આ સંયોજનનો કુલ અવરોધ કેટલો હશે ?  
 (b) જો આ સંયોજનને 20 V જેટલું  $emf$  અને અવગણ્ય આંતરિક અવરોધ ધરાવતી બેટરી સાથે જોડવામાં આવે તો દરેક અવરોધમાંથી વહેતો પ્રવાહ અને બેટરીમાંથી ખેંચાતો કુલ પ્રવાહ શોધો.
- 3.5 એક ગરમ કરવા વપરાતા ઘટક તાર (Heating element)નો ઓરડાના તાપમાને (27.0  $^{\circ}C$ ) અવરોધ 100  $\Omega$  છે. જો અવરોધકના દ્રવ્યની અવરોધકતાનો તાપમાન ગુણાંક  $1.70 \times 10^{-4} \text{ } ^{\circ}C^{-1}$  આપેલ હોય તો તારનો અવરોધ 117  $\Omega$  થાય ત્યારે તારનું તાપમાન શોધો.
- 3.6 15 m લંબાઈના અને  $6.0 \times 10^{-7} \text{ m}^2$  જેટલું નિયમિત ક્ષેત્રફળ ધરાવતા તારમાંથી અવગણી શકાય તેટલો ઓછો પ્રવાહ પસાર કરવામાં આવે છે ત્યારે તેનો અવરોધ 5.0  $\Omega$  માપવામાં આવે છે. આ પ્રયોગ કરવાના તાપમાને તારના દ્રવ્યની અવરોધકતા કેટલી હશે ?
- 3.7 એક ચાંદીના તારનો 27.5  $^{\circ}C$  તાપમાને અવરોધ 2.1  $\Omega$  અને 100  $^{\circ}C$  તાપમાને અવરોધ 2.7  $\Omega$  છે. ચાંદીનો અવરોધકતાનો તાપમાન ગુણાંક શોધો.
- 3.8 નિક્રોમના બનેલા એક ગરમ કરવાના તાર (Heating element)ને 230 Vના ઉદ્ગમ સાથે જોડતાં પ્રારંભમાં તે 3.2 A પ્રવાહ ખેંચે છે કે જે અમુક સેકન્ડ બાદ 2.8 A જેટલું સ્થાયી થાય છે. જો ઓરડાનું

તાપમાન  $27.0^\circ\text{C}$  જેટલું હોય તો ગરમ કરતાં તારનું સ્થાયી તાપમાન કેટલું હશે ? સંકળાયેલ તાપમાનના ગાળા માટે નિકોમના અવરોધના તાપમાન ગુણાંકનું સરેરાશ મૂલ્ય  $1.70 \times 10^{-4}^\circ\text{C}^{-1}$  છે.

3.9 આકૃતિ 3.30 દર્શાવેલ નેટવર્ક માટે દરેક શાખામાંથી વહેતો પ્રવાહ શોધો.



આકૃતિ 3.30

- 3.10 (a) એક મીટરબ્રિજ (આકૃતિ 3.27)માં જ્યારે Y અવરોધ  $12.5\ \Omega$  હોય ત્યારે છેડા A થી તટસ્થબિંદુ  $39.5\ \text{cm}$  અંતરે મળે છે. અવરોધ X શોધો. શા માટે વ્હીટ્સ્ટન અથવા મીટરબ્રિજમાં અવરોધો વચ્ચેનું જોડાણ જાડી ધાતુની પટ્ટી દ્વારા કરવામાં આવે છે ? (આકૃતિમાં R ને સ્થાને X, S ને સ્થાને Y લો.)
- (b) હવે જો X અને Y ના સ્થાનો અદલાબદલ કરવામાં આવે તો ઉપરના બ્રિજમાં તટસ્થ (સમતોલન) બિંદુનું સ્થાન શોધો.
- (c) બ્રિજના તટસ્થ બિંદુ આગળ ગેલ્વેનોમીટર અને બેટરીને અદલાબદલી કરતાં શું થશે ? શું ગેલ્વેનોમીટર કોઈ પ્રવાહ બતાવશે ?
- 3.11  $8.0\ \text{V}$  emf ની અને  $0.5\ \Omega$  નો આંતરિક અવરોધ ધરાવતી સંગ્રાહક (Storage) બેટરીને  $120\ \text{V}$  વાળા dc સપ્લાય વડે  $15.5\ \Omega$  ના અવરોધ મારફતે વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે. વિદ્યુતભારણની પ્રક્રિયા દરમિયાન બેટરીનો ટર્મિનલ વોલ્ટેજ કેટલો હશે ? વિદ્યુતભારણ માટેના પરિપથમાં શ્રેણી અવરોધ રાખવાનો હેતુ શો છે ?
- 3.12 એક પોટેન્શિયોમીટરની રચનામાં  $1.25\ \text{V}$  ની એક બેટરી તારના  $35.0\ \text{cm}$  અંતરે તટસ્થ બિંદુ આપે છે. હવે આ કોષને બદલીને બીજો કોષ લગાવતાં તટસ્થબિંદુ ખસીને  $63\ \text{cm}$  આગળ મળે છે. તો બીજા કોષનું emf કેટલું હશે ?
- 3.13 ઉદાહરણ 3.1 માં કોપર સુવાહકમાં મુક્ત ઇલેક્ટ્રોનની અંદાજિત સંખ્યા ઘનતા  $8.5 \times 10^{28}\ \text{m}^{-3}$  છે. આવા ઇલેક્ટ્રોનને  $3.0\ \text{m}$  લાંબા તારના એક છેડાથી બીજા છેડા સુધી ડ્રિફ્ટ થતા કેટલો સમય લાગશે ? તારના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ  $2.0 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$  અને તેમાંથી  $3.0\ \text{A}$  જેટલો પ્રવાહ વહે છે.

### વધારાના સ્વાધ્યાય

- 3.14 પૃથ્વીની સપાટી પર ઋણ વિદ્યુતભારની પૃષ્ઠ ઘનતા  $10^{-9}\ \text{Cm}^{-2}$  છે. વાતાવરણના ટોચના ભાગ અને સપાટી વચ્ચેના  $400\ \text{kV}$  સ્થિતિમાનના તફાવતને પરિણામે (વાતાવરણના નીચેના ભાગની ઓછી વાહકતાને કારણે) આખીય પૃથ્વી પર ફક્ત  $1800\ \text{A}$  જેટલો પ્રવાહ રચાય છે. હવે, જો વાતાવરણમાં વિદ્યુતક્ષેત્રને જાળવી શકે એવી કોઈ કાર્યપ્રણાલી ના હોય તો પૃથ્વીની સપાટીને તટસ્થ કરવા માટે (અંદાજિત) કેટલો સમય લાગશે ? (વાસ્તવમાં આવું કદાપી થશે નહીં કારણ કે

પૃથ્વીના જુદા જુદા ભાગમાં સતત થતી વીજળી અને ગાજવીજ સાથેના વાવાઝોડાને કારણે સતત વિદ્યુતભાર ઠલવાતાં રહે છે.) (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા  $6.37 \times 10^6$  m છે.)

- 3.15** (a) દરેકને 2.0 V જેટલું *emf* અને 0.015  $\Omega$  જેટલો આંતરિક અવરોધ હોય તેવા છ લેડ-એસિડ પ્રકારના ગૌણ વિદ્યુતકોષને શ્રેણીમાં જોડી 8.5  $\Omega$ ના અવરોધ સાથે ઉદ્ગમ તરીકે જોડવામાં આવે છે. ઉદ્ગમમાંથી ખેંચાતો પ્રવાહ અને ટર્મિનલ વોલ્ટેજ કેટલા હશે ?
- (b) લાંબા વપરાશ બાદ એક ગૌણ વિદ્યુતકોષનું *emf* 1.9 V અને મોટો આંતરિક અવરોધ 380  $\Omega$  છે. આ કોષમાંથી કેટલો મહત્તમ પ્રવાહ ખેંચી શકાય ? શું આ કોષ કારને ચાલુ કરવાની મોટર ચલાવી શકશે ?
- 3.16** એક એલ્યુમિનીયમ અને બીજા કોપરના હોય તેવા બે સમાન લંબાઈના તારનો અવરોધ સમાન છે. બેમાંથી કયો તાર હલકો હશે ? અને તે પરથી સમજાવો કે શા માટે Overhead પાવર કેબલ માટે એલ્યુમિનિયમના તાર પસંદ કરવામાં આવે છે.

( $\rho_{Al} = 2.63 \times 10^{-8}$   $\Omega$  m,  $\rho_{Cu} = 1.72 \times 10^{-8}$   $\Omega$  m, તેમની સાપેક્ષ ઘનતા  $\rho_{Al} = 2.7$ ,  $\rho_{Cu} = 8.9$  છે.)

- 3.17** મેન્ગેનીન મિશ્રધાતુના બનેલા અવરોધ માટે નીચે મુજબના અવલોકનો પરથી તમે શું તારણ કાઢશો ?

પ્રવાહ A	વોલ્ટેજ V	પ્રવાહ A	વોલ્ટેજ V
0.2	3.94	3.0	59.2
0.4	7.87	4.0	78.8
0.6	11.8	5.0	98.6
0.8	15.7	6.0	118.5
1.0	19.7	7.0	138.2
2.0	39.4	8.0	158.0

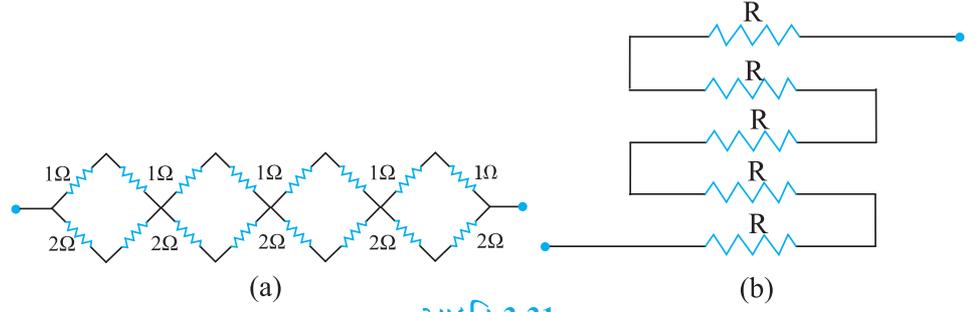
- 3.18** નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

- (a) એક અસમાન આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા ધાતુના સુવાહકમાં સ્થાયી પ્રવાહ વહે છે. નીચેનામાંથી કઈ ભૌતિકરાશિ વાહક માટે અચળ રહેશે. પ્રવાહ, પ્રવાહઘનતા, વિદ્યુતક્ષેત્ર, ફ્લિક્સ ઝડપ ?
- (b) શું ઓહ્મનો નિયમ બધા જ વાહક ઘટકો માટે સાર્વત્રિક રીતે લાગુ પાડી શકાય ? જો ના હોય તો, ઓહ્મના નિયમનું પાલન ન કરતા ઘટકોનાં નામ આપો.
- (c) નીચા સ્થિતિમાન (વોલ્ટેજ)વાળા ઉદ્ગમમાંથી મોટા પ્રવાહો મેળવવા હોય તો તેનો આંતરિક અવરોધ ખૂબ નાનો હોવો જોઈએ. શા માટે ?
- (d) High Tension (HT) ધારોકે 6 kVના સપ્લાયનો આંતરિક અવરોધ ઘણો વધારે રાખવામાં આવે છે, શા માટે ?

- 3.19** સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો :

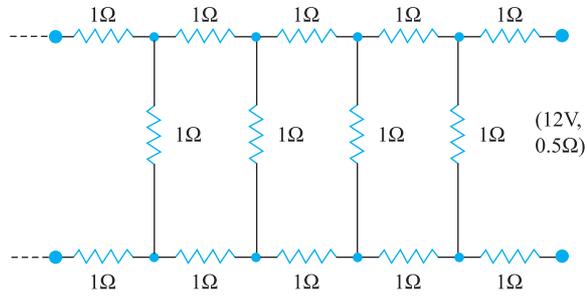
- (a) મિશ્રધાતુઓની અવરોધકતા સામાન્ય રીતે તેમની ઘટક ધાતુઓની અવરોધકતા કરતાં (વધારે/ઓછી) હોય છે.
- (b) સામાન્ય રીતે શુદ્ધ ધાતુઓ કરતા મિશ્રધાતુઓના અવરોધના તાપમાન ગુણાંક (નાના/મોટા) હોય છે.
- (c) મિશ્રધાતુ મેન્ગેનીનની અવરોધકતા તાપમાનથી લગભગ સ્વતંત્ર હોય છે/તાપમાન સાથે ખૂબ ઝડપથી વધે છે.
- (d) એક લાક્ષણિક અવાહક (દા.ત., અંબર)ની અવરોધકતા ધાતુ કરતા ( $10^{22}/10^{23}$ )ના કમ જેટલી વધારે હોય છે.

- 3.20** (a) દરેક R અવરોધના આપેલા n અવરોધોને તમે કેવી રીતે જોડશો કે જેથી તમને (i) મહત્તમ, (ii) લઘુત્તમ અસરકારક અવરોધ મળે ? મહત્તમ અને ન્યૂનતમ અવરોધોનો ગુણોત્તર કેટલો હશે ?
- (b) 1  $\Omega$ , 2  $\Omega$ , 3  $\Omega$  અવરોધો આપેલા છે તો તેમને કેવી રીતે સંયોજિત કરવાથી આપણને સમતુલ્ય અવરોધ (i) (11/3)  $\Omega$ , (ii) (11/5)  $\Omega$ , (iii) 6  $\Omega$ , (iv) (6/11)  $\Omega$ નો મળે ?
- (c) નીચે આપેલ આકૃતિ 3.31માં દર્શાવેલા નેટવર્ક માટે સમતુલ્ય અવરોધ શોધો.



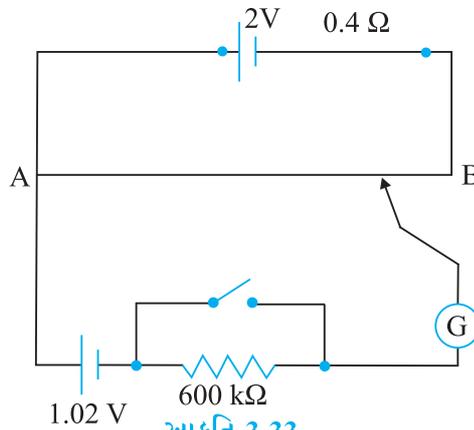
આકૃતિ 3.31

3.21 આકૃતિ 3.32માં દર્શાવેલ એક અનંત પરિપથ વડે 12 Vના અને 0.5 Ωનો આંતરિક અવરોધ ધરાવતા સપ્લાયમાંથી ખેંચાતો પ્રવાહ શોધો. દરેક અવરોધનું મૂલ્ય 1 Ω છે.



આકૃતિ 3.32

3.22 આકૃતિ 3.33માં 2.0 V અને 0.40 Ωનો આંતરિક અવરોધ ધરાવતો વિદ્યુતકોષ પોટેન્શિયોમીટરના અવરોધતાર ABના બે છેડા વચ્ચે સ્થિતિમાન જાળવી રાખે છે. અચળ 1.02 V *emf* (ખૂબ જ ઓછા, mA જેટલો પ્રવાહ માટે) જાળવી રાખતો એક પ્રમાણભૂત કોષ તાર પર 67.3 cm અંતરે તટસ્થબિંદુ આપે છે. પ્રમાણભૂત કોષમાંથી ખૂબ ઓછો પ્રવાહ વહે છે તે સુનિશ્ચિત કરવા 600 kΩ જેટલો ખૂબ મોટો અવરોધ તેની સાથે શ્રેણીમાં જોડવામાં આવે છે કે જે તટસ્થબિંદુની નજીક લઘુપથિત (Shorted or Short Circuited) કરેલ છે. ત્યારબાદ આ પ્રમાણભૂત કોષને સ્થાને અજ્ઞાત *emf*  $\mathcal{E}$  ધરાવતો કોષ મૂકવામાં આવે છે અને આ જ રીતે તટસ્થબિંદુ શોધવામાં આવે છે, જે તારની 82.3 cm લંબાઈ આગળ મળે છે.

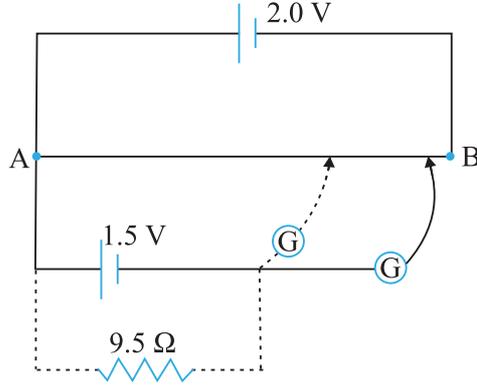


આકૃતિ 3.33

- દનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?
- 600 kΩના ખૂબ મોટા અવરોધનો હેતુ શું છે ?

- (c) આ મોટા અવરોધથી તટસ્થબિંદુ પર કઈ અસર થશે ?
- (d) શું પોટેન્શિયોમીટરના ચાલક (Driver) કોષનું  $emf$  2.0 V ને બદલે 1.0 V હોત તો ઉપરની પરિસ્થિતિમાં આ રીત કારગત નીવડત ?
- (e) શું આ પરીપથ ખૂબ જ નાના  $emf$ , જેમકે કેટલાંક mV ના ક્રમના (દા.ત., થર્મોકપલમાં મળતા  $emf$  જેટલા), શોધવા માટે કામ કરી શકશે ? જો ના, તો તમે પરિપથમાં શું ફેરફાર કરશો ?

**3.23** આકૃતિ 3.34 એ 1.5 V ના કોષનો આંતરિક અવરોધ શોધવા માટે વપરાયેલા 2.0 V નો પોટેન્શિયોમીટર દર્શાવે છે. ખુલ્લા પરિપથની સ્થિતિમાં કોષ માટે તટસ્થબિંદુ 76.3 cm આગળ છે. જ્યારે કોષના બાહ્ય પરિપથમાં  $9.5 \Omega$  નો અવરોધ વાપરવામાં આવે છે ત્યારે સમતોલન બિંદુ- (તટસ્થબિંદુ) ખસીને પોટેન્શિયોમીટર તારની 64.8 cm લંબાઈએ મળે છે. કોષનો આંતરિક અવરોધ શોધો.



આકૃતિ 3.34

પ્રકરણ ચાર

# ગતિમાન વિદ્યુતભારો અને ચુંબકત્વ (MOVING CHARGES AND MAGNETISM)



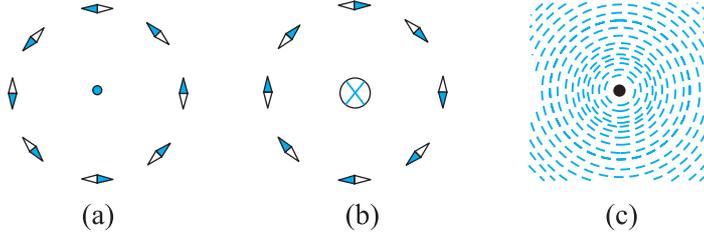
## 4.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ બંને લગભગ 2000 કરતાં વધુ વર્ષથી જાણીતા છે. આમ છતાં, 1820માં, આશરે 200 વર્ષ પહેલાં, સ્પષ્ટ રીતે જાણવા મળ્યું કે તે બંને એકબીજા સાથે ગાઢ રીતે સંકળાયેલા છે\*. 1820ના ઉનાળામાં પિરિયડ દરમિયાન પ્રાયોગિક નિદર્શન કરતી વખતે, ડેનિશ ભૌતિકશાસ્ત્રી હાન્સ ક્રિશ્ચિયન ઓર્સ્ટેડે (Hans Christian Oersted) અનુભવ્યું કે સીધા તારમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરતી વખતે તેની બાજુમાં રહેલી ચુંબકીય સોયમાં નોંધપાત્ર કોણાવર્તન થાય છે. તેમણે આ ઘટનાની શોધ કરી. તેમણે શોધ્યું કે ચુંબકીય સોયનું કોણાવર્તન સીધા તારને કેન્દ્ર તરીકે ગણતાં તારને લંબસમતલમાં રહેલા કાલ્પનિક વર્તુળના સ્પર્શકની દિશામાં હોય છે. આ પરિસ્થિતિ આકૃતિ 4.1(a) માં દર્શાવી છે. જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ મોટો હોય અને ચુંબકીય સોય તારથી પુરતી નજીક હોય કે જેથી પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર અવગણી શકાય ત્યારે આમ અનુભવી શકાય છે. પ્રવાહની દિશા ઉલટાવીએ તો સોયનું કોણાવર્તન પણ ઉલટાઈ જાય છે [આકૃતિ 4.1(b)]. પ્રવાહ વધારતાં અથવા ચુંબકીય સોયને તારની નજીક લાવતાં કોણાવર્તન વધે છે. લોખંડની કણીઓ (ભૂકો) તારની આજુબાજુમાં ભભરાવવામાં આવે તો તાર કેન્દ્રમાં રહે તે રીતે કણીઓ સમકેન્દ્રી વર્તુળોમાં ગોઠવાય છે [આકૃતિ 4.1(c)]. ઓર્સ્ટેડે તારવ્યું કે ગતિમાન વિદ્યુતભાર અથવા પ્રવાહો તેમની આસપાસના અવકાશમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે.

ત્યારબાદ આવા પ્રયોગોની ઘટમાળ ચાલી. 1864માં જેમ્સ મેક્સવેલે વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ જે નિયમોનું પાલન કરે છે તે નિયમો તારવ્યા તથા ત્યારબાદ એવી અનુભૂતિ કરી કે પ્રકાશ એ વિદ્યુતચુંબકીય

\* પ્રકરણ 1, પાના નંબર 3 પરના બોક્ષમાં જુઓ.

તરંગો છે. રેડિયો તરંગોની શોધ હર્ટ્ઝે કરી અને 19મી સદીના અંતભાગમાં જે. સી. બોઝ તથા જી. માર્કોનીએ તેને ઉત્પન્ન કરી બતાવ્યા. 20મી સદીમાં વિજ્ઞાન અને ટેકનોલોજીએ હરણફાળ ભરી. વિદ્યુત ચુંબકત્વ વિશે વધુ માહિતી પ્રાપ્ત થતાં તથા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉત્પન્ન કરવા, વિવર્ધીત કરવા, તેનું પ્રસારણ અને પરખ (Detection, તેમની હાજરીની નોંધ) કરવા માટેનાં સાધનોની શોધને કારણે આ શક્ય બન્યું.



**આકૃતિ 4.1** સીધા-લાંબા વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તારને લીધે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર. તાર આ પાનાના પૃષ્ઠને લંબરૂપે છે. ચુંબકીય સોય તારની આજુબાજુ ગોળાકારમાં ગોઠવાયેલ છે. ચુંબકીય સોયોનું કોણાવર્તન (a) જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ પાનાના પૃષ્ઠમાંથી બહાર તરફ આવતો હોય, (b) જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ પાનાના પૃષ્ઠમાં અંદર તરફ જતો હોય, (c) લોખંડની કણીઓ (ભૂકો)ની તારની આસપાસ ગોઠવણી. ચુંબકીય સોયનો ઘટ્ટ ભાગ તેમનો ઉત્તરધ્રુવ દર્શાવે છે. પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની અસર અવગણેલ છે.

ગતિ કરતા વિદ્યુતભારો જેવા કે ઈલેક્ટ્રોન, પ્રોટોન અને વિદ્યુતપ્રવાહ વહન કરતાં તાર પર ચુંબકીયક્ષેત્ર કેવી રીતે બળ લગાડે છે તે આપણે આ પ્રકરણમાં જોઈશું. આપણે એ પણ શીખીશું કે વિદ્યુતપ્રવાહ કેવી રીતે ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. સાઈક્લોટ્રોનમાં (વિદ્યુતભારીત) કણોને ખૂબ ઊંચી ઊર્જાઓ સુધી કેવી રીતે પ્રવેગિત કરી શકાય તે જોઈશું. ગેલ્વેનોમીટરની મદદથી વિદ્યુતપ્રવાહો અને વીજદબાણ (વોલ્ટેજ)ની પરખ કેવી રીતે કરી શકાય તે પણ શીખીશું.

આ પ્રકરણ અને તે પછીના ચુંબકત્વના પ્રકરણમાં આપણે નીચે આપેલી રુઢિ (પ્રણાલિકા, Convention) અનુસરીશું. પાનાના પૃષ્ઠમાંથી બહાર તરફ નીકળતા વિદ્યુતપ્રવાહ કે ક્ષેત્ર (વિદ્યુત કે ચુંબકીય)ને ટપકાં  $\odot$  વડે દર્શાવીશું. પાનાના પૃષ્ઠમાં પ્રવેશતા વિદ્યુતપ્રવાહ કે ક્ષેત્રને ચોકડી  $\otimes$  વડે દર્શાવીશું\*. આકૃતિઓ 4.1(a) અને 4.1(b)માં આ પરિસ્થિતિઓ, અનુક્રમે દર્શાવી છે.

## 4.2 ચુંબકીયબળ (MAGNETIC FORCE)

### 4.2.1 ઉદ્ગમો અને ક્ષેત્રો (Sources and Fields)

ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ નો પરિચય કરતાં પહેલાં આપણે પ્રકરણ-1માં વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$  વિશે જે ભણ્યા તે યાદ કરી લઈએ. આપણે જોયું હતું કે બે વિદ્યુતભારો વચ્ચેની આંતરક્રિયા બે ભાગમાં સમજી શકાય છે. વિદ્યુતક્ષેત્રનું ઉદ્ગમ એવો વિદ્યુતભાર  $Q$ , વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$  ઉત્પન્ન કરે છે જ્યાં,

\* ટપકું જાણે કે તીરની અણી આપણી તરફ રાખી હોય તેમ દેખાય છે. જ્યારે ચોકડી એ જાણે કે પુચ્છ પર પીંછાં ધરાવતું તીર આપણાથી દૂરની તરફ ગતિ કરે છે એમ દેખાય છે.



**હાન્સ ક્રિશ્ચિયન ઓર્સ્ટેડ (1777-1851)** ડેનિશ ભૌતિકશાસ્ત્રી અને રસાયણશાસ્ત્રી, જે કોપનહેગનમાં પ્રોફેસર હતાં. તેમણે અનુભવ્યું કે વિદ્યુતપ્રવાહધારિત તાર પાસે ચુંબકીય સોય લાવતાં તે કોણાવર્તન અનુભવે છે. આ શોધ દ્વારા વિદ્યુત અને ચુંબકીય ઘટનાઓ વચ્ચે સંકલન હોવાની સૌ પ્રથમ માહિતી મળી.

હાન્સ ક્રિશ્ચિયન ઓર્સ્ટેડ (1777-1851)



હેન્ડ્રીક એન્ટુન લોરેન્ઝ (Hendrik Antoon Lorentz) (1853-1928)

હેન્ડ્રીક એન્ટુન લોરેન્ઝ (Hendrik Antoon Lorentz) (1853-1928) ડચ સૈદ્ધાંતિક ભૌતિકશાસ્ત્રી અને લેઈડનમાં પ્રોફેસર તેણે વિદ્યુત, ચુંબકત્વ અને ગતિશાસ્ત્ર વચ્ચેના સંબંધો શોધ્યા હતા. ચુંબકીયક્ષેત્રના કારણે પ્રકાશના ઉત્સર્જકો (Emitters) પર જોવા મળેલી ચુંબકીય ક્ષેત્રોની અસર (ઝીમાન અસર)ને સમજાવવા તેણે પરમાણુમાં વિદ્યુતભારો હોવાની સંકલ્પના કરી હતી. જે માટે તેને 1902માં નોબલ પારિતોષિક એનાયત થયું હતું. તેણે ગૂંચવણભરી ગાણિતિક દલીલો વડે પરિવર્તન (Transformation) સમીકરણો તારવ્યા હતા (જે તેના માનમાં લોરેન્ઝ પરિવર્તન સમીકરણો તરીકે જાણીતા થયા) પરંતુ તે જાણતો ન હતો કે આ સમીકરણો અવકાશ અને સમયના નવા ખ્યાલ (Concept) તરફ દોરી જશે.

$$\mathbf{E} = Q\hat{r}/(4\pi\epsilon_0)r^2 \quad (4.1)$$

જ્યાં  $\hat{r}$  એ  $\mathbf{r}$ ની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે અને ક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$  એ સદિશ ક્ષેત્ર છે. વિદ્યુતભાર  $q$  આ ક્ષેત્ર સાથે આંતરક્રિયા કરે છે અને બળ  $\mathbf{F}$  અનુભવે છે, જેનું સમીકરણ

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = qQ\hat{r}/(4\pi\epsilon_0)r^2 \quad (4.2)$$

વડે અપાય છે. પ્રકરણ-1માં દર્શાવ્યું હતું તેમ ક્ષેત્ર  $\mathbf{E}$  કોઈ માનવસર્જિત વસ્તુ નથી પરંતુ તેનું ભૌતિક મહત્વ છે. તે ઊર્જા અને વેગમાનને વહન કરી શકે છે, તથા તે તત્કાણે ઉદ્ભવતું (સ્થાપિત થતું) નથી, પરંતુ તે વહન માટે ચોક્કસ સમય લે છે. ક્ષેત્રના આ ખ્યાલનો ફેરેડેએ વિશેષ આગ્રહ રાખ્યો હતો અને મેક્સવેલે વિદ્યુત અને ચુંબકત્વના એકીકીકરણ (Unification)માં તેનો ઉપયોગ કર્યો હતો. અવકાશના દરેક બિંદુ (સ્થાન) પર આધારિત હોવા ઉપરાંત તે સમય સાથે પણ બદલાઈ શકે છે, એટલે કે તે સમયનું વિધેય પણ હોઈ શકે છે. આ પ્રકરણમાં આપણી ચર્ચા દરમ્યાન આપણે માનીશું કે આ ક્ષેત્રો સમય સાથે બદલાતાં નથી.

કોઈ એક બિંદુએ વિદ્યુતક્ષેત્ર, એક કે વધુ વિદ્યુતભારોના કારણે હોઈ શકે. જો વધારે વિદ્યુતભારો હાજર હોય તો આ ક્ષેત્રોનો સદિશ સરવાળો થાય છે. પ્રકરણ-1માં તમે શીખ્યા કે આને સંપાતપણાનો સિદ્ધાંત કહે છે. એક વખત ક્ષેત્ર જાણવા મળે એટલે પરીક્ષણ વિદ્યુતભાર (Test Charge) પર લાગતું બળ, સમીકરણ (4.2) પરથી મેળવી શકાય છે.

જેવી રીતે સ્થિર વિદ્યુતભારો વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે, તેવી રીતે વિદ્યુતપ્રવાહો કે ગતિમાન વિદ્યુતભારો (વધારાનું) ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. તેને  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  વડે દર્શાવાય છે, જે પણ સદિશક્ષેત્ર છે. તેને વિદ્યુતક્ષેત્ર જેવા કેટલાક મૂળભૂત ગુણધર્મો છે. તે અવકાશના દરેક બિંદુએ વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય છે (અને તે પણ સમય પર આધારિત હોઈ શકે છે). પ્રાયોગિક રીતે, તે સંપાતપણાના સિદ્ધાંતને અનુસરે છે તેમ માલુમ પડ્યું છે. ઘણા બધા ચુંબકીય ઉદ્ગમોનું ચુંબકીયક્ષેત્ર દરેક ઉદ્ગમના સ્વતંત્ર ચુંબકીયક્ષેત્રના સદિશ સરવાળા જેટલું હોય છે.

#### 4.2.2 ચુંબકીયક્ષેત્ર, લોરેન્ઝબળ

##### (Magnetic Field, Lorentz Force)

ધારો કે વિદ્યુતક્ષેત્ર  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  અને ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ ની હાજરીમાં કોઈ એક બિંદુવત વિદ્યુતભાર  $q$  ( $\mathbf{v}$  વેગથી ગતિ કરતો અને  $t$  સમયે  $\mathbf{r}$  સ્થાને) રહેલો છે. આ બંનેના કારણે વિદ્યુતભાર  $q$  પર લાગતું બળ આ મુજબ લખી શકાય.

$$\mathbf{F} = q[\mathbf{E}(\mathbf{r}) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r})] = \mathbf{F}_{\text{વિદ્યુત}} + \mathbf{F}_{\text{ચુંબકીય}} \quad (4.3)$$

આ બળ સૌપ્રથમ એચ.એ. લોરેન્ઝે, એમ્પિયર અને બીજાઓએ કરેલા ઘણા પ્રયોગોના આધારે દર્શાવ્યું હતું. તેને લોરેન્ઝ બળ કહે છે. વિદ્યુતક્ષેત્રના કારણે લાગતા બળ વિશે તમે વિગતવાર અભ્યાસ કર્યો હતો. જો આપણે ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથેની આંતરક્રિયા જોઈએ તો આપણને આ મુજબની લાક્ષણિકતાઓ જાણવા મળે.

(i) તે  $q$ ,  $\mathbf{v}$  અને  $\mathbf{B}$  (કણના વિદ્યુતભાર, વેગ અને ચુંબકીયક્ષેત્ર) પર આધાર રાખે છે. ઋણ વિદ્યુતભાર પરનું બળ ધન વિદ્યુતભાર પરના બળ કરતાં વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે.

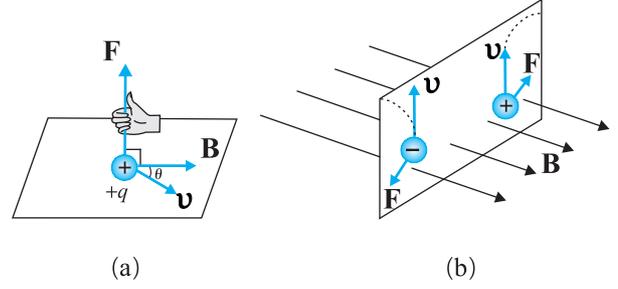
- (ii) ચુંબકીય બળ  $q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}]$  એ વેગ અને ચુંબકીયક્ષેત્રનો સદિશ ગુણાકાર ધરાવે છે. સદિશ ગુણાકારના કારણે જ્યારે વેગ અને ચુંબકીયક્ષેત્ર એકબીજાને સમાંતર કે પ્રતિસમાંતર હોય ત્યારે ચુંબકીયક્ષેત્રના કારણે લાગતું બળ શૂન્ય થાય છે. આ બળ, વેગ અને ચુંબકીયક્ષેત્ર બંનેને લંબરૂપે લાગે છે. તેની દિશા સ્કૂના નિયમ કે જમણા હાથના સદિશ માટેના નિયમ (સદિશ ગુણાકાર) વડે આકૃતિ 4.2માં દર્શાવેલ છે.
- (iii) જો વિદ્યુતભાર ગતિ ન કરતાં હોય (કે જેથી  $|\mathbf{v}| = 0$ ) તો ચુંબકીય બળ શૂન્ય હોય છે. ગતિમાન વિદ્યુતભાર જ ચુંબકીયક્ષેત્ર અનુભવી શકે છે.

જો ચુંબકીય બળ માટેના સમીકરણ

$$\mathbf{F} = q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}] = q v B \sin\theta \hat{n}$$

જ્યાં,  $\theta$  એ  $\mathbf{v}$  અને  $\mathbf{B}$  વચ્ચેનો કોણ છે [જુઓ આકૃતિ 4.2(a)], માં આપણે  $q$ ,  $\mathbf{F}$  અને  $\mathbf{v}$  બધાને એક એકમ લઈએ તો ચુંબકીય બળ માટેનું સૂત્ર ચુંબકીયક્ષેત્રનો એકમ વ્યાખ્યાયિત કરવા માટે મદદરૂપ થાય છે. જો ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ ને લંબ દિશામાં  $1 \text{ m/s}$ ની ઝડપથી ગતિ કરતા એકમ વિદ્યુતભાર ( $1 \text{ C}$ ) પર લાગતું બળ એક ન્યૂટન હોય તો ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$ નું મૂલ્ય  $1 \text{ SI}$  એકમ જેટલું હોય છે.

પરિમાણની રીતે  $[B] = [F/qv]$  હોય છે અને  $\mathbf{B}$ ના એકમો ન્યૂટન સેકન્ડ/કુલંબ મીટર ( $\text{N s/C m}$ ) છે. આ એકમને નિકોલા ટેસ્લા (Nikola Tesla : 1856-1943)ના માનમાં ટેસ્લા (tesla (T)) વડે દર્શાવવામાં આવે છે. ટેસ્લા મોટો એકમ છે. એક નાનો એકમ (SI એકમ નથી) જેને ગૉસ ( $= 10^{-4}$  ટેસ્લા) કહેવાય છે, તે પણ ઉપયોગમાં લેવાય છે. પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર આશરે  $3.6 \times 10^{-5} \text{ T}$  જેટલું છે. કોષ્ટક 4.1માં ભ્રમણમાં વિશાળ વિસ્તારોમાંનાં ચુંબકીયક્ષેત્ર દર્શાવ્યાં છે.



**આકૃતિ 4.2** વિદ્યુતભારિત કણ પર લાગતાં ચુંબકીય બળની દિશા. (a) ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$  સાથે  $\theta$  કોણ બનાવતી દિશામાં  $\mathbf{v}$  વેગથી ગતિ કરતાં ધન વિદ્યુતભારિત કણ પર લાગતું બળ જમણા હાથના નિયમ વડે દર્શાવાય છે. (b) ચુંબકીયક્ષેત્રની હાજરીમાં ગતિ કરતો  $q$  વિદ્યુતભારિત કણ  $-q$ ની સરખામણીમાં વિરુદ્ધ દિશામાં કોણાવર્તન અનુભવે છે.

**કોષ્ટક 4.1** જુદી જુદી ભૌતિક પરિસ્થિતિઓમાં ચુંબકીયક્ષેત્રના માનના ક્રમ

ભૌતિક પરિસ્થિતિ	$B$ નું માન (ટેસ્લામાં)
ન્યુટ્રોન તારાની સપાટી	$10^8$
કોઈ પ્રયોગશાળામાં મહત્તમ ક્ષેત્રનું મૂલ્ય	1
નાના લંબચોરસ ચુંબક (Bar Magnet)ની પાસે	$10^{-2}$
પૃથ્વીની સપાટી પર	$10^{-5}$
મનુષ્યના ચેતા તંતુ	$10^{-10}$
તારાઓ વચ્ચેના અવકાશમાં	$10^{-12}$

### 4.2.3 વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વાહક પર લાગતું ચુંબકીય બળ (Magnetic Force on a Current-Carrying Conductor)

આપણે કોઈ એક ગતિમાન વિદ્યુતભાર પર ચુંબકીયક્ષેત્રના કારણે લાગતા બળનું વિશ્લેષણ આગળ વધારીને વિદ્યુતપ્રવાહધારિત સીધા સળીયા માટે ઉપયોગમાં લઈ શકીએ.  $I$  લંબાઈ અને  $A$  આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતો નિયમિત (સમાંગ) સળીયો વિચારો. સુવાહકની જેમ આપણે એક પ્રકારના ગતિમાન વિદ્યુતભારો (અહીંયા ઈલેક્ટ્રોન) ધારી લઈશું. ધારોકે, તેમાં ગતિમાન વિદ્યુતભારોની સંખ્યા ઘનતા  $n$  છે. આથી તેમાં રહેલા કુલ ગતિમાન વિદ્યુતભારોની સંખ્યા  $n/A$  છે. આ સુવાહક સળીયામાં સ્થિર

વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$  માટે, આપણે ધાર્યું કે દરેક ગતિમાન વાહકનો સરેરાશ ડ્રિફ્ટ (Drift) વેગ  $v_d$  (પ્રકરણ 3 જુઓ) છે. બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ ની હાજરીમાં, આ ગતિમાન વાહક પર લાગતું બળ :

$$\mathbf{F} = (nIA)q v_d \times \mathbf{B}$$

જ્યાં  $q$ , એ વાહક કણ પરનો વિદ્યુતભાર છે. હવે  $nqv_d$  એ વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા  $\mathbf{j}$  છે અને  $nqv_d/A$  એ વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$  છે. [વિદ્યુતપ્રવાહ અને વિદ્યુતપ્રવાહ ઘનતા વિશે વધુ માહિતી માટે પ્રકરણ-3 જુઓ]. આથી,

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= [(nqv_d)IA] \times \mathbf{B} = [\mathbf{j}A] \times \mathbf{B} \\ &= I \times \mathbf{B} \end{aligned} \quad (4.4)$$

જ્યાં,  $I$  એ સળિયાની લંબાઈ  $l$  જેટલા માનનો સદિશ છે અને તેની દિશા વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$ ની દિશામાં છે. નોંધો કે વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$  એ સદિશ નથી. સમીકરણ(4.4)ના છેલ્લા પદ પર જતી વખતે, આપણે સદિશ ચિહ્નને  $\mathbf{j}$  થી  $I$  પર બદલ્યું છે.

સમીકરણ (4.4) સીધા સળિયા માટે લાગુ પાડી શકાય છે. આ સમીકરણમાં  $\mathbf{B}$  એ બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર છે. તે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત સળિયા વડે ઉદ્ભવેલું ચુંબકીયક્ષેત્ર નથી. જો તારનો બીજો કોઈ યાદચ્છિક આકાર હોય તો આપણે તેના પરનું લોરેન્ઝ બળ, તેને  $d\mathbf{l}$ , લંબાઈના સીધા સૂક્ષ્મ ટુકડાઓનો બનેલો ધારીને તેમના સરવાળા દ્વારા મેળવી શકીએ.

$$\mathbf{F} = \sum_j I d\mathbf{l}_j \times \mathbf{B}$$

મોટા ભાગના કિસ્સાઓમાં આ સરવાળાને સંકલનના રૂપમાં ફેરવી શકાય છે.

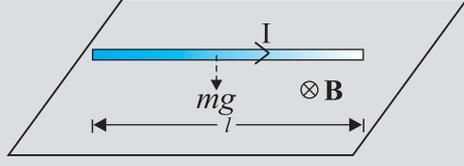
### પરમિટિવિટી (પરાવૈદ્યુતાંક) અને પરમિએબિલિટી (પારગમ્યતા) વિષે (ON PERMITTIVITY AND PERMEABILITY)

ગુરુત્વાકર્ષણના સાર્વત્રિક નિયમમાં આપણે કહીએ છીએ કે, કોઈ પણ બે બિંદુવત દ્રવ્યમાનો એકબીજા પર બળ લગાડે છે, જે તેમના દ્રવ્યમાન  $m_1m_2$ ના ગુણાકારના સમપ્રમાણમાં અને તેમની વચ્ચેના અંતર  $r$ ના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે. આપણે તેને  $F = Gm_1m_2/r^2$  વડે દર્શાવીએ છીએ, જ્યાં  $G$  એ ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક અચળાંક છે. તે જ રીતે સ્થિત વિદ્યુતના કુલંબના નિયમ મુજબ, એકબીજાથી  $r$  અંતરે રહેલા બે બિંદુવત વિદ્યુતભારો  $q_1, q_2$  વચ્ચે લાગતું બળ  $F = kq_1q_2/r^2$ , જ્યાં  $k$  એ સપ્રમાણતાનો અચળાંક છે. SI એકમ પદ્ધતિમાં,  $k$ ને  $1/4\pi\epsilon$  વડે દર્શાવવામાં આવે છે જ્યાં  $\epsilon$  એ માધ્યમની પરમિટિવિટી છે. તે જ રીતે ચુંબકત્વમાં, આપણને બીજો અચળાંક મળે છે, જે SI એકમ પદ્ધતિમાં,  $\mu/4\pi$  વડે દર્શાવવામાં આવે છે, જ્યાં  $\mu$  એ માધ્યમની પરમિએબિલિટી છે.

$G, \epsilon$  અને  $\mu$  સપ્રમાણતા અચળાંક તરીકે આવતા હોવા છતાં, ગુરુત્વીય બળ અને વિદ્યુતચુંબકીય બળ વચ્ચે તફાવત છે. ગુરુત્વબળ, વચ્ચેના કોઈ માધ્યમ પર આધાર રાખતું નથી, જ્યારે વિદ્યુતચુંબકીય બળ એ વિદ્યુતભારો કે ચુંબકો વચ્ચેના માધ્યમ પર આધાર રાખે છે. આમ,  $G$  સાર્વત્રિક અચળાંક છે, જ્યારે  $\epsilon$  અને  $\mu$  માધ્યમ પર આધારિત છે. જુદા જુદા માધ્યમમાં તેમના મૂલ્યો અલગ હોય છે. ગુણાકાર  $\epsilon\mu$  એ તે માધ્યમમાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગના વેગ  $v$  સાથે  $\epsilon\mu = 1/v^2$  સમીકરણ દ્વારા સંકળાયેલ છે.

વિદ્યુત પરમિટિવિટી  $\epsilon$  એવી ભૌતિક રાશી છે કે જે વિદ્યુતક્ષેત્ર માધ્યમ પર અને માધ્યમ વિદ્યુતક્ષેત્ર પર કેવી અસર કરે છે તે દર્શાવે છે. વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર હેઠળ આપેલ દ્રવ્યની પોલરાઈઝ (ધ્રુવીભૂત) થવાની અને એ રીતે વિદ્યુતક્ષેત્રને અંશતઃ નાબૂદ કરવાની ક્ષમતા વડે નક્કી થાય છે. તે જ રીતે ચુંબકીય પરમિએબિલિટી  $\mu$  એ ચુંબકીયક્ષેત્રમાં દ્રવ્યની ચુંબકત્વ મેળવવા (ધારણ કરવા)ની ક્ષમતા દર્શાવે છે. તે, દ્રવ્ય કેટલી માત્રામાં ચુંબકીયક્ષેત્ર મેળવી શકશે તેનું માપ છે.

**ઉદાહરણ 4.1** 200 ગ્રામ દળનો અને 1.5 m લંબાઈનો એક સીધો તાર 2 A વિદ્યુતપ્રવાહ ધરાવે છે. તેને સમક્ષિતિજ અને સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$  (આકૃતિ 4.3)માં હવામાં લટકતો (Suspended) રાખેલ છે. ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?



આકૃતિ 4.3

ઉકેલ સમીકરણ (4.4) પરથી, આપણને ઉર્ધ્વદિશામાં લાગતું  $I/B$  મૂલ્યનું બળ મળે. હવામાં લટકવા માટે, આ બળ ગુરુત્વીય બળને સમતોલતું હોવું જોઈએ :

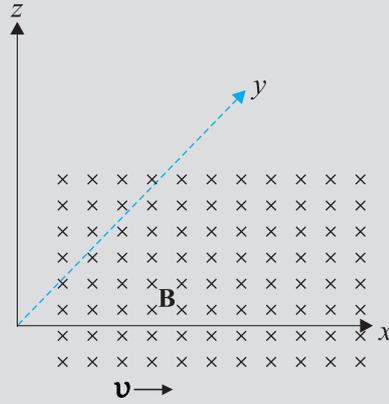
$$mg = I/B$$

$$B = \frac{mg}{I}$$

$$= \frac{0.2 \times 9.8}{2 \times 1.5} = 0.65 \text{ T}$$

નોંધો કે તારની એકમ લંબાઈ દીઠ દ્રવ્યમાન  $m/l$  આપેલ હોત તો તે પણ પુરતું હતું. પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર આશરે  $4 \times 10^{-5} \text{ T}$  છે, જે આપણે અવગણ્યું છે.

ઉદાહરણ 4.2 જો ચુંબકીયક્ષેત્ર ધન  $y$ -અક્ષને સમાંતર હોય અને વિદ્યુતભારિત કણ ધન  $x$ -અક્ષ પર ગતિ કરતો હોય (આકૃતિ 4.4), તો (a) ઈલેક્ટ્રોન (ઋણ વિદ્યુતભાર), (b) પ્રોટોન (ધન વિદ્યુતભાર) પર કઈ દિશામાં લોરેન્ઝ બળ લાગશે ?



આકૃતિ 4.4

ઉકેલ : કણનો વેગ  $\mathbf{v}$ ,  $x$ -અક્ષ પર છે, જ્યારે ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ ,  $y$ -અક્ષ પર છે. આથી,  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  એ  $z$ -અક્ષ પર (સ્ક્રૂનો નિયમ અથવા જમણા હાથના અંગૂઠાનો નિયમ) હોય. આમ, (a) ઈલેક્ટ્રોન માટે તે  $-z$  અક્ષ પર હશે, જ્યારે (b) ધન વિદ્યુતભાર (પ્રોટોન) માટે આ બળ  $+z$  અક્ષ પર હશે.



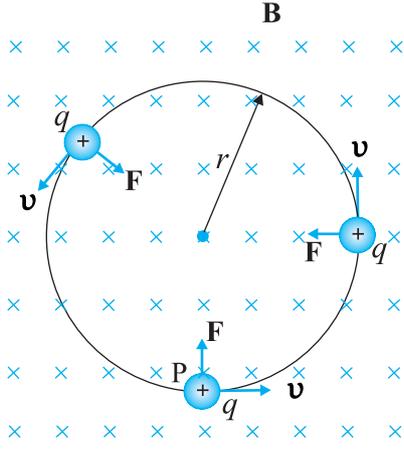
Charged particles moving in a magnetic field. Interactive demonstration :  
<http://www.phys.hawaii.edu/~teb/optics/java/partmagn/index.html>

ઉદાહરણ 4.1

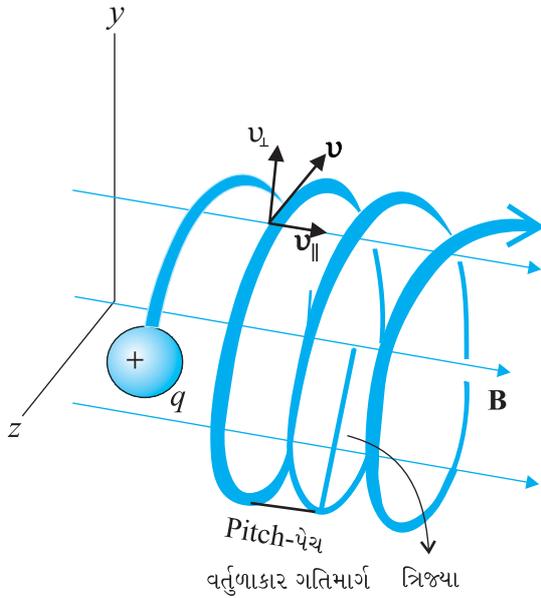
ઉદાહરણ 4.2

### 4.3 ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ (MOTION IN A MAGNETIC FIELD)

હવે આપણે ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા વિદ્યુતભારનો વિગતવાર અભ્યાસ કરીશું. યંત્રશાસ્ત્ર (ધોરણ XI, ના પુસ્તક, પ્રકરણ-6)માં આપણે શીખ્યા કે જો કણ પર લાગતા બળનો ઘટક, કણની ગતિની દિશા (કે તેથી વિરુદ્ધ)માં હોય તો જ બળ વડે કાર્ય થાય. ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા વિદ્યુતભારના



આકૃતિ 4.5 વર્તુળમય ગતિ



આકૃતિ 4.6 હેલીકલ ગતિ

કિસ્સામાં, ચુંબકીય બળ કણના વેગને લંબરૂપે લાગે છે. આથી કોઈ કાર્ય થતું નથી અને વેગના મૂલ્યમાં કોઈ ફેર પડતો નથી (બલે તેના વેગમાનની દિશામાં ફેરફાર થતો હોય). [નોંધો કે આ વિદ્યુતક્ષેત્રના કારણે લાગતા બળ  $q\mathbf{E}$  જેવું નથી, જેના ઘટકો ગતિની દિશાને સમાંતર (કે પ્રતિસમાંતર) હોઈ શકે અને તેથી વેગમાનની સાથે ઊર્જાનો પણ ફેરફાર કરી શકે.]

હવે આપણે સમાન (નિયમિત) ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા વિદ્યુતભારને ધ્યાનમાં લઈશું. પ્રારંભમાં  $\mathbf{v}$  એ  $\mathbf{B}$ ને લંબરૂપે હોય તેમ ધારીએ. લંબરૂપે લાગતું બળ,  $q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ , કેન્દ્રગામી બળ તરીકે વર્તે છે અને તે ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબરૂપે વર્તુળમય ગતિ કરાવે છે. જો  $\mathbf{v}$  અને  $\mathbf{B}$  એકબીજાને લંબરૂપે હોય તો કણનો માર્ગ વર્તુળાકાર હશે (આકૃતિ 4.5).

જો વેગનો કોઈ ઘટક,  $\mathbf{B}$  ને સમાંતર કે પ્રતિસમાંતર હોય તો ગતિ દરમ્યાન, ચુંબકીય ક્ષેત્રની કોઈ અસર થતી ન હોવાથી આ ઘટક બદલાતો નથી.  $\mathbf{B}$ ને લંબરૂપે રહેલા સમતલમાં ગતિ અગાઉ જણાવ્યા મુજબ વર્તુળમય હોય છે; આથી સર્પિલ (હેલીકલ, Helical) ગતિ ઉદ્ભવે છે (આકૃતિ 4.6).

અગાઉના ધોરણ (ધોરણ XI, પ્રકરણ-4)માં તમે ભણી ગયા છો કે, જો કણના વર્તુળાકાર ગતિમાર્ગની ત્રિજ્યા  $r$  હોય, તો  $mv^2/r$  જેટલું બળ વર્તુળાકાર માર્ગને લંબરૂપે કેન્દ્ર તરફ લાગે છે, જેને કેન્દ્રગામી બળ કહે છે. જો વેગ  $\mathbf{v}$ , ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ ને લંબરૂપે હોય તો ચુંબકીય બળ  $\mathbf{v}$  અને  $\mathbf{B}$  બંનેને લંબરૂપે કેન્દ્રગામી બળની જેમ લાગે છે. તેનું મૂલ્ય  $qvB$  જેટલું હોય છે. કેન્દ્રગામી બળના બંને સમીકરણો સરખાવતાં,

$$mv^2/r = qvB, \text{ જે પરથી}$$

$$r = mv / qB \quad (4.5)$$

જે વિદ્યુતભારિત કણના વર્તુળાકાર માર્ગની ત્રિજ્યા છે. વેગમાન વધે તેમ ત્રિજ્યા મોટી થાય છે અને વર્તુળાકાર માર્ગ મોટો બને છે. જો કોણીય આવૃત્તિ  $\omega$  હોય, તો  $v = \omega r$ . આથી,

$$\omega = 2\pi v = qB/m \quad [4.6(a)]$$

જે વેગ કે ઊર્જા પર આધાર રાખતી નથી. અહીંયા  $v$  એ પરિભ્રમણની આવૃત્તિ છે. અહીં,  $v$  ઊર્જા પર આધાર રાખતી નથી એ બાબત સાયકલોટ્રોનની રચનામાં ખૂબ જ ઉપયોગી છે. (જુઓ વિભાગ 4.4.2).

એક પરિભ્રમણ માટે લાગતો સમય  $T = 2\pi/\omega = 1/v$  છે. જો વેગને ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં કોઈ ઘટક ( $v_{\parallel}$  વડે દર્શાવેલ) હોય, તો તે કણને આ ક્ષેત્રની દિશામાં ગતિ કરાવશે અને કણનો ગતિમાર્ગ હેલીકલ હશે (આકૃતિ 4.6). એક પરિભ્રમણ દરમ્યાન ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં કાપેલું અંતર પેચ (પીચ, Pitch)  $p$  કહેવાય છે. સમીકરણ [4.6(a)]નો ઉપયોગ કરતાં

$$p = v_{\parallel} T = 2\pi m v_{\parallel} / qB \quad [4.6(b)]$$

ગતિના વર્તુળાકાર ઘટકની ત્રિજ્યાને હેલીક્સની ત્રિજ્યા કહે છે.

**ઉદાહરણ 4.3**  $6 \times 10^{-4}$  T જેટલા ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબરૂપે  $3 \times 10^7$  m/sની ઝડપથી ગતિ કરતા ઈલેક્ટ્રોન (દ્રવ્યમાન  $9 \times 10^{-31}$  kg અને વિદ્યુતભાર  $1.6 \times 10^{-19}$  C)ના માર્ગની ત્રિજ્યા કેટલી હશે ? તેની (પરિભ્રમણ) આવૃત્તિ કેટલી હશે ? તેની ઊર્જા keVમાં શોધો. ( $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19}$  J) ઉકેલ સમીકરણ (4.5)નો ઉપયોગ કરતાં

$$r = mv/(qB) = 9 \times 10^{-31} \text{ kg} \times 3 \times 10^7 \text{ m/s} / (1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 6 \times 10^{-4} \text{ T})$$

$$= 28.12 \times 10^{-2} \text{ m} = 28.12 \text{ cm}$$

$$v = v/(2\pi r) = 17 \times 10^6 \text{ s}^{-1} = 17 \times 10^6 \text{ Hz} = 17 \text{ MHz}$$

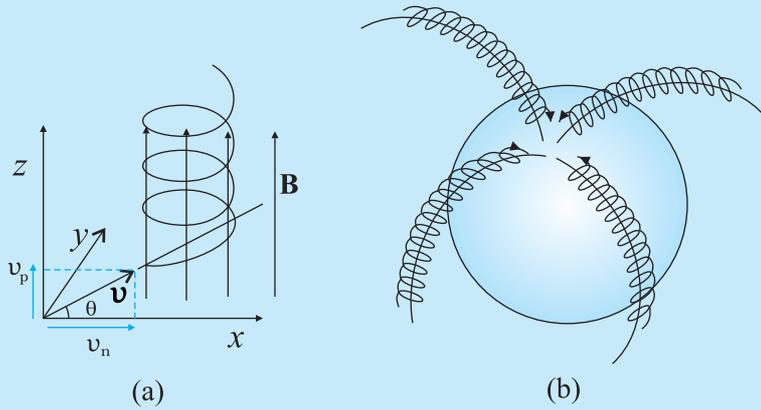
$$E = (1/2)mv^2 = (1/2)9 \times 10^{-31} \text{ kg} \times 9 \times 10^{14} \text{ m}^2/\text{s}^2 = 40.5 \times 10^{-17} \text{ J}$$

$$\approx 4 \times 10^{-16} \text{ J} = 2.5 \text{ keV}$$

## વિદ્યુતભારિત કણોની હેલીકલ ગતિ અને ઓરોરા બોરિઆલીસ (HELICAL MOTION OF CHARGED PARTICLES AND AURORA BOREALIS)

અલાસ્કા અને ઉત્તર કેનેડા જેવા ધ્રુવ પ્રદેશોમાં, રંગબેરંગી અદ્ભુત નજારો અવકાશમાં જોવા મળે છે. નૃત્ય કરતા લીલા-ગુલાબી રંગના પ્રકાશના નયનરમ્ય નજારો આકર્ષક છે અને એટલા જ કોયડારૂપ છે. આ કુદરતી ઘટનાની સમજૂતી ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં આપણે જે શીખ્યા છીએ તેના પદમાં જાણવા મળી છે.

ધારોકે  $m$  દળ અને  $q$  વિદ્યુતભાર ધરાવતો એક વિદ્યુતભારિત કણ, પ્રારંભિક વેગ  $\mathbf{v}$  થી ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ માં પ્રવેશે છે. ધારો કે તેના વેગનો ચુંબકીયક્ષેત્રને સમાંતર ઘટક  $v_p$  અને લંબઘટક  $v_n$  છે. ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં આ કણ પર કોઈ બળ લાગતું નથી. તેથી આ કણ  $v_p$  વેગથી ચુંબકીયક્ષેત્રને સમાંતર ગતિ ચાલુ રાખે છે. તેના વેગના લંબ ઘટક  $v_n$ ના કારણે લોરેન્ઝ બળ ( $\mathbf{v}_n \times \mathbf{B}$ ) લાગે છે જે,  $v_n$  અને  $\mathbf{B}$  બંનેને લંબરૂપે હોય છે. વિભાગ 4.3.1માં જોયું તે મુજબ કણ ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબ સમતલમાં વર્તુળાકાર ગતિ કરવાનું વલણ ધરાવે છે. આ ગતિ ચુંબકીયક્ષેત્રને સમાંતર ગતિ સાથે સંકળાય એટલે આકૃતિ (a)માં દર્શાવ્યા મુજબ પરિણામી ગતિપથ સર્પિલ (હેલીક્સ, Helix) આકારનો બને છે. જો ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખા વળે, તો પણ હેલીકલ માર્ગે ગતિ કરતો કણ સપડાયેલો (બંધીત, Trapped) રહીને આ ક્ષેત્રરેખાની આસપાસ ગતિ કરે છે. લોરેન્ઝ બળ દરેક બિંદુએ વેગને લંબરૂપે હોવાથી, ચુંબકીયક્ષેત્ર કણ પર કોઈ કાર્ય કરતું નથી અને વેગનું માન એક સરખું રહે છે.



જ્યારે સૌર જવાળાઓ સક્રિય થાય, ત્યારે સૂર્યમાંથી મોટા પ્રમાણમાં ઈલેક્ટ્રોન્સ અને પ્રોટોન્સ ઉત્સર્જિત થાય છે. તેમાંના કેટલાક પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રમાં સપડાઈને (ટ્રેપ થઈને) ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ પર હેલીકલ માર્ગે ગતિ કરે છે. ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ ચુંબકીય ધ્રુવો પાસે આકૃતિ (b)માં દર્શાવ્યા મુજબ એક બીજાની નજીક આવે છે. આથી ધ્રુવો પાસે વિદ્યુતભારોની ઘનતા વધે છે. આ વિદ્યુતભારિત કણો વાતાવરણના અણુ અને પરમાણુઓ સાથે અથડામણ અનુભવે છે. ઉત્તેજિત થયેલા ઓક્સિજનના પરમાણુઓ લીલો પ્રકાશ ઉત્સર્જીત કરે છે અને ઉત્તેજિત થયેલા નાઈટ્રોજન પરમાણુઓ ગુલાબી પ્રકાશ ઉત્સર્જીત કરે છે. આ ઘટનાને ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં ઓરોરા બોરિઆલીસ કહે છે.

## 4.4 સંયુક્ત એવા વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રોમાં ગતિ (MOTION IN COMBINED ELECTRIC AND MAGNETIC FIELDS)

### 4.4.1 વેગ પસંદગીકાર (સિલેક્ટર) (Velocity Selector)

તમે જાણો છો કે, વિદ્યુત અને ચુંબકીય એ બંને ક્ષેત્રોની હાજરીમાં  $v$  વેગથી ગતિ કરતો વિદ્યુતભાર  $q$ , સમીકરણ (4.3) મુજબ બળ અનુભવે છે, એટલે કે,

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_B$$

આકૃતિ 4.7માં દર્શાવ્યા મુજબ, આપણે એક સામાન્ય કિસ્સો વિચારીએ કે જેમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો એકબીજાને લંબરૂપે હોય અને તે બંને કણના વેગને પણ લંબરૂપે હોય. આથી,

$$\mathbf{F}_E = q\mathbf{E} = qE\hat{\mathbf{j}} \text{ અને } \mathbf{F}_B = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = q(v\hat{\mathbf{i}} \times B\hat{\mathbf{k}}) = -qvB\hat{\mathbf{j}}$$

$$\text{જે પરથી, } \mathbf{F} = q(\mathbf{E} - vB)\hat{\mathbf{j}}$$

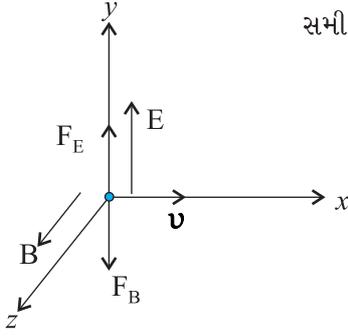
આમ, આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ વિદ્યુત અને ચુંબકીય બળો વિરુદ્ધ દિશામાં લાગે છે. ધારોકે, આપણે  $\mathbf{E}$  અને  $\mathbf{B}$ ના મૂલ્યો એવા રાખીએ કે જેથી બંને બળના મૂલ્યો સમાન થાય. તો, વિદ્યુતભાર પરનું કુલ બળ શૂન્ય થશે અને વિદ્યુતભારિત કણ કોઈ પણ કોણાવર્તન પામ્યા વગર આ ક્ષેત્રોમાં ગતિ કરશે. આ ત્યારે શક્ય બને કે જ્યારે

$$qE = qvB \text{ અથવા } v = \frac{E}{B} \quad (4.7)$$

આ શરતનો ઉપયોગ કરીને જુદી જુદી ઝડપથી ગતિ કરતા વિદ્યુતભારોની કિરણાવલિ (શરડા, બીમ)માંથી ચોક્કસ વેગના વિદ્યુતભારિત કણોને (તેમના વિદ્યુતભાર અને દળ પર આધાર રાખ્યા વગર) પસંદ કરી (જુદા પાડી) શકાય. આમ, પરસ્પર લંબ  $E$  અને  $B$  ક્ષેત્રો વેગ પસંદગીકાર તરીકે વર્તે છે. પરસ્પર લંબ ક્ષેત્રોમાંથી ફક્ત  $E/B$  ઝડપ ધરાવતા (વિદ્યુતભારિત) કણો જ કોઈ પણ કોણાવર્તન વગર પસાર થઈ શકે છે. આ પદ્ધતિનો ઉપયોગ 1897માં જે. જે. થોમસને ઈલેક્ટ્રોનના વિદ્યુતભાર અને દળનો ગુણોત્તર ( $e/m$ ) માપવા માટે કર્યો હતો. આ સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ માસ સ્પેક્ટ્રોમીટર (Mass Spectrometer) નામના સાધનમાં થાય છે. જે આયનોને તેમના વિદ્યુતભાર અને દળના ગુણોત્તર મુજબ જુદા પાડવા માટે ઉપયોગી છે.

### 4.4.2 સાર્ઈક્લોટ્રોન (Cyclotron)

સાર્ઈક્લોટ્રોન એ વિદ્યુતભારિત કણો કે આયનોને ઊંચી ઊર્જા સુધી પ્રવેગિત કરવા માટેનું સાધન છે. તેની શોધ E. O. Lawrence અને M. S. Livingston એ 1934માં ન્યુક્લીયસનું બંધારણ જાણવા માટે કરી હતી. સાર્ઈક્લોટ્રોનમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રોનો સંયુક્ત રીતે ઉપયોગ વિદ્યુતભારીત કણોની ઊર્જા વધારવા માટે થાય છે. બંને ક્ષેત્રો એકબીજાને લંબરૂપે હોવાથી તેઓ કોસ્ડ ફીલ્ડ્સ (Crossed Fields) કહેવાય છે. ચુંબકીયક્ષેત્રમાં વિદ્યુતભારિત કણની પરિભ્રમણ આવૃત્તિ તેની ઊર્જા પર આધાર રાખતી નથી, આ હકીકતનો ઉપયોગ સાર્ઈક્લોટ્રોનમાં થાય છે. મોટાભાગના સમય માટે વિદ્યુતભારિત કણો ધાતુના બે અર્ધવર્તુળાકાર-પાત્રો જેવી, તક્તિઓ  $D_1$  અને  $D_2$ માં ગતિ કરે છે, જેમનો આકાર અંગ્રેજી D જેવો હોવાથી તેમને Dees કહે છે. આકૃતિ 4.8માં સાર્ઈક્લોટ્રોનની રૂપરેખા દર્શાવી છે. ધાતુના પાત્રોમાં (વિદ્યુતભારિત) કણ પર વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર થતી નથી કારણ કે તે ડબ્બામાં પ્રવેશી શકતું નથી (વિદ્યુતભાર માટે પાત્ર કવચ તરીકે કાર્ય કરે છે). પરંતુ, ચુંબકીયક્ષેત્ર (વિદ્યુતભારિત) કણ પર લાગે છે અને તેને ડી (Dee)ની અંદર વર્તુળાકાર માર્ગ પર ગતિ કરાવે છે. જેટલી વખત આ કણ એક Deeમાંથી બીજામાં જાય, એટલી દરેક વખત તેના પર વિદ્યુતક્ષેત્રની અસર થાય છે. વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશા આ કણની ગતિ સાથે અનુરૂપ રીતે વારાફરતી ઉલટ સુલટ થયા કરે છે. આ એવી રીતે થાય છે કે જેથી દરેક વખતે આ કણ પ્રવેગિત થાય. દરેક વખતે પ્રવેગના કારણે આ કણની ઊર્જા વધતી જાય છે. જેમ ઊર્જા



આકૃતિ 4.7

વધે તેમ તેના વર્તુળાકાર ગતિ પથની ત્રિજ્યા પણ વધતી જાય છે. આથી, આ માર્ગ સ્પાઈરલ (Spiral) હોય છે.

આયનો અને હવાના અણુઓ વચ્ચેની અથડામણ નિવારવા આ આખી રચના શૂન્યાવકાશિત (Evacuated) કરવામાં આવે છે. ઊંચી આવૃત્તિનું વીજદબાણ બંને Dees વચ્ચે લગાડવામાં આવે છે. આકૃતિ 4.8માં દર્શાવેલ રૂપ રેખા મુજબ, કેન્દ્ર P પાસે ધન આયનો કે ઋણ વિદ્યુતભારિત કણો (દા.ત. પ્રોટોન્સ)ને મુક્ત કરવામાં આવે છે. તે કોઈ પણ એક Deeમાં અર્ધવર્તુળાકાર માર્ગે ગતિ કરીને બે Dee વચ્ચેની જગ્યા (Gap)માં T/2 સમય અંતરાલમાં આવે છે, જ્યાં, T એ એક પરિભ્રમણ માટેનો સમય છે, જે સમીકરણ (4.6) પરથી

$$T = \frac{1}{\nu_c} = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$\text{અથવા } \nu_c = \frac{qB}{2\pi m} \quad (4.8)$$

મળે છે. આ આવૃત્તિને દેખીતી રીતે સાઈક્લોટ્રોન આવૃત્તિ કહે છે જેને  $\nu_c$  વડે દર્શાવાય છે.

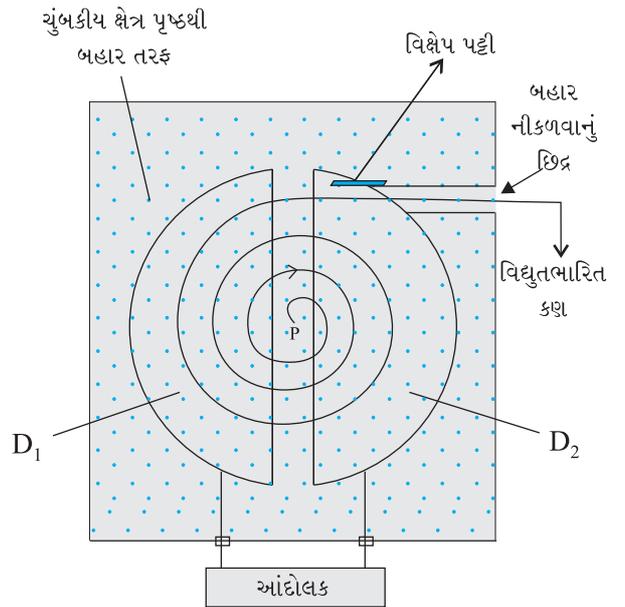
આપેલ વિદ્યુતદબાણની આવૃત્તિ  $\nu_a$  બદલીને એવી રાખવામાં આવે છે કે જેથી જ્યારે આયનો અડધું પરિભ્રમણ પુરું કરે ત્યારે Dee પરના ધ્રુવની દિશા બદલાય.  $\nu_a = \nu_c$  હોવા માટેની જરૂરીયાતને અનુનાદ (Resonance) શરત કહે છે. વિદ્યુતસ્રોત (વીજ સપ્લાય)ની કળા એવી રીતે બદલવામાં આવે છે કે જેથી જ્યારે પણ ધન આયનો  $D_1$ ની ધાર પર આવે ત્યારે  $D_2$  ઓછા (ઋણ) વીજદબાણ પર હોય કે જેથી, આયનો પ્રવેગિત થાય. ડી (Dee)ની અંદર વિદ્યુતક્ષેત્રથી મુક્ત અવકાશમાં આયનો ગતિ કરે છે. જેટલી વખત આયનો એક ડી (Dee)માંથી બીજામાં જાય ત્યારે તેમની ઊર્જામાં થતો વધારો eV (જ્યાં V એ તે સમયે બંને Dee વચ્ચેનું વીજદબાણ છે) જેટલો હોય છે. સમીકરણ (4.5) પરથી જોઈ શકાય કે જેટલી વખત તેમની ગતિ ઊર્જા વધે, તેટલી વખત તેમના (વર્તુળમય) માર્ગની ત્રિજ્યા વધતી જાય છે. જ્યાં સુધી આયનો એટલી ઊર્જા પ્રાપ્ત ન કરે કે જેથી તેમના ગતિમાર્ગની ત્રિજ્યા Dees જેટલી ન થાય, ત્યાં સુધી જેટલી વખત તેઓ એક Deeમાંથી બીજી Deeમાં જાય ત્યારે તે પ્રવેગિત થતા રહે છે. ત્યાર બાદ તેઓ ચુંબકીયક્ષેત્ર વડે કોણાવર્તન અનુભવે છે અને (બહાર નીકળવાના) છિદ્ર (Slit)માંથી આ પ્રણાલીની બહાર નીકળી જાય છે. સમીકરણ (4.5) પરથી આપણને

$$v = \frac{qBR}{m} \quad (4.9)$$

મળે. જ્યાં, R એ બહાર નીકળતી વખતે તેમના ગતિમાર્ગની ત્રિજ્યા છે, જે Deesની ત્રિજ્યા જેટલી હોય છે. આથી, આયનોની ગતિ ઊર્જા,

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m} \quad (4.10)$$

સાઈક્લોટ્રોનનું કાર્ય એ હકીકત પર આધારિત છે કે જેમાં આયનના એક પરિભ્રમણ માટે લાગતો સમય તેની ઝડપ કે તેની ભ્રમણ કક્ષાની ત્રિજ્યા પર આધાર રાખતો નથી. સાઈક્લોટ્રોનનો ઉપયોગ, તેના દ્વારા પ્રવેગિત થયેલા ઊંચી ઊર્જાવાળા કણો (આયનો)ને ન્યુક્લિયસ પર પ્રતાડિત (બોમ્બાર્ડ) કરીને પરિણામે થતી ન્યુક્લિયર પ્રક્રિયાનો અભ્યાસ કરવા માટે થાય છે. તેનો ઉપયોગ ઘન પદાર્થોમાં બીજા આયનો ઘુસાડીને (Implant કરીને) તેમના ગુણધર્મો બદલવા



**આકૃતિ 4.8** સાઈક્લોટ્રોનની રૂપરેખા. ઉદ્ગમ Pમાંથી ઉત્સર્જિત થતા વિદ્યુતભારિત કણો કે આયનો, સમાન લંબ ચુંબકીયક્ષેત્ર Bના કારણે,  $D_1$  અને  $D_2$ માં વર્તુળાકાર માર્ગે ગતિ કરે છે. ઉલટ સુલટ થતું વીજદબાણ આ આયનોને પ્રવેગિત કરીને તેમની ઝડપ વધારે છે. અંતમાં આ આયનોને બહાર નીકળવાના માર્ગ પાસેથી મેળવી (ઝડપી) લેવામાં આવે છે.

માટે અથવા નવા પ્રકારના દ્રવ્યો બનાવવા (સિન્થેસાઈઝ કરવા) માટે પણ થાય છે. તેનો ઉપયોગ હોસ્પિટલોમાં રેડિયોએક્ટિવ પદાર્થો બનાવવા માટે થાય છે, જે રોગ નિદાન અને તેના નિવારણ માટે ઉપયોગી છે.

**ઉદાહરણ 4.4** એક સાઈક્લોટ્રોનની દોલન આવૃત્તિ 10 MHz છે. પ્રોટોન્સને પ્રવેગિત કરવા માટે કેટલું ચુંબકીયક્ષેત્ર જરૂરી છે ? જો Deesની ત્રિજ્યા 60 cm હોય, તો આ પ્રવેગક વડે ઉત્પન્ન થયેલા પ્રોટોનની કિરણાવલિ (બીમ)ની ગતિઊર્જા કેટલી હશે ?

$$(e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}, m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}, 1 \text{ MeV} = 1.6 \times 10^{-13} \text{ J})$$

ઉકેલ દોલન આવૃત્તિ, પ્રોટોનની સાઈક્લોટ્રોન આવૃત્તિ જેટલી હોવી જોઈએ. સમીકરણ (4.5) અને [4.6(a)] પરથી

$$B = 2\pi m v / q = 6.3 \times 1.67 \times 10^{-27} \times 10^7 / (1.6 \times 10^{-19}) = 0.66 \text{ T}$$

પ્રોટોનનો અંતિમ વેગ

$$v = r \times 2\pi \nu = 0.6 \text{ m} \times 6.3 \times 10^7 = 3.78 \times 10^7 \text{ m/s છે.}$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = 1.67 \times 10^{-27} \times 14.3 \times 10^{14} / (2 \times 1.6 \times 10^{-13}) = 7.46 \text{ MeV}$$

### ભારતમાં પ્રવેગકો (ACCELERATORS IN INDIA)

પ્રવેગક આધારિત સંશોધન (રીસર્ચ)માં ભારત પહેલેથી પ્રવેશેલું છે. સ્વપ્નદ્રષ્ટા ડૉ. મેઘનાથ સહાએ, 1953માં કોલકતામાં, સહા ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઓફ ન્યુક્લિઅર ફિઝિક્સમાં 37”નું સાઈક્લોટ્રોન બનાવ્યું હતું. આના પછી આવા ઘણા બધા કોક્રોફ્ટ-વોલ્ટન (Cockroft-Walton) પ્રકારના પ્રવેગકોની શ્રેણી ટાટા ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઓફ ફંડામેન્ટલ રિસર્ચ (TIFR), મુંબઈ, અલીગઢ મુસ્લિમ યુનિવર્સિટી (AMU), અલિગઢ, બોઝ ઈન્સ્ટીટ્યુટ, કોલકાતા અને આન્ધ્ર યુનિવર્સિટી, વોલ્ટર(વિશાખાપટ્ટનમ)માં રચાઈ હતી.

ઓગણીસસો સાઈઠ (~1960)ના દશકમાં ઘણાં બધાં વાન ડી ગ્રાફ જનરેટર બન્યા : 5.5 MVનું ટર્મિનલ મશીન ભાભા એટમિક રિસર્ચ સેન્ટર (BARC), મુંબઈ (1963); એક 2 MVનું ટર્મિનલ મશીન ઈન્ડિયન ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઓફ ટેકનોલોજી (IIT), કાનપુરમાં; એક 400 kVનું ટર્મિનલ મશીન બનારસ હિન્દુ યુનિવર્સિટી (BHV), વારાણસીમાં; અને પંજાબ યુનિવર્સિટી, પતિયાલામાં બન્યા. એક 66 cmનું સાઈક્લોટ્રોન USAની રોચસ્ટર યુનિવર્સિટીએ દાનમાં આપ્યું હતું, જે પંજાબ યુનિવર્સિટી, ચંદીગઢમાં કાર્યરત થયું હતું. પુના યુનિવર્સિટી, પુનામાં એક નાનું ઈલેક્ટ્રોન પ્રવેગક બનાવવામાં આવ્યું હતું.

સિત્તેર અને એંસીના દાયકામાં મોટા પાયે શરૂઆત કરવા, વેરીએબલ એનર્જી સાઈક્લોટ્રોન સેન્ટર (VECC), કોલકાતામાં વેરીએબલ એનર્જી (બદલી શકાય તેવી ઊર્જાના) સાઈક્લોટ્રોનની સ્વદેશી રચના કરવામાં આવી; BARCમાં 2 MVનું ટેન્ડમ વાન ડી ગ્રાફ જનરેટર ઊભુ કરવામાં આવ્યું તથા TIFRમાં 14 MVનું ટેન્ડમ (Tandem) પેલેટ્રોન એક્સીલરેટર (પ્રવેગક) સ્થાપિત કરવામાં આવ્યું.

ત્યાર બાદ યુનિવર્સિટી ગ્રાન્ટ્સ કમિશન (UGC) દ્વારા, આંતર યુનિવર્સિટી ઉપયોગીતા માટે ઈન્ટર યુનિવર્સિટી એક્સિલરેટર સેન્ટર (IUAC), ન્યુ દિલ્હીમાં 15 MVનું ટેન્ડમ પેલેટ્રોન સ્થાપિત કરવામાં આવ્યું; એક 3 MVનું ટેન્ડમ પેલેટ્રોન ભૂવનેશ્વરના ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઓફ ફિઝિક્સમાં; અને બે 1.7 MVના ટેન્ડ્રોનને હૈદરાબાદ સ્થિત એટોમિક મિનરલ્સ ડાઈરેક્ટોરેટ ફોર એક્સપ્લોરેશન એન્ડ રિસર્ચ તથા કલ્પકમ સ્થિત ઈન્દિરા ગાંધી સેન્ટર ફોર એટોમિક રિસર્ચ ખાતે સ્થાપિત કરવામાં આવ્યા. TIFR અને IUAC બંને એ આયનોને વધુ ઊંચી ઊર્જા સુધી પ્રવેગિત કરવા માટે સુપરકન્ડક્ટીંગ LINAC ઉમેરીને મોડ્યુલ્સનો સગવડતામાં વધારો કર્યો છે.

આ આયન પ્રવેગકો ઉપરાંત, ડિપાર્ટમેન્ટ ઓફ એટમિક એનર્જી (DAE) એ બીજા ઘણા ઈલેક્ટ્રોન પ્રવેગકો વિકસાવ્યા છે. ઈન્દોર સ્થિત, રાજા રામન્ના સેન્ટર ફોર એડવાન્સ્ડ ટેકનોલોજીસ ખાતે એક 2 MeVના સિન્ક્રોટ્રોન રેડિએશન સોર્સનું કાર્યરત છે.

એક્સિલરેટર ડ્રીવન સિસ્ટિમ્સ (ADS)ને ડિપાર્ટમેન્ટ ઓફ એટમિક એનર્જી ભવિષ્યના પાવર ઉત્પાદન અને આશુ ઊર્જા માટે જરૂરી વિખંડનિય દ્રવ્યના સંવર્ધન કેન્દ્રો તરીકે ગણી રહ્યું છે.

#### 4.5 વિદ્યુતપ્રવાહ ખંડના કારણે મળતું ચુંબકીયક્ષેત્ર, બાયો-સાવરનો નિયમ (MAGNETIC FIELD DUE TO A CURRENT ELEMENT, BIOT-SAVART LAW)

આપણે જેટલા ચુંબકીયક્ષેત્રો જાણીએ છીએ તે કાં તો વિદ્યુતપ્રવાહ (અથવા ગતિમાન વિદ્યુતભારો)ના કારણે અથવા કણોની આંતરિક / પ્રાકૃતિક ચુંબકીય ચાકમાત્રાઓના કારણે હોય છે. અહીં આપણે વિદ્યુતપ્રવાહ અને તેના કારણે ઉત્પન્ન થતા ચુંબકીયક્ષેત્ર વચ્ચેના સંબંધનો અભ્યાસ કરીશું. તે બાયોસાવરના નિયમ વડે આપવામાં આવે છે. આકૃતિ 4.9માં વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત વાહક XY દર્શાવ્યો છે. આ વાહકનો અતિ સૂક્ષ્મ ખંડ  $dI$  ધ્યાનમાં લો. આ ખંડના કારણે તેનાથી  $r$  અંતરે આવેલા બિંદુ P પાસે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધવું છે. ધારો કે  $dI$  અને સ્થાનાંતર સદિશ  $r$  વચ્ચેનો કોણ  $\theta$  છે. બાયોસાવરના નિયમ મુજબ, ચુંબકીયક્ષેત્ર  $dB$ નું મૂલ્ય વિદ્યુતપ્રવાહ I અને ખંડ લંબાઈ  $|dI|$ ના સમપ્રમાણમાં તથા અંતર  $r$  ના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે. તેની દિશા  $dI$  અને  $r$ ને સમાવતા સમતલને લંબ રૂપે હોય છે. આમ, સદિશ સ્વરૂપે,

$$\begin{aligned} dB &\propto \frac{Idl \times r}{r^3} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \times r}{r^3} \end{aligned} \quad [4.11(a)]$$

જ્યાં,  $\mu_0/4\pi$  એ સપ્રમાણતાનો અચળાંક છે.  
શૂન્યાવકાશ માટે ઉપરનું સમીકરણ લાગુ પડે છે.  
આ ક્ષેત્રનું મૂલ્ય

$$|dB| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2} \quad [4.11(b)]$$

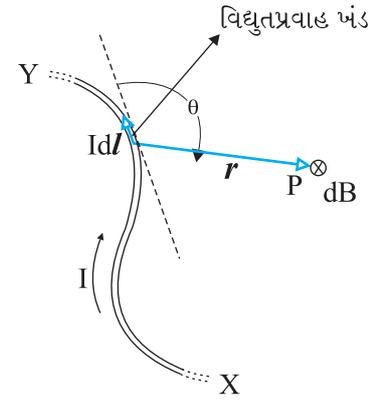
જ્યાં, આપણે સદિશ ગુણાકારના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કર્યો છે. સમીકરણ [4.11(a)] આપણા માટે ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂળભૂત સમીકરણ રચે છે. SI એકમોમાં સપ્રમાણતા અચળાંકનું ચોક્કસ મૂલ્ય

$$\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ T m/A} \quad [4.11(c)]$$

છે. આપણે  $\mu_0$ ને મુક્ત અવકાશ (કે શૂન્યાવકાશ) ની પરમીએબિલિટી કહીએ છીએ.

ચુંબકીયક્ષેત્ર માટેનો બાયોસાવરનો નિયમ, સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે કુલંબના નિયમ સાથે કેટલીક સામ્યતાઓ તેમજ કેટલીક વિષમતાઓ દર્શાવે છે. જેમાંની કેટલીક આ મુજબ છે :

- બંને લાંબા અંતર (Long Range) સુધી લાગે છે, કારણ કે બંને ઉદ્ગમથી આપેલ બિંદુ સુધીના અંતરના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણ પર આધાર રાખે છે.  
સંપાતપણાનો સિદ્ધાંત બંને ક્ષેત્રો માટે લાગુ પડે છે. [આ સંદર્ભમાં નોંધો કે, જેવી રીતે સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર તેના ઉદ્ગમ, વિદ્યુતભારના રેખીય સમપ્રમાણમાં છે તે જ રીતે ચુંબકીયક્ષેત્ર તેના ઉદ્ગમ  $Idl$ ના રેખીય સમપ્રમાણમાં હોય છે.]
- સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર અદિશ ઉદ્ગમ, એટલે કે વિદ્યુતભાર વડે ઉદ્ભવે છે. ચુંબકીયક્ષેત્ર સદિશ ઉદ્ગમ  $Idl$  વડે ઉદ્ભવે છે.



આકૃતિ 4.9 બાયોસાવરના નિયમનું દ્રષ્ટાંત. વિદ્યુતપ્રવાહ ખંડ  $Idl$  તેનાથી  $r$  અંતરે ચુંબકીયક્ષેત્ર  $dB$  ઉત્પન્ન કરે છે.  $\otimes$  ચિહ્ન દર્શાવે છે કે આ ક્ષેત્ર પુસ્તકના પાનાના સમતલને લંબરૂપે તથા તેની અંદરની દિશામાં છે.

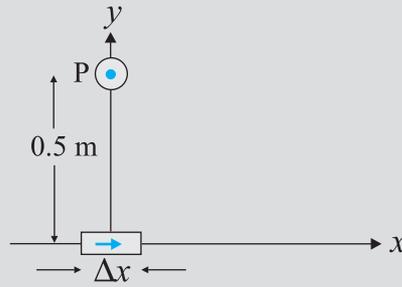
\*  $dI \times r$ ની દિશા જમણા હાથના સ્ક્રૂના નિયમ વડે પણ અપાય છે. સદિશો  $dI$  અને  $r$ ને સમાવતું સમતલ જુઓ. પહેલા સદિશથી બીજા સદિશ તરફ જવાનું કલ્પો. જો આ ગતિ વિષમઘડી હોય, તો પરિણામી સદિશ તમારી તરફ હોય. જો તે સમઘડી હોય, તો પરિણામી સદિશ તમારાથી દૂર તરફ હોય.

- (iii) સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર જે ઉદ્ગમ અને અવકાશમાં રહેલા બિંદુને જોડતા સ્થાનાંતર સદિશની દિશામાં છે. ચુંબકીયક્ષેત્ર, સ્થાનાંતર સદિશ  $r$  અને વિદ્યુતપ્રવાહ ખંડ  $Idl$ ને સમાવતા સમતલને લંબ રૂપે છે.
- (iv) બાયોસાવરનો નિયમ કોણ પર આધારિત છે. જે સ્થિત વિદ્યુતના કિસ્સામાં નથી હોતું. આકૃતિ 4.9માં,  $dI$ ની દિશા (ત્રુટક રેખા વડે દર્શાવેલ)માં આવેલ કોઈ પણ બિંદુએ ચુંબકીયક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે. આ દિશામાં  $\theta=0$ ,  $\sin\theta=0$  અને તેથી સમીકરણ [4.11(a)] પરથી,  $|dB|=0$ . મુક્ત અવકાશની પરમિટીવિટી  $\epsilon_0$ , મુક્ત અવકાશની પરમીએબિલિટી  $\mu_0$  અને શૂન્યાવકાશમાં પ્રકાશની ઝડપ  $c$  વચ્ચે એક રસપ્રદ સંબંધ છે :

$$\epsilon_0\mu_0 = (4\pi\epsilon_0) \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right) = \left(\frac{1}{9 \times 10^9}\right) (10^{-7}) = \frac{1}{(3 \times 10^8)^2} = \frac{1}{c^2}$$

વિદ્યુત ચુંબકીય તરંગોના પ્રકરણ-8માં આ સંબંધ વિશે વધુ ચર્ચા કરીશું. શૂન્યાવકાશમાં પ્રકાશની ઝડપ અચળ હોવાથી,  $\epsilon_0\mu_0$  ગુણાકારનું મૂલ્ય અચળ હોય છે. કોઈ પણ એક  $\epsilon_0$  અથવા  $\mu_0$ નું મૂલ્ય ધારીએ એટલે બીજાનું મૂલ્ય નક્કી થઈ જાય છે. SI એકમોમાં,  $\mu_0$ નું મૂલ્ય  $4\pi \times 10^{-7}$  જેટલું નિશ્ચિત કરેલ છે.

ઉદાહરણ 4.5 સૂક્ષ્મ ખંડ  $\Delta l = \Delta x \hat{i}$  ને ઉદ્ગમ બિંદુ પર મુકેલો છે, અને તેમાંથી મોટો વિદ્યુતપ્રવાહ  $I=10$  A પસાર થાય છે (આકૃતિ 4.10).  $y$ -અક્ષ પર  $0.5$  m અંતરે ચુંબકીયક્ષેત્ર કેટલું હશે?  $\Delta x=1$  cm.



આકૃતિ 4.10

ઉકેલ

$$|dB| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin\theta}{r^2} \text{ [સમીકરણ (4.11) પરથી]}$$

$$dl = \Delta x = 10^{-2} \text{ m}, I = 10 \text{ A}, r = 0.5 \text{ m} = y, \mu_0/4\pi = 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$$

$$\theta = 90^\circ; \sin\theta = 1$$

$$|dB| = \frac{10^{-7} \times 10 \times 10^{-2}}{25 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{-8} \text{ T}$$

ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા  $+z$ -દિશામાં છે. આ એટલા માટે છે કે,

$$d\mathbf{l} \times \mathbf{r} = \Delta x \hat{i} \times y \hat{j} = y\Delta x (\hat{i} \times \hat{j}) = y\Delta x \hat{k}$$

સદિશ ગુણાકાર માટેનો ચક્રિય નિયમ યાદ કરો,

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}; \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}; \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}.$$

નોંધો કે ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય નાનું છે.

હવે પછીના વિભાગમાં આપણે બાયોસાવરના નિયમનો ઉપયોગ વર્તુળાકાર ગાળા વડે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધવા માટે કરીશું.

#### 4.6 વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વર્તુળાકાર પ્રવાહગાળાની અક્ષ પર ચુંબકીયક્ષેત્ર (MAGNETIC FIELD ON THE AXIS OF A CIRCULAR CURRENT LOOP)

આ વિભાગમાં, ગોળાકાર ગુંચળા (Coil) વડે તેની અક્ષ (ધરી) પર ઉદ્ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્રની ગણતરી કરીશું. આ ગણતરીમાં આપણે અગાઉ દર્શાવ્યું તેમ, વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત સૂક્ષ્મ ખંડો ( $I d\mathbf{l}$ ) વડે થતી અસરોનો સરવાળો કરીશું. ધારો કે વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$  સ્થિર છે (બદલાતો નથી) અને આ ગણતરી મુક્ત અવકાશ (શૂન્યાવકાશ)માં કરીએ છીએ.

આકૃતિ 4.11માં સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$  ધારિત ગોળાકાર ગાળો દર્શાવ્યો છે. આ ગાળાની ત્રિજ્યા  $R$  છે. તેમજ તેનું કેન્દ્ર ઉગમબિંદુ  $O$  પર રહે તે રીતે તેને  $y$ - $z$  સમતલમાં મુક્યું છે.  $x$ -અક્ષ એ આ ગાળાની અક્ષ છે. આપણે તેની અક્ષ પર આવેલા  $P$  બિંદુએ ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધવું છે. ધારો કે ગાળાના કેન્દ્ર  $O$ થી  $P$ નું અંતર  $x$  છે.

આ ગાળાનો વાહક ખંડ  $d\mathbf{l}$  ધારો.

તે આકૃતિ 4.11માં દર્શાવેલ છે.  $d\mathbf{l}$ ના કારણે ઉદ્ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્ર  $d\mathbf{B}$ નું માન બાયોસાવરના નિયમ (સમીકરણ 4.11(a)) પરથી મળે છે.

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I |d\mathbf{l} \times \mathbf{r}|}{r^3} \quad (4.12)$$

હવે  $r^2 = x^2 + R^2$ . બીજું, આ ગાળાનો કોઈ પણ ખંડ, તે ખંડથી અક્ષ પર આવેલા બિંદુ સુધીના સ્થાનાંતર સદિશને લંબ હશે. ઉદાહરણ તરીકે, આકૃતિ 4.11માં  $d\mathbf{l}$ એ  $y$ - $z$  સમતલમાં છે જ્યારે  $d\mathbf{l}$ થી અક્ષ પરના બિંદુ  $P$  સુધીનો સ્થાનાંતર સદિશ  $\mathbf{r}$  એ  $x$ - $y$  સમતલમાં છે. આથી  $|d\mathbf{l} \times \mathbf{r}| = r d\mathbf{l}$ . આથી,

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l}}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \quad (4.13)$$

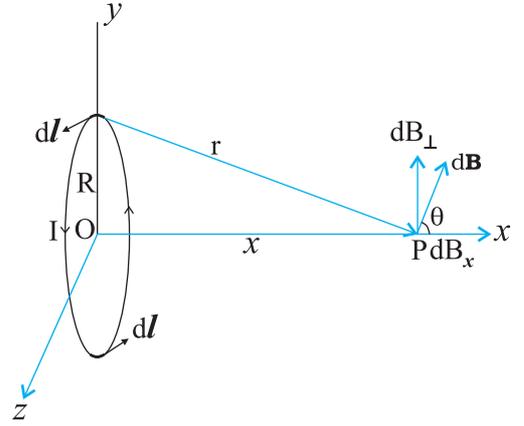
$d\mathbf{B}$ ની દિશા આકૃતિ 4.11માં દર્શાવી છે, જે  $d\mathbf{l}$  અને  $\mathbf{r}$  વડે બનતા સમતલને લંબ છે. તેનો  $x$ -ઘટક  $d\mathbf{B}_x$  છે અને  $x$ -અક્ષને લંબ ઘટક  $d\mathbf{B}_\perp$  છે. જ્યારે  $x$ -અક્ષને લંબ ઘટકોનો સરવાળો કરવામાં આવે, ત્યારે તે એકબીજાને નાબુદ કરે છે અને પરિણામ શૂન્ય મળે છે. ઉદાહરણ તરીકે,  $d\mathbf{l}$ ના કારણે મળતા ઘટક  $d\mathbf{B}_\perp$ નું મૂલ્ય (Contribution) તેના વ્યાસની સામેના આકૃતિ 4.11માં દર્શાવેલા ઘટક વડે મળતા મૂલ્ય વડે નાબુદ થાય છે. આમ, ફક્ત  $x$ -ઘટક જ બચે છે. સંપૂર્ણ ગાળા પર  $d\mathbf{B}_x = d\mathbf{B} \cos \theta$ નું સંકલન કરતાં આપણને  $x$ -દિશા પરનું પરિણામી મૂલ્ય મળે. આકૃતિ 4.11 માટે,

$$\cos \theta = \frac{R}{(x^2 + R^2)^{1/2}} \quad (4.14)$$

( $\because$   $R$  અને  $r$  વચ્ચેનો કોણ પણ  $\theta$  થાય)

સમીકરણ (4.13) અને (4.14) પરથી,

$$d\mathbf{B}_x = \frac{\mu_0 I d\mathbf{l}}{4\pi} \frac{R}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$



આકૃતિ 4.11 વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત  $R$  ત્રિજ્યાના વર્તુળાકાર ગાળાની અક્ષ (ધરી) પર ચુંબકીયક્ષેત્ર. અહીં ચુંબકીયક્ષેત્ર  $d\mathbf{B}$  (સૂક્ષ્મ ખંડ  $d\mathbf{l}$ ના કારણે) અને તેના અક્ષ (ધરી) પરના તેમજ તેને લંબ ઘટકો દર્શાવ્યા છે.

આ ગાળા પર સૂક્ષ્મ ખંડો  $d\ell$ નો સરવાળો ગાળાના પરિઘ  $2\pi R$  જેટલો થાય છે. આથી, સંપૂર્ણ વર્તુળાકાર ગાળા વડે  $P$  બિંદુએ ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર

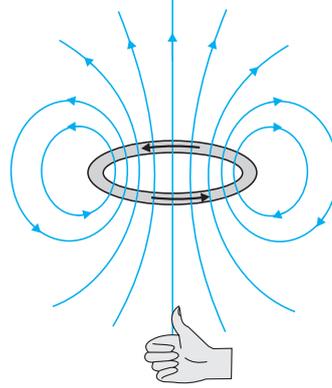
$$\mathbf{B} = B_x \hat{\mathbf{i}} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}} \hat{\mathbf{i}} \quad (4.15)$$

આ પરિણામના વિશિષ્ટ કિસ્સા તરીકે આપણે આ ગાળાના કેન્દ્ર પર ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય મેળવી શકીએ. અહીં  $x=0$  અને તેથી આપણને

$$\mathbf{B}_0 = \frac{\mu_0 I}{2R} \hat{\mathbf{i}} \quad (4.16)$$

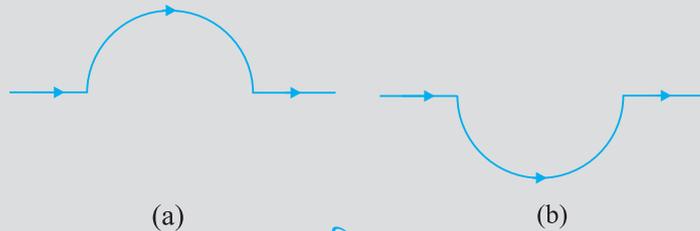
મળે છે. વર્તુળાકાર તારને લીધે ઉદ્ભવતી ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ આકૃતિ 4.12માં દર્શાવ્યા મુજબ બંધ ગાળાઓ રચે છે. ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા (બીજા) જમણા-હાથના અંગુઠાના નિયમ વડે દર્શાવાય છે જે નીચે આપેલ છે :

તમારા જમણા હાથની મુઠી વર્તુળાકાર તારની ફરતે એ રીતે વાળો કે જેથી તમારી આંગળીઓ વિદ્યુતપ્રવાહની દિશામાં હોય. જમણા હાથનો અંગુઠો ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા દર્શાવશે.



**આકૃતિ 4.12** વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગાળા માટે ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ. ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા જમણા-હાથના અંગુઠાના નિયમ વડે મળે છે જે લખાણમાં દર્શાવ્યું છે. ગાળાની ઉપરની બાજુને ચુંબકનો ઉત્તર ધ્રુવ ગણી શકાય જ્યારે નીચેની બાજુને દક્ષિણ ધ્રુવ ગણી શકાય.

**ઉદાહરણ 4.6** આકૃતિ 4.13(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ 12 A વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત સીધા તારને 2 cm ત્રિજ્યાના અર્ધ વર્તુળાકાર ચાપમાં વાળ્યો છે. ધારોકે આ ચાપના કેન્દ્ર પર ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$  છે. (a) સીધા વિભાગો વડે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર કેટલું હશે ? (b) અર્ધવર્તુળાકાર ચાપના કારણે મળતા  $\mathbf{B}$  કરતાં, વર્તુળાકાર ગાળા વડે મળતું ચુંબકીયક્ષેત્ર કઈ રીતે જુદું પડે છે અને કઈ રીતે તેને મળતું આવે છે ? (c) આકૃતિ 4.13(b)માં દર્શાવ્યા મુજબ આ તારને તેટલી જ ત્રિજ્યાના પરંતુ વિરુદ્ધ દિશામાં અર્ધ વર્તુળાકાર ચાપમાં વાળવામાં આવે તો તમારો જવાબ જુદો હશે ?



આકૃતિ 4.13

**ઉકેલ**

- (a) દરેક સીધા ખંડ માટે  $d\mathbf{l}$  અને  $\mathbf{r}$  સમાંતર છે. આથી,  $d\mathbf{l} \times \mathbf{r} = 0$ . સીધા ખંડ  $|\mathbf{B}|$ માં કોઈ ફાળો આપતા નથી.
- (b) અર્ધવર્તુળાકાર ચાપના દરેક ખંડ માટે દરેક  $d\mathbf{l} \times \mathbf{r}$  એકબીજાને સમાંતર છે (આ પુસ્તકના પાનના સમતલની અંદર જતું. આ દરેકનો ફાળો કુલ માનમાં ઉમેરાય છે. આથી અર્ધવર્તુળાકાર ચાપ માટે  $\mathbf{B}$ ની દિશા જમણા હાથના અંગુઠાના નિયમ વડે દર્શાવાય છે અને તેનું મૂલ્ય વર્તુળાકાર ગાળા વડે મળતા માન કરતાં અડધું હોય છે. આમ  $\mathbf{B}$  આ પાનના સમતલને લંબરૂપે અંદરની દિશા તરફ  $1.9 \times 10^{-4} \text{ T}$  જેટલું છે.
- (c)  $\mathbf{B}$ નું માન (b)માં મળતા માન જેટલું જ પરંતુ વિરુદ્ધ દિશામાં મળશે.

ઉદાહરણ 4.6

**ઉદાહરણ 4.7** 10 cm ત્રિજ્યા ધરાવતું અને ખૂબ પાસે રહેલા 100 આંટા ધરાવતું એક ગુંચળું (Coil) ધ્યાનમાં લો, જેમાંથી 1 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. આ ગુંચળાના કેન્દ્રમાં ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?

**ઉકેલ** ગુંચળુ ખૂબ પાસે આંટા ધરાવતું હોવાથી, આપણે દરેક વર્તુળાકાર ઘટક (અંશ)ની ત્રિજ્યા એક સમાન  $R = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$  લઈ શકીએ. આંટાઓની સંખ્યા  $N = 100$  ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10^2 \times 1}{2 \times 10^{-1}} = 2\pi \times 10^{-4} = 6.28 \times 10^{-4} \text{ T}$$

ઉદાહરણ 4.7

### 4.7 એમ્પિયરનો સર્કિટલ (બંધ ગાળાનો) નિયમ (AMPERE'S CIRCUITAL LAW)

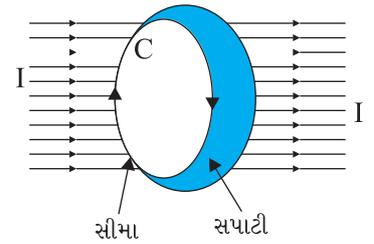
બાયોસાવરના નિયમને વધુ સારી અને સચોટ રીતે દર્શાવવાની બીજી રીત પણ છે. એમ્પિયરના સર્કિટલ નિયમમાં સીમા રેખા ધરાવતી મુક્ત (ખૂલ્લી) સપાટી ધ્યાનમાં લેવામાં આવે છે (આકૃતિ 4.14). આ સપાટીમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. આપણે સીમા રેખાને નાના ખંડોમાં વહેંચાયેલી ગણી શકીએ.  $d\mathbf{l}$  લંબાઈનો આવો એક ખંડ ધ્યાનમાં લો. આ ખંડ માટે આપણે ચુંબકીયક્ષેત્રનો સ્પર્શીય (Tangential) ઘટક  $B_t$  લઈ તેની સાથે આ ખંડની લંબાઈ  $d\mathbf{l}$ નો ગુણાકાર કરીએ (નોંધ :  $B_t d\mathbf{l} = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ ). આવા બધા ગુણાકારોનો સરવાળો કરવામાં આવે છે. આ ખંડો સૂક્ષ્મ થતા જાય અને તેમની સંખ્યા વધતી જાય તે લક્ષ (Limit) વિચારીએ. અહીં સરવાળો સંકલનમાં પરિણમશે. એમ્પિયરનો સર્કિટલ નિયમ જણાવે છે કે આ સંકલન આ સપાટીમાંથી પસાર થતા વિદ્યુતપ્રવાહ અને  $\mu_0$ ના ગુણાકાર જેટલું હશે. એટલે કે,

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I \quad [4.17(a)]$$

જ્યાં,  $I$  એ આ સપાટીમાંથી પસાર થતો કુલ વિદ્યુતપ્રવાહ છે. સંકલન આ સપાટીને સમાવતી સીમા  $C$ ના બંધ ગાળા પર લેવામાં આવે છે. ઉપરનું સમીકરણ, જમણા હાથના નિયમ વડે દર્શાવાતી સંજ્ઞા-પ્રણાલિકા (રુઢિ)નું પાલન કરે છે. જમણા હાથની આંગળીઓને આ સીમા પર જે દિશામાં જવાના હોઈએ તે રીતે વાળો કે જે માટે બંધ ગાળા પર સંકલન  $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$  લીધું છે.

અહીં અંગુઠાની દિશા જે દિશામાં વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$ ને ધન ગણવામાં આવે છે તે દર્શાવે છે.

કેટલાક ઉપયોગો માટે, સમીકરણ 4.17(a)નું વધુ સરળ સ્વરૂપ પુરતું થઈ રહે છે. આવા કિસ્સાઓમાં આપણે એમ ધારીશું કે, એવો બંધ ગાળો (જેને એમ્પિરિયન લૂપ કહે છે) પસંદ કરવાનું શક્ય છે કે જે ગાળાના દરેક બિંદુ માટે, કાં તો



આકૃતિ 4.14



### આન્દ્રે એમ્પિયર

**(Andre Ampere) (1775-1836)**

આન્દ્રે મેરી એમ્પિયર ફ્રેન્ચ ભૌતિક શાસ્ત્રી, ગણિતજ્ઞ અને રસાયણશાસ્ત્રી હતા જેણે વિદ્યુત ગતિ શાસ્ત્રના વિજ્ઞાનની શોધ કરી. એમ્પિયર નાનપણથી વિલક્ષણ હતા, જે 12 વર્ષની ઉંમરે તો વિકસિત (Advanced) ગણિતમાં પારંગત હતા. તેણે ઓર્સ્ટેડે (Oersted's) કરેલી શોધનું મહત્વ સમજ્યું હતું. તેણે વિદ્યુતપ્રવાહ અને ચુંબકત્વ વચ્ચેનો સંબંધ જાણવા માટે ઘણા બધા પ્રયોગોની હારમાળાનો અભ્યાસ કર્યો. આ બધા પ્રયોગોના પરિણામ સ્વરૂપે 1827માં 'ફક્ત પ્રયોગો આધારિત વિદ્યુતગતિ શાસ્ત્રની ઘટનાઓ વિશે ગાણિતીય સિદ્ધાંત' (Mathematical Theory of Electrodynamical Phenomena Deduced Solely from Experiments) પ્રકાશિત થયો. તેણે પૂર્વધારણા કરી કે બધી ચુંબકીય ઘટનાઓ, વર્તુળમાર્ગી (Circulating) વિદ્યુતપ્રવાહોના કારણે હોય છે. એમ્પિયર વિનમ્ર અને ભૂલકણા (બેધ્યાન) હતા. એક વખત તે સમ્રાટ નેપોલીયને આપેલ જમણનું આમંત્રણ પણ ભૂલી ગયા હતા. 61 વર્ષની ઉંમરે તે ન્યુમોનિયાના કારણે ગુજરી ગયા. તેમની કબર પરના સમાધી લેખમાં લખ્યું છે : અંતે સુખી (Tandem Felix - Happy at Last).

- (i) **B** આ ગાળાને સ્પર્શતું (સ્પર્શકની દિશામાં) હોય અને **B** અશૂન્ય અચળ હોય, અથવા
- (ii) **B** આ ગાળાને લંબરૂપે હોય, અથવા
- (iii) **B** નાબુદ થતું હોય.  
હવે, ધારોકે ગાળા (ના વિભાગ)ની લંબાઈ  $L$  માટે **B** સ્પર્શકની દિશામાં છે. ધારોકે આ ગાળા વડે ઘેરાયેલ વિદ્યુતપ્રવાહ  $I_e$  છે. આથી સમીકરણ (4.17) પરથી

$$BL = \mu_0 I_e \quad [4.17(b)]$$

જ્યારે કોઈ સંમિતિ ધરાવતું તંત્ર હોય જેમકે આકૃતિ 4.15 મુજબ વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત અનંત લંબાઈનો સીધો તાર, તો ગૉસનો નિયમ જે રીતે વિદ્યુતક્ષેત્રની ગણતરી માટે મદદરૂપ થાય છે તે જ રીતે, એમ્પિયરના નિયમથી ચુંબકીયક્ષેત્રની ગણતરી સહેલાઈથી કરી શકાય છે. આ સ્થિતિ આગળ આપેલ ઉદાહરણ 4.8માં દર્શાવી છે. ધ્યાનમાં લીધેલ ગાળાની સીમા વર્તુળાકાર છે અને ચુંબકીયક્ષેત્ર વર્તુળના પરિઘને સ્પર્શકની દિશામાં છે. સમીકરણ 4.17(b)ની ડાબી બાજુ માટે આ નિયમ મુજબ  $B \cdot 2\pi r$  મળે. તારથી  $r$  અંતરે ચુંબકીયક્ષેત્ર સ્પર્શકની દિશામાં મળે, જેનું મૂલ્ય

$$B \times 2\pi r = \mu_0 I,$$

$$B = \mu_0 I / (2\pi r) \quad (4.18)$$

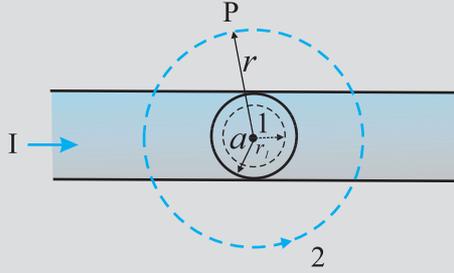
અનંત લંબાઈના તાર માટે ઉપરનું પરિણામ ઘણા દૃષ્ટિકોણથી રસપ્રદ છે.

- (i) તે દર્શાવે છે કે (તારને અક્ષ તરીકે ગણીએ તો),  $r$  ત્રિજ્યાના વર્તુળના દરેક બિંદુએ ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય એક સરખું હોય છે. બીજા શબ્દોમાં, ચુંબકીયક્ષેત્ર નળાકારીય સંમિતિ ધરાવે છે. ક્ષેત્ર જે સામાન્ય રીતે ત્રણ યામ પર આધાર રાખે છે તે (અહીં) ફક્ત એક યામ  $r$  પર આધારિત છે. જ્યાં જ્યારે પણ સંમિતિ હોય ત્યાં ઉકેલો સહેલા હોય છે (સહેલાઈથી મળે છે).
- (ii) વર્તુળના દરેક બિંદુએ ચુંબકીયક્ષેત્ર સ્પર્શકની દિશામાં હોય છે. આમ, અચળ માનવાળા ચુંબકીયક્ષેત્રની રેખાઓ સમકેન્દ્રી વર્તુળો રચે છે. હવે યાદ કરો કે, આકૃતિ 4.1(c)માં, લોખંડની ભૂકી સમકેન્દ્રી વર્તુળો રચતી હતી. આ રેખાઓ જે બંધ વક્રો (ગાળા) રચે છે તેમને ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ કહે છે. તે સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓની જેમ ધન વિદ્યુતભારોમાંથી ઉત્પન્ન થઈ ઋણ વિદ્યુતભારમાં સમાઈ જાય તેવી નથી. સીધા તાર વડે ઉદ્ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્રનું સમીકરણ ઓરસ્ટેડે કરેલા પ્રયોગોનું સૈદ્ધાંતિક સમાધાન કરે છે.
- (iii) બીજો નોંધવા જેવો મુદ્દો એ છે કે તાર અનંત લંબાઈનો હોવા છતાં, તેનાથી નહિવત્ (પણ Non Zero) અંતરે (અત્યંત નજીક) ચુંબકીયક્ષેત્ર અનંત નથી. તારની ખૂબ નજીક પહોંચીએ ત્યારે જ તે ખૂબ ઝડપથી વધે છે. આ ક્ષેત્ર વિદ્યુતપ્રવાહના સમપ્રમાણમાં અને (અનંત લંબાઈનાં) વિદ્યુતપ્રવાહ ઉદ્ભવથી અંતરના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.

(iv) લાંબા (વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત) તાર વડે ઉદ્ભવતા (ચુંબકીય) ક્ષેત્રની દિશા શોધવા માટે એક સીધો નિયમ\* છે. જમણા હાથના નિયમ તરીકે ઓળખાતો આ નિયમ નીચે મુજબ છે : તારને તમારા જમણા હાથથી એવી રીતે પકડો કે જેથી તમારો વિસ્તારેલો અંગૂઠો વિદ્યુતપ્રવાહની દિશામાં રહે. તમારી આંગળીઓ ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં વળેલી હશે.

એમ્પિયરનો સર્કિટલ નિયમ બાયોસાવરના નિયમ કરતાં કઈ પણ નવું કહેતો નથી. બંને ચુંબકીયક્ષેત્ર અને વિદ્યુતપ્રવાહને સાંકળે છે, અને બંને સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહના કારણે મળતા એકસમાન ભૌતિક પરિણામો જ દર્શાવે છે. જે રીતે કુલંબના નિયમ માટે ગોસનો નિયમ છે, તે જ રીતે બાયોસાવરના નિયમ માટે એમ્પિયરનો નિયમ છે. એમ્પિયરનો નિયમ બંને પરિમિતિ/પરિઘ કે સીમા પર આવેલી ભૌતિક રાશિ (ચુંબકીય કે વિદ્યુતક્ષેત્ર)ને અંદર રહેલી બીજી ભૌતિક રાશિ, જેમકે ક્ષેત્રના ઉદ્ગમ (વિદ્યુતપ્રવાહ કે વિદ્યુતભાર) સાથે સાંકળે છે. આપણે એ પણ નોંધીએ કે એમ્પિયરનો સર્કિટલ નિયમ સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહો માટે સત્ય છે જે સમય સાથે બદલાતા ન હોય. હવે આપેલું ઉદાહરણ આપણને અંદર રહેલ (ઘેરાયેલા) વિદ્યુતપ્રવાહ શબ્દનો અર્થ સમજવા માટે મદદરૂપ થશે.

**ઉદાહરણ 4.8** આકૃતિ 4.15માં વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$  ધારિત, વર્તુળાકાર આડછેદ (ત્રિજ્યા  $a$ )નો એક લાંબો સીધો તાર દર્શાવ્યો છે. વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$ , આડછેદમાં સમાન રીતે પ્રસરેલો છે.  $r < a$  અને  $r > a$  વિસ્તારોમાં ચુંબકીયક્ષેત્રની ગણતરી કરો.



આકૃતિ 4.15

**ઉકેલ**

(a) ધારોકે  $r > a$ . અનુક્રમ 2 વડે દર્શાવેલ એમ્પિરિયન ગાળો, આ આડછેદ સાથે સમકેન્દ્રિત વર્તુળ (રચે) છે. આ ગાળા માટે,

$$L = 2\pi r$$

$$I_e = \text{ગાળા વડે ઘેરાયેલ વિદ્યુતપ્રવાહ} = I$$

પરિણામે, લાંબા સીધા તાર માટેનું જાણીતું સમીકરણ

$$B(2\pi r) = \mu_0 I \text{ છે.}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$B \propto \frac{1}{r} \quad (r \geq a) \quad [4.19(a)]$$

(b) ધારોકે  $r < a$ . એમ્પિરિયન ગાળો અનુક્રમ 1 વડે દર્શાવ્યો છે. આ ગાળા માટે, વર્તુળની ત્રિજ્યા  $r$  લઈએ તો,

$$L = 2\pi r$$

\* નોંધો કે અહીં બે બિલકુલ અલગ જમણા હાથના નિયમો છે : એક વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગાળાની અક્ષ પર ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**ની દિશા દર્શાવે છે. જ્યારે બીજો સીધા વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત તાર માટે **B**ની દિશા દર્શાવે છે. બંનેમાં આંગળીઓ અને અંગૂઠો અલગ અલગ ભાગ ભજવે છે.

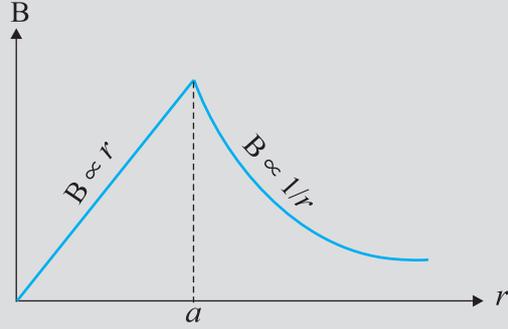
હવે ઘેરાયેલ વિદ્યુતપ્રવાહ  $I_e$ ,  $I$  જેટલો નથી પરંતુ આ મૂલ્યથી ઓછો છે. વિદ્યુતપ્રવાહનું વિતરણ સમાન હોવાથી, ઘેરાયેલો વિદ્યુતપ્રવાહ

$$I_e = I \left( \frac{\pi r^2}{\pi a^2} \right) = \frac{I r^2}{a^2}$$

$$\text{એમ્પિયરના નિયમ પરથી, } B(2\pi r) = \mu_0 \frac{I r^2}{a^2}$$

$$B = r \left( \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2} \right)$$

$$B \propto r \quad (r \leq a) \quad [4.19(b)]$$



આકૃતિ 4.16

આકૃતિ (4.16)માં ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$ ના મૂલ્ય વિરુદ્ધ તારના કેન્દ્રથી અંતર  $r$ નો આલેખ દર્શાવ્યો છે. ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા અનુરૂપ વર્તુળાકાર ગાળા (1 કે 2) સાથે સ્પર્શકની દિશામાં હોય છે જે આ વિભાગમાં સમજાવેલ જમણા હાથના નિયમ મુજબ મળે છે. આ ઉદાહરણ જરૂરી સંમિતિ ધરાવે છે કે જેથી એમ્પિયરનો નિયમ સરળતાથી લગાડી શકાય.

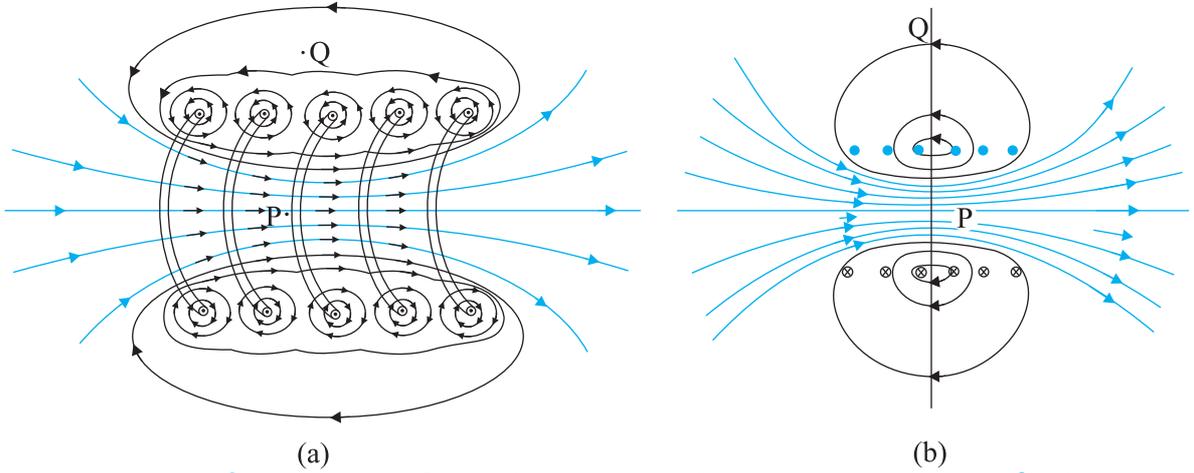
એ નોંધવું જોઈએ કે એમ્પિયરનો સર્કિટલ નિયમ કોઈપણ ગાળા માટે સાચો હોવા છતાં, દરેક કિસ્સામાં તેના દ્વારા ચુંબકીયક્ષેત્રની ગણતરી દરેક વખતે શક્ય ન પણ બને. ઉદાહરણ તરીકે, પરિચ્છેદ 4.6માં દર્શાવેલ વર્તુળાકાર ગાળાના કિસ્સામાં, ગાળાના કેન્દ્ર પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર માટેનું સામાન્ય સમીકરણ  $B = \mu_0 I / 2R$  (સમીકરણ (4.16)) મેળવવા માટે તે (એમ્પિયરનો નિયમ) લાગુ ન પાડી શકાય. આમ છતાં, ઊંચી સંમિતિ ધરાવતી એવી ઘણી બધી પરિસ્થિતિઓ છે કે જેના માટે આ નિયમ સહેલાઈથી લાગુ પાડી શકાય. આપણે તેનો ઉપયોગ હવે પછીના પરિશિષ્ટમાં સામાન્ય રીતે ઉપયોગમાં લેવાતા અને ખૂબ ઉપયોગી એવા બે ચુંબકીય તંત્રો, સોલેનોઈડ અને ટોરોઈડ માટે કરીશું.

## 4.8 સોલેનોઈડ અને ટોરોઈડ (THE SOLENOID AND THE TOROID)

સોલેનોઈડ અને ટોરોઈડ એ એવા બે સાધન છે જે ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. ટેલિવિઝનમાં સોલેનોઈડનો ઉપયોગ જરૂરી ચુંબકીયક્ષેત્રો ઉત્પન્ન કરવા માટે થાય છે. સિન્ક્રોટ્રોનમાં આ બંનેનો ઉપયોગ સંયુક્ત રીતે, જરૂરી એવા ખૂબ ઊંચા ચુંબકીયક્ષેત્રો ઉત્પન્ન કરવા માટે થાય છે. સોલેનોઈડ અને ટોરોઈડ, બંનેમાં ખૂબ ઊંચી સંમિતિ (ની માત્રા) હોવાથી એમ્પિયરનો નિયમ સહેલાઈથી લાગુ પાડી શકાય છે.

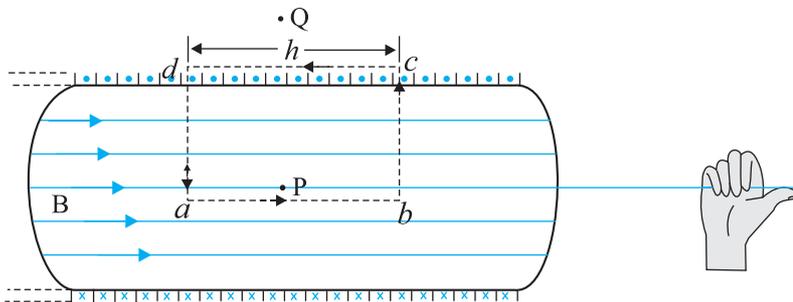
### 4.8.1 સૉલેનોઇડ (The Solenoid)

આપણે લાંબા સૉલેનોઇડની ચર્ચા કરીશું. લાંબા સૉલેનોઇડનો મતલબ એ કે તેની ત્રિજ્યાની સરખામણીમાં તેની લંબાઈ ઘણી વધુ હોય. તે એક લાંબા તારને ખૂબ પાસે રહેલા આંટાઓમાં હેલીકલ રૂપમાં વિંટાળીને બનાવેલ હોય છે. આથી દરેક આંટાને વર્તુળાકાર ગાળો ગણી શકાય. કુલ ચુંબકીયક્ષેત્ર, દરેક આંટાઓના કારણે ઉદ્ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્રોના સદિશ સરવાળા જેટલું હોય છે. આંટા વિંટવા માટે ઈનેમલવાળા (અવાહક પડ ચઢાવેલા) તારનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે જેથી આ આંટા એક બીજાના સંપર્કમાં અવાહક તરીકે વર્તે.



**આકૃતિ 4.17** (a) સૉલેનોઇડના કારણે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર, જે સ્પષ્ટતા માટે પ્રસરાવીને દર્શાવ્યું છે. ફક્ત બહારનો અર્ધવર્તુળાકાર ભાગ દર્શાવ્યો છે. આજુબાજુના વર્તુળાકાર ગાળાના આંટાઓની અસર એકબીજાને કેવી રીતે નાબુદ કરે છે તે નોંધો. (b) સિમિત (પરિમિત) સૉલેનોઇડનું ચુંબકીયક્ષેત્ર.

આકૃતિ 4.17માં સિમિત સૉલેનોઇડની ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ દર્શાવી છે. આપણે આ સૉલેનોઇડના એક ભાગનું વિવર્ધિત નિરૂપણ આકૃતિ 4.17(a)માં દર્શાવ્યું છે. આકૃતિ 4.17(b)માં સમગ્ર સૉલેનોઇડ તેના ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે દર્શાવ્યો છે. આકૃતિ 4.17(a)માં, વર્તુળાકાર ગાળાઓ પરથી તે દેખીતું છે કે બાજુ બાજુના આંટાઓનું ચુંબકીયક્ષેત્ર નાબુદ થઈ જાય છે. આકૃતિ 4.17(b)માં આપણે જોઈ શકીએ કે સૉલેનોઇડની અંદરની તરફ મધ્યમાં આવેલા બિંદુ P પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર નિયમિત (Uniform), પ્રબળ અને તેની અક્ષની દિશામાં છે. બહારના મધ્યબિંદુ Q પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર નબળું અને મોટાભાગે સૉલેનોઇડની અક્ષને સમાંતર હોય છે. જેનો લંબ ઘટક હોતો નથી. સૉલેનોઇડ જેમ મોટો બનતો જાય તેમ તે જાણે કે લાંબી નળાકાર ધાતુની તકતી (Sheet) જેવો લાગે છે. આકૃતિ 4.18માં તેનું આદર્શ નિરૂપણ દર્શાવ્યું છે. સૉલેનોઇડની બહાર ચુંબકીયક્ષેત્ર શૂન્યવત્ થતું જાય છે. આપણે ધારીશું કે, બહારની તરફ ચુંબકીયક્ષેત્ર શૂન્ય છે. અંદરની તરફ દરેક જગ્યાએ ચુંબકીયક્ષેત્ર અક્ષને સમાંતર બને છે.



**આકૃતિ 4.18** ખૂબ લાંબા સૉલેનોઇડનું ચુંબકીયક્ષેત્ર. ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધવા માટે આપણે લંબચોરસ એમ્પિરિયન ગાળો  $abcd$  ધ્યાનમાં લઈશું.

એક લંબચોરસ એમ્પિરિયન ગાળો  $abcd$  ધારો. અગાઉ દર્શાવ્યું તેમ  $cd$  પર ચુંબકીય ક્ષેત્ર શૂન્ય છે. લંબ ખંડો  $bc$  અને  $ad$  પર, ચુંબકીયક્ષેત્રનો ઘટક શૂન્ય છે. આથી, આ બંને ખંડો કોઈ ફાળો આપતા નથી. ધારોકે  $ab$  ને સમાંતર ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$  છે.

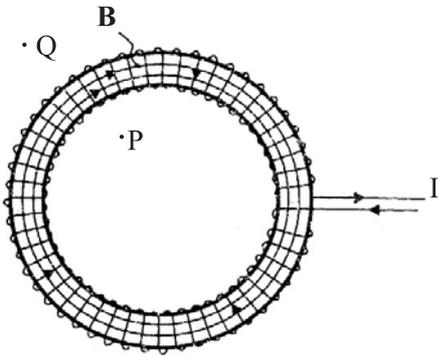
આમ, એમ્પિરિયન ગાળાની પ્રસ્તુત લંબાઈ  $L = h$  છે. જો એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાઓની સંખ્યા  $n$  હોય, તો કુલ આંટાઓની સંખ્યા  $nh$  હોય. ઘેરાયેલો વિદ્યુતપ્રવાહ,  $I_e = I(nh)$  છે. જ્યાં,  $I$  એ સોલેનોઈડમાંથી વહેતો વિદ્યુતપ્રવાહ. એમ્પિયરના સર્કિટલ નિયમ (સમીકરણ 4.17(b)) પરથી,

$$BL = \mu_0 I_e, \quad Bh = \mu_0 I(nh)$$

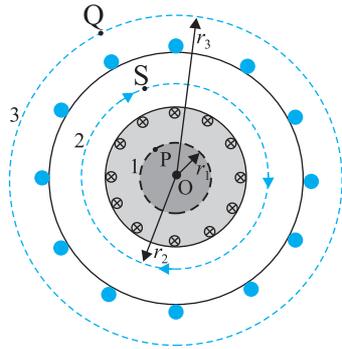
$$B = \mu_0 nI \quad (4.20)$$

ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા જમણા હાથના નિયમ પરથી મળે છે. સોલેનોઈડનો ઉપયોગ મોટા ભાગે સમાન (નિયમિત) ચુંબકીયક્ષેત્ર મેળવવા માટે થાય છે. હવે પછીના પ્રકરણમાં આપણે જોઈશું કે સોલેનોઈડમાં અંદર નરમ લોખંડ ગર્ભ દાખલ કરવાથી મોટું ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરી શકાય છે.

### 4.8.2 ટોરોઈડ (The Toroid)



(a)



(b)

**આકૃતિ 4.19** (a) વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$  ધારિત ટોરોઈડ. (b) ટોરોઈડનો આડછેદ. એમ્પિયરના સર્કિટલ નિયમનો ઉપયોગ કરીને ટોરોઈડના કેન્દ્ર  $O$  થી યાદચ્છિક  $r$  અંતરે ચુંબકીયક્ષેત્ર મેળવી શકાય છે. 1, 2 અને 3 વડે દર્શાવેલ ત્રણ એમ્પિરિયન ગાળાઓ દર્શાવે છે.

ટોરોઈડએ પોલી વર્તુળાકાર રીંગ (વલય) છે. જેના પર તારના ઘણા બધા આંટા (અવાહક પડ ચઢાવેલા) પાસપાસે વિંટાળેલા હોય છે. તેને એવા સોલેનોઈડ તરીકે વિચારી શકાય કે જેને વર્તુળાકારમાં વાળીને એકબીજાને જોડેલ હોય. તેને વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$  સાથે આકૃતિ 4.19(a)માં દર્શાવ્યો છે. આપણે જોઈશું કે ટોરોઈડની અંદરની ખુલ્લી જગ્યામાં ( $P$  બિંદુએ) અને તેની બહાર ( $Q$  બિંદુએ) ચુંબકીયક્ષેત્ર શૂન્ય છે. ખૂબ નજીક આંટા ધરાવતા આદર્શ ટોરોઈડની અંદર ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$ નું મૂલ્ય અચળ હોય છે.

આકૃતિ 4.19 (b)માં ટોરોઈડનો આડછેદ દર્શાવ્યો છે. વર્તુળાકાર ગાળાઓ માટે જમણા હાથના નિયમ મુજબ (ટોરોઈડની) અંદરના ભાગમાં ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા સમઘડી હોય છે. ત્રણ એમ્પિરિયન ગાળાઓ 1, 2 અને 3 ને ત્રુટક રેખાઓ વડે દર્શાવ્યા છે. સંમિતિ મુજબ, ચુંબકીયક્ષેત્ર દરેક ગાળાને સ્પર્શકની દિશામાં હોવું જોઈએ તથા આપેલ ગાળા માટે તેનું મૂલ્ય અચળ હોવું જોઈએ. 2 અને 3 વડે બનતા બંને વર્તુળાકાર વિસ્તારો ટોરોઈડને એવી રીતે છેદે છે કે જેથી વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત તારનો દરેક આંટો એક વખત ગાળા 2 વડે તથા બે વખત ગાળા 3 વડે છેદાય છે.

ધારોકે, ગાળા 1 પર ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય  $B_1$  છે : આથી એમ્પિયરના સર્કિટલ નિયમ [સમીકરણ 4.17(a)]માં,  $L = 2\pi r_1$

આમ છતાં, આ ગાળો કોઈ વિદ્યુતપ્રવાહને ઘેરતો (સમાવતો) ન હોવાથી  $I_e = 0$ . આથી,

$$B_1(2\pi r_1) = \mu_0(0), \quad B_1 = 0$$

આથી, ટોરોઈડમાં ખુલ્લી જગ્યામાં આવેલા કોઈ પણ બિંદુ  $P$  પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે.

હવે આપણે દર્શાવીશું કે આ જ રીતે  $Q$  પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર શૂન્ય હોય છે. ધારોકે ગાળા 3 પર ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B_3$  છે. અહીંયા પણ એમ્પિયરના નિયમ પરથી  $L = 2\pi r_3$ . આમ છતાં, આડછેદ પરથી આપણે જોઈ શકીએ કે પુસ્તકના (પાનાના) સમતલમાંથી બહાર તરફ આવતો વિદ્યુતપ્રવાહ અંદર તરફ જતા તેટલા જ પ્રવાહ વડે નાબુદ થાય છે. આથી,  $I_e = 0$  અને  $B_3 = 0$ . ધારો કે (સોલેનોઈડ) ટોરોઈડની અંદર ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$  છે. હવે આપણે  $S$  પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર ગણીશું. અહીંયા પણ આપણે સમીકરણ [4.17(a)] મુજબ એમ્પિયરના નિયમનો ઉપયોગ કરીશું. આપણને  $L = 2\pi r$  મળશે.

ઘેરાયેલો (સમાયેલો) વિદ્યુતપ્રવાહ  $I_e$  (ટોરોઈડના ગુંચળાના  $N$  આંટા માટે),  $NI$  જેટલો છે.

$$B(2\pi r) = \mu_0 NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \quad (4.21)$$

હવે આપણે ટોરોઇડ અને સોલેનોઇડ માટેના બે પરિણામોની સરખામણી કરીએ. સોલેનોઇડ માટે મળેલા સમીકરણ (4.20) સાથે સરખામણી સહેલાઈથી થાય તે માટે આપણે સમીકરણ (4.21)ને બીજી રીતે લખીશું. ધારોકે ટોરોઇડની સરેરાશ ત્રિજ્યા  $r$  છે અને એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાઓની સંખ્યા  $n$  છે. આથી,

$N = 2\pi r n =$  ટોરોઇડનો (સરેરાશ) પરિઘ  $\times$  એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાઓની સંખ્યા  
અને આમ,

$$B = \mu_0 n I \quad (4.22)$$

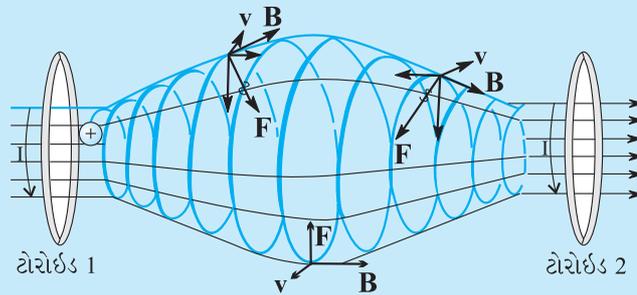
આ, સોલેનોઇડ માટેનું સમીકરણ છે !

આદર્શ ટોરોઇડમાં આંટાઓ વર્તુળાકાર હોય છે.

વાસ્તવમાં ટોરોઇડના ગુંચળામાં આંટાઓ હેલીક્ષ બનાવે છે જેમાં ટોરોઇડની બહાર થોડુંક ચુંબકીયક્ષેત્ર તો હોય જ છે.

### ચુંબકીય બંધન (ઘેરાવો) (MAGNETIC CONFINEMENT)

પરિચ્છેદ 4.3માં આપણે જોયું (આ પ્રકરણમાં અગાઉ આપેલ, વિદ્યુતભારીત કણોની હેલીકલ ગતિ વિશેના બોક્ષમાં પણ જુઓ) કે વિદ્યુતભારીત કણોની કક્ષાઓ (ચુંબકીયક્ષેત્રમાં) હેલીકલ (પેચ આકારની, સર્પિલ) હોય છે. જો ચુંબકીયક્ષેત્ર નિયમિત ન હોય, પરંતુ એક વર્તુળાકાર કક્ષા દરમિયાન વધુ પડતું બદલાતું ન હોય, તો જ્યારે તે તીવ્ર ચુંબકીયક્ષેત્રમાં પ્રવેશે ત્યારે હેલીક્ષની ત્રિજ્યા ઘટશે અને જ્યારે તે નબળા ચુંબકીયક્ષેત્રમાં પ્રવેશે ત્યારે (હેલીક્ષની ત્રિજ્યા) વધશે. શૂન્યાવકાશિત બંધ પાત્રમાં થોડાક અંતરે રહેલા બે સોલેનોઇડ ધ્યાનમાં લો (નીચે આપેલ આકૃતિ જુઓ જેમાં આપણે બંધ પાત્ર દર્શાવ્યું નથી). બે સોલેનોઇડ વચ્ચેના અવકાશમાં વિદ્યુતભારીત કણો નાની ત્રિજ્યા (ના હેલીકલ માર્ગે)થી ગતિ શરૂ કરશે. જેમ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઘટે તેમ આ ત્રિજ્યા વધશે અને બીજા સોલેનોઇડ પાસે પહોંચતા (ચુંબકીયક્ષેત્ર વધવાથી) ત્રિજ્યા ફરીથી ઘટશે. સોલેનોઇડ જાણે કે અરિસા (પરાવર્તક) તરીકે વર્તે છે. [આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ જ્યારે (વિદ્યુતભારીત) કણ ગુંચળા 2 પાસે પહોંચે ત્યારે  $F$ ની દિશા જુઓ. આગળ તરફની (Forward) ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં તેને ( $F$ ને) સમક્ષિતિજ ઘટક છે]. આ કારણે જ્યારે આ કણો સોલેનોઇડ પાસે પહોંચે ત્યારે પાછા ફરે છે. આવી રચના ચુંબકીય શીશી (Bottle) કે ચુંબકીય પાત્ર તરીકે વર્તે છે. આ કણો ક્યારેય (બે સોલેનોઇડને સમાવતા) પાત્રની દિવાલોને સ્પર્શશે નહીં. ફ્યુઝનના પ્રયોગો દરમ્યાન ઊંચી ઊર્જા ધરાવતા પ્લાઝમાને જકડી રાખવા (To Confine, ઘેરી રાખવા) આવી ચુંબકીય બોટલ્સ ખૂબ ઉપયોગી છે. ખૂબ ઊંચા તાપમાનને કારણે આ પ્લાઝમાં બીજા કોઈ પણ પ્રકારના પદાર્થ (દ્રવ્ય)ના પાત્રનો નાશ કરી દેશે. બીજું મહત્વનું (ઉપયોગી) પાત્ર ટોરોઇડ છે. ટોકામેક (Tokamak) કે જે ફ્યુઝન પાવર રીએક્ટર્સ માટે પ્લાઝમાને જકડી (ઘેરી) રાખતું ઉપકરણ છે, તેમાં ટોરોઇડ મહત્વનો ભાગ ભજવે તેવું અપેક્ષિત છે. ફ્રાન્સમાં નિયંત્રિત સંલયન (Controlled Fusion) સિદ્ધ કરવા માટે ઇન્ટરનેશનલ થર્મોન્યુક્લિઅર એક્સપરીમેન્ટલ રિએક્ટર (ITER)ની રચના આંતર રાષ્ટ્રીય સહયોગથી કરવામાં આવી છે, જેમાં ભારત પણ એક સહયોગી દેશ છે. ITER સહયોગી સંસ્થા અને તેના કાર્ય (Project) વિશે વધુ માહિતી તમે <http://www.iter.org>ની મુલાકાત લઈ મેળવી શકો.



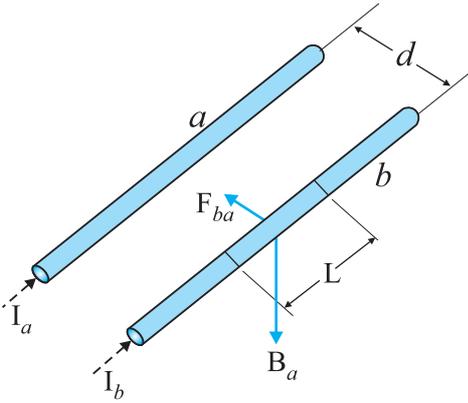
ઉદાહરણ 4.9 1 cm ત્રિજ્યા અને 0.5 m લંબાઈનો સૉલેનોઈડ 500 આંટા ધરાવે છે. તેમાંથી 5 A વિદ્યુતપ્રવાહ પ્રસાર થાય છે. સૉલેનોઈડની અંદર ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય કેટલું હશે ? ઉકેલ એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાઓની સંખ્યા

$$n = \frac{500}{0.5} = 1000 \text{ turns/m}$$

લંબાઈ  $l = 0.5$  m અને ત્રિજ્યા  $a = 0.01$  m. આથી  $l/a = 50$  એટલે કે  $l \gg a$ . આથી, આપણે લાંબા સૉલેનોઈડના સમીકરણ (4.20)નો ઉપયોગ કરી શકીએ,

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 n I \\ &= 4\pi \times 10^{-7} \times 10^3 \times 5 \\ &= 6.28 \times 10^{-3} \text{ T} \end{aligned}$$

#### 4.9 બે સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહ વચ્ચે લાગતું બળ, એમ્પિયર (FORCE BETWEEN TWO PARALLEL CURRENTS, THE AMPERE)



આકૃતિ 4.20 સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ  $I_a$  અને  $I_b$  ધરાવતા અને એકબીજાથી  $d$  અંતરે રહેલા બે સીધા વાહકો (તાર). વાહક 'a' વડે વાહક 'b' પાસે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B_a$  છે.

આપણે શીખ્યા છીએ કે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વાહકના કારણે ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉદ્ભવે છે જે બાયોસાવરના નિયમને અનુસરે છે. ઉપરાંત, આપણે એ પણ શીખ્યા છીએ કે બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર, વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વાહક પર બળ લગાડશે. તે લૉરેન્ઝના સમીકરણ પરથી મળે છે. આમ, પાસપાસે મુકેલા બે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વાહકો એકબીજા પર (ચુંબકીય) બળ લગાડશે, એવી અપેક્ષા રાખવી તર્કસંગત છે. 1820–25ના ગાળામાં, એમ્પિયરે આ ચુંબકીય બળનો પ્રકાર અને વિદ્યુતપ્રવાહના મૂલ્ય પર, વાહકોના આકાર અને કદ પર તથા બે વાહકો વચ્ચેના અંતર પર તેના આધાર વિશે અભ્યાસ કર્યો. આ પરિચ્છેદમાં આપણે બે સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વાહકોનું ઉદાહરણ જોઈશું, જે આપણને એમ્પિયરે કરેલા કષ્ટમય કાર્ય વિશે ખ્યાલ આપશે.

આકૃતિ 4.20માં એકબીજાથી  $d$  અંતરે રહેલા બે લાંબા, સમાંતર વાહકો  $a$  અને  $b$  દર્શાવ્યા છે જેમાંથી અનુક્રમે (સમાંતર) વિદ્યુતપ્રવાહો  $I_a$  અને  $I_b$  પસાર થાય છે. વાહક 'a' દ્વારા વાહક 'b' પર દરેક બિંદુએ સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B_a$  ઉત્પન્ન થાય છે. જમણા હાથનો નિયમ દર્શાવે છે કે આ ક્ષેત્રની દિશા (જ્યારે બંને વાહકો સમક્ષિતિજ મુક્યા હોય ત્યારે) નીચે તરફ (અધોદિશામાં) હોય છે. તેનું મૂલ્ય સમીકરણ [4.19(a)] પરથી અથવા એમ્પિયરના સર્કિટલ નિયમ પરથી મળે છે,

$$B_a = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi d}$$

ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B_a$ ના કારણે વિદ્યુતપ્રવાહ  $I_b$  ધરાવતો સુવાહક, બાજુની તરફ (ચુંબકીય) બળ અનુભવશે.  $B_a$ ના કારણે લાગતું આ બળ સુવાહક 'a'ની દિશામાં હશે (ચકાસો). આ બળને આપણે  $F_{ba}$  વડે દર્શાવીશું, જે 'b'ના વિભાગ (ખંડ) L પર 'a'ના કારણે લાગતું બળ છે. આ બળનું મૂલ્ય સમીકરણ (4.4) પરથી,

$$\begin{aligned} F_{ba} &= I_b L B_a \\ &= \frac{\mu_0 I_a I_b}{2\pi d} L \end{aligned} \quad (4.23)$$

‘b’ના કારણે ‘a’ પર લાગતું બળ શોધવું પણ શક્ય છે. ઉપર કરેલી ધારણાઓ મુજબ આપણે ‘a’ના વિભાગ (ખંડ) L પર ‘b’ વડે લાગતું બળ  $F_{ab}$  શોધી શકીએ. તે  $F_{ba}$  ના મૂલ્ય જેટલું અને bની તરફ હોય છે. આથી,

$$F_{ba} = -F_{ab} \quad (4.24)$$

નોંધો કે આ ન્યૂટનના ત્રીજા નિયમ સાથે સુસંગત છે.\* આમ, ઓછામાં ઓછું સમાંતર વાહકો અને સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહો માટે આપણે દર્શાવ્યું કે બાયોસાવરનો નિયમ અને લોરેન્ઝ બળનું પરિણામ ન્યૂટનના ત્રીજા નિયમ મુજબ મળે છે.

ઉપર આપણે જોયું કે, એક જ દિશામાં વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહો એક બીજાને આકર્ષે છે. કોઈ એ પણ દર્શાવી શકે કે વિરુદ્ધ દિશામાં વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહો એકબીજાને અપાકર્ષે છે. આમ, સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહો આકર્ષી અને પ્રતિસમાંતર પ્રવાહો અપાકર્ષી હોય છે.

સ્થિત વિદ્યુતના નિયમ કરતાં આ નિયમ ઉલટો છે. સમાન (સજાતિય) વિદ્યુતભારો એકબીજાને અપાકર્ષે છે, જ્યારે સમાન (સમાંતર) વિદ્યુતપ્રવાહો એકબીજાને આકર્ષે છે.

ધારો કે, બળ  $F_{ba}$  નું એકમ લંબાઈ દીઠ મૂલ્ય  $f_{ba}$  વડે દર્શાવીએ તો સમીકરણ (4.23) પરથી,

$$f_{ba} = \frac{\mu_0 I_a I_b}{2\pi d} \quad (4.25)$$

આ સમીકરણનો ઉપયોગ એમ્પિયર (A)ને વ્યાખ્યાયિત કરવા માટે થાય છે, જે સાત મૂળભૂત SI એકમોમાંનો એક છે.

એમ્પિયર એ સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહનું એવું મૂલ્ય છે, જે બે ખૂબ લાંબા, સીધા અને નહીંવત (અવગણ્ય) આડછેદ ધરાવતા તથા શૂન્યાવકાશમાં એકબીજાથી એક મીટર અંતરે સમાંતર મુકેલા, વાહકોમાંથી પસાર થતો હોય, ત્યારે બંને વાહકો પર એક મીટર લંબાઈ દીઠ  $2 \times 10^{-7}$  ન્યૂટન બળ લગાડે (ઉત્પન્ન કરે).

એમ્પિયરની આ વ્યાખ્યા 1946માં સ્વીકારવામાં આવી. આ સૈદ્ધાંતિક વ્યાખ્યા છે. વ્યવહારમાં આપણે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની અસર નાબુદ કરવી જોઈએ તથા ખૂબ લાંબા તારની જગ્યાએ યોગ્ય ભૌમિતિક આકારના ઘણા આંટા ધરાવતા ગુંચળાઓનો ઉપયોગ કરવો પડે. વિદ્યુતપ્રવાહ તુલા (કાંટા, Balance) નામના સાધનનો ઉપયોગ આ યાંત્રિક બળ માપવા માટે થાય છે.

વિદ્યુતભારનો SI એકમ, જે કુલંબ કહેવાય છે, તેને હવે એમ્પિયરના સંદર્ભમાં વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય.

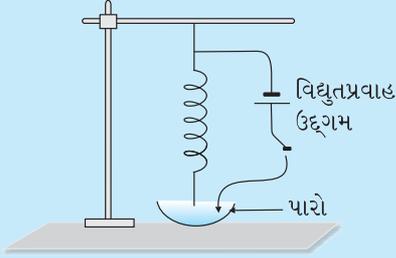
જ્યારે સુવાહકમાંથી 1 A જેટલો સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરવામાં આવે, ત્યારે તેના આડછેદમાંથી 1 sમાં પસાર થતો વિદ્યુતભાર એક કુલંબ (1 C) જેટલો હોય છે.

\* એ જણાવ્યું છે કે જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહો અને/અથવા ગતિમાન વિદ્યુતભારો સમય પર આધારિત હોય, ત્યારે વિદ્યુતભારો અને/અથવા (વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત) સુવાહકો વચ્ચે લાગતા બળો માટે ન્યૂટનનો ત્રીજો નિયમ લાગુ પડતો નથી. યંત્રશાસ્ત્રમાં ન્યૂટનના ત્રીજા નિયમ પરથી, અલગ કરેલા તંત્ર માટે વેગમાનના સંરક્ષણનો નિયમ, સીધો તરી આવે છે. જો (વિદ્યુત કે ચુંબકીય) ક્ષેત્ર વડે ધારણ કરાતું વેગમાન ધ્યાનમાં લેવામાં આવે તો આ બાબત વિદ્યુતચુંબકીયક્ષેત્રોની સમય-આધારિત પરિસ્થિતિઓમાં પણ લાગુ પડે છે.

## સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહો વચ્ચેના આકર્ષણ માટે રોગેટનું સર્પિલ ગૂંચળું (ROGET'S SPIRAL FOR ATTRACTION BETWEEN PARALLEL CURRENTS)

સામાન્ય રીતે ચુંબકીય અસરો, વિદ્યુતીય અસરો કરતાં નાની હોય છે. પરિણામે, વિદ્યુત પ્રવાહો વચ્ચેનું બળ સામાન્યતઃ ઓછું હોય છે, કારણ કે ગુણાંક  $\mu$  નાનો હોય છે. આથી વિદ્યુતપ્રવાહો વચ્ચેનું આકર્ષણ કે અપાકર્ષણ દર્શાવવું અઘરું પડે છે. આમ, 1 cm અંતરે રહેલા 5 A વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત તાર માટે, એક મીટર લંબાઈ દીઠ બળ  $5 \times 10^{-4}$  N જેટલું હોય, જે લગભગ 50 mg વજન જેટલું છે. તે ગરગડી પરથી પસાર થતી દોરી પર 50 mg વજન લટકાવીને તારને ઉપર ખેંચવા જેટલું છે. તારનું સ્થાનાંતર નોંધપાત્ર ન હોય તેવું હોય છે.

નરમ સ્પ્રિંગનો ઉપયોગ કરીને, આપણે સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહની અસરકારક લંબાઈ વધારી શકીએ અને પારાનો ઉપયોગ કરીને આપણે થોડા મિમિ (mm) જેટલું સ્થાનાંતર દર્શ્યમાન બનાવી શકીએ. આ માટે આપણને અચળ 5 A વિદ્યુતપ્રવાહ આપી શકે તેવા વિદ્યુતપ્રવાહ ઉદ્દગમની જરૂર પડશે.



જેનો પ્રાકૃતિક દોલન આવર્તકાળ 0.5 – 1 s હોય તેવું નરમ સર્પિલ ગૂંચળું (સ્પ્રિંગ) લો. તેને લંબરૂપે લટકાવો. તથા આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ તેનો નીચેનો છેડો અણીદાર રાખો. એક પાત્રમાં પારો લો અને સ્પ્રિંગને એવી રીતે ગોઠવો કે જેથી તેનો અણીદાર છેડો પારાની સપાટીને (ફક્ત) સ્પેજ અડકે. DC વિદ્યુતપ્રવાહ ઉદ્દગમ લો, તેના એક છેડાને સ્પ્રિંગના ઉપરના છેડા સાથે જોડો તથા બીજા છેડાને પારામાં ડૂબે તે રીતે રાખો. જ્યારે સ્પ્રિંગનો અણીદાર છેડો પારાના સંપર્કમાં આવે ત્યારે પારા દ્વારા પરિપથ પૂર્ણ થાય છે.

શરૂઆતમાં ધારોકે DC ઉદ્દગમને બંધ રાખવામાં આવે છે. સ્પ્રિંગની અણી એ રીતે ગોઠવેલી છે કે જેથી તે પારાને ફક્ત સ્પેજ અડકે. અચળ વિદ્યુતપ્રવાહના ઉદ્દગમને ચાલુ કરો અને અદ્ભુત નજારો જુઓ. સ્પ્રિંગ ઝાટકા સાથે સંકોચાશે, અણીદાર છેડો પારામાંથી બહાર આવશે (ફક્ત એકાદ મીમિ જેટલો), પરિપથ તૂટશે જેથી વિદ્યુતપ્રવાહ અટકી જશે. સ્પ્રિંગ પાછી તેના મૂળ સ્થાને આવવા પ્રયત્ન કરશે, તેનો અણીદાર છેડો ફરીથી પારાને અડશે જેથી પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહ વહેવા લાગશે અને આ રીતે આવર્તનો ટીક, ટીક, ટીક... કરતાં ચાલુ રહેશે. શરૂઆતમાં, સારી અસર ઉત્પન્ન કરવા માટે તમારે થોડીક નાની ફેરગોઠવણી કરવી પડે.

પારાની વરાળ ઝેરી હોય છે આથી તમારો ચહેરો તેનાથી દુર રાખો. પારાની વરાળને લાંબા સમય સુધી શ્વાસમાં ન લો.

**ઉદાહરણ 4.10** કોઈ સ્થળે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક  $3.0 \times 10^{-5}$  T છે અને આ ક્ષેત્રની દિશા ભૌગોલિક દક્ષિણથી ભૌગોલિક ઉત્તર તરફ છે. એક લાંબો સીધો વાહક 1 A જેટલો સ્થાયી વિદ્યુતપ્રવાહ ધરાવે છે. તેને સમક્ષિતિજ ટેબલ પર મુકવામાં આવે અને તેમાંથી પસાર થતા વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા (a) પૂર્વથી પશ્ચિમ તરફ, (b) દક્ષિણથી ઉત્તર તરફ હોય, ત્યારે તેની એકમ લંબાઈ દીઠ તેના પર લાગતું બળ કેટલું હશે ?

$$\text{ઉકેલ } \mathbf{F} = I \times \mathbf{B}$$

$$F = I/B \sin\theta$$

એકમ લંબાઈ દીઠ બળ

$$f = F/l = IB \sin\theta$$

(a) જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ પૂર્વથી પશ્ચિમ તરફ વહેતો હોય ત્યારે  $\theta = 90^\circ$

$$\text{આથી, } f = IB$$

$$= 1 \times 3 \times 10^{-5} = 3 \times 10^{-5} \text{ Nm}^{-1}$$

જે એમ્પિયરની વ્યાખ્યામાં દર્શાવેલ મૂલ્ય  $2 \times 10^{-7} \text{ N m}^{-1}$  કરતાં વધુ છે. આથી અહીંયા એમ્પિયરને પ્રમાણભૂત કરવા માટે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્ર અને બીજા ક્ષેત્રોની અસર નાબુદ કરવી જોઈએ.

બળની દિશા નીચે તરફ છે. સદિશ ગુણાકારના દિશા ગુણધર્મ મુજબ આ દિશા મેળવી શકાય.

(b) જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્તરથી દક્ષિણ તરફ વહેતો હોય ત્યારે

$$\theta = 0^\circ$$

$$f = 0$$

આથી વાહક પર કોઈ બળ લાગતું નથી.

## 4.10 વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળા (પ્રવાહગાળા) પર લાગતું ટોર્ક, ચુંબકીય ડાઈપોલ (TORQUE ON CURRENT LOOP, MAGNETIC DIPOLE)

### 4.10.1 નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં રાખેલ વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત લંબચોરસ ગૂંચળા (પ્રવાહગાળા) પર લાગતું ટોર્ક (Torque on a Rectangular Current Loop in a Uniform Magnetic Field)

હવે આપણે દર્શાવીએ કે સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$  ધારિત લંબચોરસ ગૂંચળાને નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મુકતાં તે ટોર્ક અનુભવે છે. તે કોઈ પરિણામી (ચોખ્ખું) બળ અનુભવતું નથી. જે વિદ્યુત ડાઈપોલને નિયમિત વિદ્યુતક્ષેત્રમાં મુકતાં (વિભાગ 1.10) થતી વર્તણૂક સાથે મળતું આવે છે.

પહેલાં આપણે સાદો કિસ્સો ધ્યાનમાં લઈશું કે જ્યારે લંબચોરસ ગૂંચળું એ રીતે મુકવામાં આવેલ હોય કે જેથી નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$  આ ગૂંચળાના સમતલમાં હોય. જે આકૃતિ 4.21(a)માં દર્શાવેલ છે.

આ ચુંબકીયક્ષેત્ર ગૂંચળાની AD અને BC બાજુઓ પર કોઈ બળ લગાડતું નથી. તે ગૂંચળાની AB બાજુને લંબરૂપે છે અને તેના પર  $\mathbf{F}_1$  જેટલું બળ લગાડે છે, જે ગૂંચળાના સમતલ (પૃષ્ઠ)માં અંદર તરફ હોય છે. તેનું મૂલ્ય

$$F_1 = I b B$$

આ જ રીતે તે CD બાજુ પર બળ  $\mathbf{F}_2$  લગાડે છે અને  $\mathbf{F}_2$  પૃષ્ઠના સમતલમાંથી બહાર તરફની દિશામાં હોય છે.

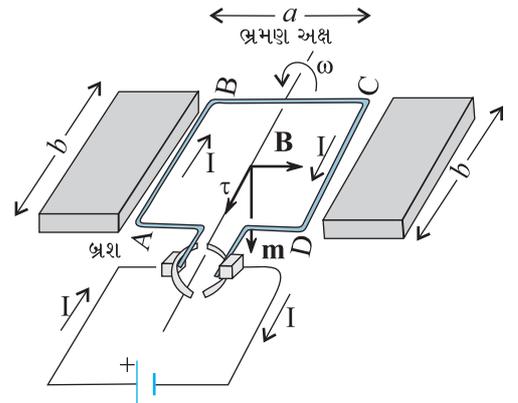
$$F_2 = I b B = F_1$$

આમ, ગૂંચળા પરનું પરિણામી (ચોખ્ખું) બળ શૂન્ય છે.  $\mathbf{F}_1$  અને  $\mathbf{F}_2$  બળોની જોડને કારણે ગૂંચળા પર ટોર્ક લાગે છે. આકૃતિ 4.21(b)માં AD બાજુના છેડા તરફથી દેખાતું દૃશ્ય દર્શાવ્યું છે. તે દર્શાવે છે કે ગૂંચળા પર લાગતું ટોર્ક તેને વિષમઘડી રીતે ઘૂમાવવાનો પ્રયત્ન કરે છે. આ ટોર્ક (નું મૂલ્ય),

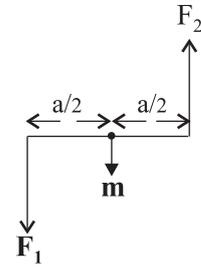
$$\begin{aligned} \tau &= F_1 \frac{a}{2} + F_2 \frac{a}{2} \\ &= I b B \frac{a}{2} + I b B \frac{a}{2} = I(ab)B \\ &= IAB \end{aligned} \quad (4.26)$$

જ્યાં  $A = ab$  એ લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ છે.

હવે આપણે એવો કિસ્સો ધ્યાનમાં લઈએ કે જેમાં ગૂંચળાનું સમતલ, ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં ન હોય, પરંતુ તેની સાથે કોઈ ખૂણો બનાવે. આપણે



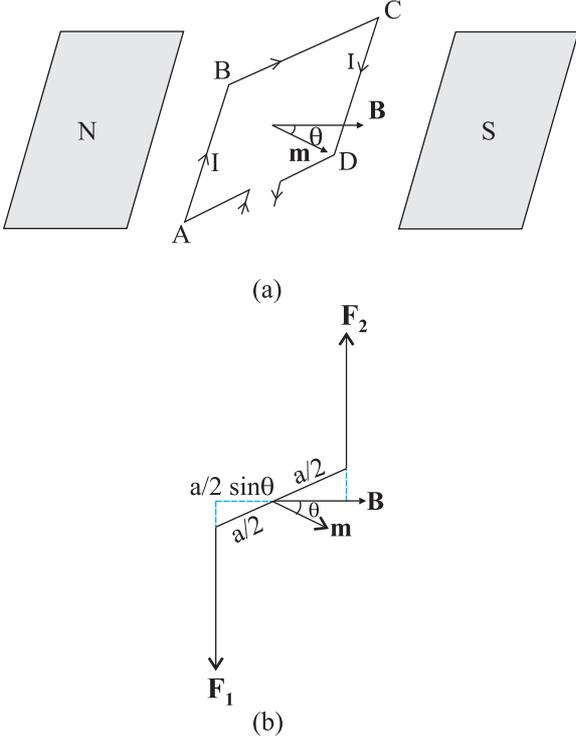
(a)



(b)

**આકૃતિ 4.21** (a) નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં રહેલું વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત લંબચોરસ ગૂંચળું. ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા)  $\mathbf{m}$  નીચે તરફની દિશામાં છે. ટોર્ક  $\tau$  અક્ષ પર છે અને તે ગૂંચળાને વિષમઘડી દિશામાં ઘૂમાવવાનો પ્રયત્ન કરે છે.

(b) ગૂંચળા પર લાગતું બળ યુગ્મ



**આકૃતિ 4.22** (a) ગૂંચળાનો ક્ષેત્રફળ સદિશ ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે  $\theta$  ખૂણો બનાવે છે. (b) ઉપરથી જોતાં ગૂંચળાનો દેખાવ. AB અને CD બાજુઓ પર લાગતાં બળ  $F_1$  અને  $F_2$  દર્શાવ્યા છે.

(ચુંબકીય) ક્ષેત્ર અને ગૂંચળાને દોરેલ લંબ સાથેનો ખૂણો  $\theta$  લઈએ(આગળના કિસ્સા માટે  $\theta = \pi/2$  હતું). આકૃતિ 4.22માં આ વ્યાપક કિસ્સો દર્શાવ્યો છે.

BC અને DA બાજુઓ પર લાગતા બળો સમાન (મૂલ્યના), વિરુદ્ધ દિશામાં, તથા BC અને DAના દ્રવ્યમાન કેન્દ્રોને જોડતી અક્ષ પર લાગે છે. આ બળો અક્ષ પર એક રેખસ્થ હોવાથી આ બળો એકબીજાને નાબુદ કરે છે જેથી પરિણામી બળ કે ટોર્ક લાગતું નથી. AB અને CD બાજુઓ પરના બળ  $F_1$  અને  $F_2$  છે. તે પણ સમાન અને વિરુદ્ધ દિશામાં છે, જેમનું મૂલ્ય

$$F_1 = F_2 = I b B$$

પરંતુ તેઓ (આ બળો) એક રેખા પર (એક રેખસ્થ) નથી ! આથી અગાઉની જેમ બળ યુગ્મ ઉદ્ભવે છે. આમ છતાં, આ ટોર્ક અગાઉના કિસ્સા, જેમાં ગૂંચળાનું સમતલ ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં હતું તે કરતાં ઓછું છે. આનું કારણ એ છે કે, આ બળોની જોડ (યુગ્મ) વચ્ચેનું લંબ અંતર ઘટ્યું છે. આકૃતિ 4.22(b)માં AD છેડા તરફથી જોતાં દેખાતું દૃશ્ય દર્શાવ્યું છે અને તે જોડ (યુગ્મ) રચતાં બે બળો દર્શાવે છે. ગૂંચળા પર લાગતા ટોર્કનું મૂલ્ય,

$$\begin{aligned} \tau &= F_1 \frac{a}{2} \sin\theta + F_2 \frac{a}{2} \sin\theta \\ &= I a b B \sin\theta \\ &= I A B \sin\theta \end{aligned} \quad (4.27)$$

જેમ  $\theta \rightarrow 0$ , તેમ બળોની જોડ (યુગ્મ) વચ્ચેનું લંબ અંતર પણ શૂન્ય થતું જાય છે. તે બળોને એક રેખસ્થ કરે છે અને પરિણામી બળ તથા ટોર્ક શૂન્ય થાય છે. સમીકરણો (4.26) અને (4.27)માં દર્શાવેલા ટોર્કને ગૂંચળાની ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) અને ચુંબકીયક્ષેત્રના સદિશ ગુણાકાર વડે દર્શાવી શકાય. આપણે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળાની ચુંબકીય મોમેન્ટ આ રીતે વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ,

$$\mathbf{m} = IA \quad (4.28)$$

જ્યાં (ગૂંચળાના) ક્ષેત્રફળ સદિશની દિશા જમણા હાથના અંગુઠાના નિયમ પરથી મળે છે. જે આકૃતિ 4.21માં પૃષ્ઠના સમતલમાં અંદરની તરફ જતી દર્શાવી છે.  $\mathbf{m}$  અને  $\mathbf{B}$  વચ્ચેનો ખૂણો પણ  $\theta$  હોવાથી, સમીકરણો (4.26) અને (4.27)ને એક સમીકરણ વડે આ મુજબ દર્શાવી શકાય.

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \quad (4.29)$$

જે સ્થિત વિદ્યુતના કિસ્સા (વિદ્યુતક્ષેત્ર Eમાં રહેલા ડાઈપોલ મોમેન્ટ  $\mathbf{p}_e$  ધરાવતા ડાઈપોલ) જેવું છે.

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p}_e \times \mathbf{E}$$

સમીકરણ (4.28) પરથી જોઈ શકાય કે ચુંબકીય મોમેન્ટના પરિમાણ  $[A][L^2]$  અને તેનો એકમ  $A m^2$  છે.

સમીકરણ (4.29) પરથી આપણે જોઈ શકીએ કે જ્યારે  $\mathbf{m}$ , ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$  ને સમાંતર કે પ્રતિસમાંતર દિશામાં હોય ત્યારે ટોર્ક  $\boldsymbol{\tau}$  નાબુદ (શૂન્ય) થાય છે. આ સંતુલન સ્થિતિ દર્શાવે છે, કારણ કે ગૂંચળા પર કોઈ ટોર્ક લાગતું નથી (આ હકીકત ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા)  $\mathbf{m}$  ધરાવતા કોઈ પણ પદાર્થ માટે લાગુ પડે છે). જ્યારે  $\mathbf{m}$  અને  $\mathbf{B}$  સમાંતર હોય ત્યારે સંતુલન સ્થિર હોય છે. ગૂંચળાનું થોડુંક પણ

ભ્રમણ ટોર્ક ઉત્પન્ન કરે છે, જે તેને મૂળ સ્થિતિમાં લાવે છે. જ્યારે તેઓ પ્રતિસમાંતર હોય, ત્યારે સંતુલન અસ્થિર હોય છે કારણ કે કોઈ પણ કોણાવર્તન (ભ્રમણ) ટોર્ક ઉત્પન્ન કરે છે અને તે, કોણાવર્તનનું મૂલ્ય વધે તેમ વધે છે. આ ટોર્કના કારણે જ કોઈ નાના ચુંબક કે કોઈ ચુંબકીય ડાઈપોલને બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મુકતાં તેની (આ ક્ષેત્રની) દિશામાં ગોઠવાઈ જાય છે.

જો ગૂંચળાને પાસપાસે વિંટાળેલા  $N$  આંટા હોય, તો પણ ટોર્ક માટેનું સમીકરણ (4.29) સાચું રહે છે, કે જેથી

$$\mathbf{m} = NIA \quad (4.30)$$

**ઉદાહરણ 4.11** પાસપાસે વિંટાળેલા 100 આંટાવાળું, 10 cm ત્રિજ્યાનું એક વર્તુળાકાર ગૂંચળું 3.2 A વિદ્યુતપ્રવાહ ધરાવે છે. (a) આ ગૂંચળાના કેન્દ્રમાં કેટલું (ચુંબકીય) ક્ષેત્ર હશે ? (b) ગૂંચળાની ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) કેટલી હશે ?

ગૂંચળાને શિરોલંબ સમતલમાં એવી રીતે રાખેલું છે કે જેથી તે તેના વ્યાસ સાથે એક રેખસ્થ એવી સમક્ષિતિજ અક્ષ પર મુક્ત રીતે ભ્રમણ કરી શકે. 2 T જેટલું નિયમિત સમક્ષિતિજ ચુંબકીયક્ષેત્ર એવી રીતે પ્રવર્તે (રહેલું) છે કે જેથી શરૂઆતમાં ગૂંચળાની અક્ષ આ ક્ષેત્રની દિશામાં (એક રેખસ્થ) હોય. ચુંબકીયક્ષેત્રની અસર હેઠળ આ ગૂંચળું  $90^\circ$  કોણ જેટલું ભ્રમણ કરે છે. (c) ગૂંચળાની પ્રારંભિક અને અંતિમ સ્થિતિઓમાં તેના પર લાગતા ટોર્કના મૂલ્યો કેટલા હશે ? (d) જ્યારે ગૂંચળું  $90^\circ$  કોણ પાસે પહોંચે ત્યારે તેણે કેટલી કોણીય ઝડપ પ્રાપ્ત કરી હશે ? ગૂંચળાની જડત્વની ચાકમાત્રા  $0.1 \text{ kg m}^2$  છે.

**ઉકેલ**

(a) સમીકરણ (4.16) પરથી

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$$

અહીંયા,  $N = 100$ ;  $I = 3.2 \text{ A}$  અને  $R = 0.1 \text{ m}$ . આથી,

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10^2 \times 3.2}{2 \times 10^{-1}} = \frac{4 \times 10^{-5} \times 10}{2 \times 10^{-1}}, (\pi \times 3.2 = 10 \text{ લેતી})$$

$$= 2 \times 10^{-3} \text{ T}$$

જમણા હાથના અંગૂઠાના નિયમ પરથી દિશા મેળવી શકાય.

(b) સમીકરણ (4.30) પરથી ચુંબકીય મોમેન્ટ,

$$m = NIA = NI\pi r^2 = 100 \times 3.2 \times 3.14 \times 10^{-2} = 10 \text{ Am}^2$$

અહીંયા પણ દિશા, જમણા-હાથના અંગૂઠાના નિયમ પરથી મેળવી શકાય.

(c)  $\tau = |\mathbf{m} \times \mathbf{B}|$  [સમીકરણ (4.29) પરથી]

$$= mB \sin\theta$$

શરૂઆતમાં  $\theta = 0$ . આથી, શરૂઆતનું ટોર્ક  $\tau_i = 0$

અંતમાં,  $\theta = \pi/2$  (અથવા  $90^\circ$ )

આથી, અંતિમ ટોર્ક  $\tau_f = mB = 10 \times 2 = 20 \text{ Nm}$

(d) ન્યૂટનના બીજા નિયમ પરથી,

$$g \frac{d\omega}{dt} = mB \sin\theta$$

જ્યાં,  $g$  એ ગૂંચળાની જડત્વની ચાકમાત્રા છે. શૃંખલા (Chain)ના નિયમ મુજબ

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta} \omega$$

જેનો ઉપયોગ કરીને,

$$g\omega d\omega = mB \sin\theta d\theta$$

$$\theta = 0 \text{ થી } \theta = \pi/2 \text{ સુધી સંકલન કરતાં,}$$

$$\mathcal{G} \int_0^{\omega_f} \omega d\omega = mB \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta$$

$$\mathcal{G} \frac{\omega_f^2}{2} = -mB \cos \theta \Big|_0^{\pi/2} = mB$$

$$\omega_f = \left( \frac{2mB}{\mathcal{G}} \right)^{1/2} = \left( \frac{2 \times 20}{10^{-1}} \right)^{1/2} = 20 \text{ s}^{-1}$$

#### ઉદાહરણ 4.12

- (a) વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત એક વર્તુળાકાર ગૂંચળું, લીસા સમક્ષિતિજ સમતલ પર રહેલું છે. એવું કોઈ નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરી શકાય કે જેથી ગૂંચળું જાતે (શિરોલંબ અક્ષને અનુલક્ષીને) ભ્રમણ કરવા લાગે ?
- (b) વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત એક વર્તુળાકાર ગૂંચળું બાહ્ય નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં રહેલું છે. જો ગૂંચળું મુક્ત ભ્રમણ કરી શકે એવું હોય, તો સ્થિર (સ્થાયી) સંતુલનમાં તે કઈ દિશામાં ગોઠવાયું હશે ? દર્શાવો કે આ ગોઠવણીમાં કુલ ક્ષેત્ર (બાહ્યક્ષેત્ર + ગૂંચળા વડે ઉદ્ભવેલું ક્ષેત્ર)નું ફ્લક્સ મહત્તમ હશે.
- (c) અનિયમિત આકાર ધરાવતું વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળું બાહ્ય નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં રહેલું છે. જો તાર નરમ (વળી શકે તેવો ઢીલો, લચીલો) હોય, તો શા માટે તે વર્તુળ આકાર ધારણ કરે છે ?

#### ઉકેલ

- (a) ના, કારણ કે તે માટે  $\tau$  શિરોલંબ દિશામાં હોવું જોઈએ. પરંતુ  $\tau = I \mathbf{A} \times \mathbf{B}$ , અને સમક્ષિતિજ ગૂંચળા માટે  $\mathbf{A}$  શિરોલંબ દિશામાં હોવાથી, કોઈપણ  $\mathbf{B}$  માટે  $\tau$  ગૂંચળાના સમતલમાં હશે.
- (b) સ્થિર સંતુલનમાં ગોઠવાવાનો અર્થ એ કે ગૂંચળાનો ક્ષેત્રફળ સદિશ  $\mathbf{A}$  બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં ગોઠવાયેલ હોય. આ સ્થિતિમાં, ગૂંચળા વડે ઉદ્ભવેલું ચુંબકીયક્ષેત્ર, બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં હોય અને બંને ગૂંચળાના સમતલને લંબ રૂપે હોય, જેથી કુલ (ચુંબકીય) ક્ષેત્રનું ફ્લક્સ મહત્તમ થાય.
- (c) આપેલ પરિમિતિ માટે, બીજા આકાર કરતાં વર્તુળ આકાર મહત્તમ ક્ષેત્રફળ ધરાવતો હોવાથી, જ્યારે તે (ગૂંચળું) ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબરૂપે હોય ત્યારે મહત્તમ ફ્લક્સ આવરી લેવા તે વર્તુળ આકાર ધારણ કરે છે.

### 4.10.2 ચુંબકીય ડાયપોલ તરીકે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વર્તુળાકાર ગૂંચળું (Circular Current Loop as a Magnetic Dipole)

આ પરિચ્છેદમાં આપણે સાદો ચુંબકીય ઘટક : એટલે કે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળું, ધ્યાનમાં લઈશું. આપણે દર્શાવીશું કે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વર્તુળાકાર ગૂંચળાના કારણે (લાંબા અંતરે) ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર, વિદ્યુત ડાયપોલના વિદ્યુતક્ષેત્ર જેવું જ છે. પરિચ્છેદ 4.6માં આપણે વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$  ધારિત,  $R$  ત્રિજ્યાના, વર્તુળાકાર ગૂંચળા વડે તેની અક્ષ પર ઉદ્ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્રની ગણતરી કરી હતી. આ (ચુંબકીય) ક્ષેત્રનું મૂલ્ય [સમીકરણ (4.15)],

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

છે અને તેની દિશા જમણા-હાથના અંગુઠાના નિયમ [આકૃતિ 4.12] મુજબ અક્ષ પર હોય છે. અહીં,  $x$  એ ગૂંચળાના કેન્દ્રથી તેની અક્ષ પર (આપેલ બિંદુનું) અંતર છે.  $x \gg R$  માટે આપણે છેદમાં આવેલ  $R^2$  પદ અવગણી શકીએ. આથી,

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3}$$

નોંધો કે ગૂંચળાનું ક્ષેત્રફળ  $A = \pi R^2$ . આથી,

$$B = \frac{\mu_0 I A}{2\pi x^3}$$

અગાઉની જેમ, આપણે  $IA$  મૂલ્ય ધરાવતી ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા)ને  $\mathbf{m} = IA$  વડે વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ. આથી,

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \frac{\mu_0 \mathbf{m}}{2\pi x^3} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\mathbf{m}}{x^3} \end{aligned} \quad [4.31(a)]$$

સમીકરણ [4.31(a)] વડે દર્શાવેલું સૂત્ર, અગાઉ ડાયપોલના વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે મેળવેલ સૂત્ર જેવું જ છે. જો આપણે

$$\mu_0 \rightarrow 1/\epsilon_0$$

$$\mathbf{m} \rightarrow \mathbf{p}_e \text{ (સ્થિત વિદ્યુત ડાયપોલ)}$$

$$\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{E} \text{ (સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર)}$$

મુકીએ તો આપણને આ સમાનતા જોવા મળે છે. આ પરથી આપણને,

$$\mathbf{E} = \frac{2\mathbf{p}_e}{4\pi\epsilon_0 x^3}$$

જે પ્રકરણ-1 વિભાગ 1.10 [સમીકરણ (1.20)]માં વિદ્યુતડાયપોલ વડે તેની અક્ષ પરના કોઈ બિંદુએ મળતા વિદ્યુતક્ષેત્ર જેવું જ છે.

ઉપરની સામ્યતા હજી આગળ વધારી શકાય. પ્રકરણ-1માં આપણે જોયું હતું કે ડાયપોલના લંબ દ્વિભાજક પર વિદ્યુતક્ષેત્ર

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{p}_e}{4\pi\epsilon_0 x^3}$$

વડે આપી શકાય [જુઓ સમીકરણ (1.21)], જ્યાં  $x$  એ ડાયપોલથી અંતર છે. ઉપરના સમીકરણમાં જો આપણે  $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{m}$  અને  $\mu_0 \rightarrow 1/\epsilon_0$  બદલીએ, તો આપણને ગૂંચળાના સમતલમાં તેના કેન્દ્રથી  $x$  અંતરે આવેલા બિંદુ પાસે  $\mathbf{B}$ નું મૂલ્ય મળે.  $x \gg R$  માટે,

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mathbf{m}}{4\pi x^3} \quad x \gg R \quad [4.31(b)]$$

સમીકરણો [(4.31(a)) અને [4.31(b)]] વડે મળતા પરિણામો બિંદુવત ચુંબકીય ડાયપોલ માટે એકદમ ચોક્કસ મળે.

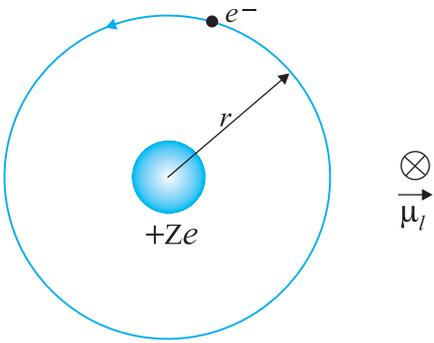
ઉપર મેળવેલા સમીકરણો કોઈ પણ સમતલ ગૂંચળા પર લાગુ પાડી શકાય. વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત સમતલ ગૂંચળુ એ  $\mathbf{m} = IA$  જેટલી ડાયપોલ મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) ધરાવતા ચુંબકીય ડાયપોલને સમતુલ્ય છે, જ્યાં  $\mathbf{m}$  વિદ્યુત ડાયપોલ મોમેન્ટ  $\mathbf{p}$  સાથે સામ્યતા ધરાવે છે. આમ છતાં, એક પાયાનો તફાવત નોંધવો જોઈએ કે વિદ્યુત ડાયપોલ એ બે મૂળભૂત એકમો વિદ્યુતભારો (અથવા વિદ્યુત એકધ્રુવીઓ-Monopoles)નો બનેલો છે. ચુંબકત્વમાં, ચુંબકીય ડાયપોલ (અથવા વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળુ) એ સૌથી મૂળભૂત (પ્રાથમિક) ઘટક છે. વિદ્યુતભારોને સમતુલ્ય એટલે કે ચુંબકીય એક ધ્રુવીઓ, અસ્તિત્વમાં હોવાનું માલુમ પડ્યું નથી.

આપણે દર્શાવ્યું છે કે, વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળુ (i) ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે (જુઓ આકૃતિ 4.12) અને મોટા અંતરો માટે ચુંબકીય ડાયપોલ તરીકે વર્તે છે, અને (ii) ચુંબકીય સોયની માફક ટોર્ક અનુભવે છે.

આ હકીકતને લીધે એમ્પિયરે એવું સૂચન કર્યું કે, બધું જ ચુંબકત્વ ભ્રમણ કરતા (વર્તુળમાર્ગી) વિદ્યુતપ્રવાહોને આભારી છે. આ થોડા અંશે સાચું પણ લાગે છે અને હજી સુધી કોઈ પણ ચુંબકીય એક ધ્રુવીઓ જોવામાં આવી નથી. આમ છતાં, ઈલેક્ટ્રોન કે પ્રોટોન જેવા પ્રાથમિક કણો જે આંતરિક (આગવી) ચુંબકીય મોમેન્ટ ધરાવે છે, જે ભ્રમણ કરતા (વર્તુળમાર્ગી) વિદ્યુતપ્રવાહ પર આધારિત નથી.

### 4.10.3 પરિભ્રમણ કરતા ઈલેક્ટ્રોનની ચુંબકીય ડાયપોલ મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) (The Magnetic Dipole Moment of a Revolving Electron)

પ્રકરણ-12માં આપણે હાઈડ્રોજન પરમાણુના બોહ્ર મોડેલ વિશે ભણીશું. તમે કદાચ આ મોડેલ વિશે સાંભળ્યું હશે કે જે ડેનિશ (Danish) ભૌતિકવિજ્ઞાની નિલ્સ બોહ્રે (Niels Bohr) 1911માં રજૂ કર્યું



**આકૃતિ 4.23** હાઈડ્રોજન જેવા પરમાણુઓ માટે બોહ્ર મોડેલમાં ઋણ વિદ્યુતભાર ધારિત ઈલેક્ટ્રોન નિયમિત ઝડપથી કેન્દ્રમાં રહેલા ધન વિદ્યુતભાર (+Ze) ધારિત ન્યુક્લિઅસની આસપાસ ભ્રમણ કરે છે. ઈલેક્ટ્રોનની વર્તુળાકાર માર્ગ નિયમિત ગતિ વિદ્યુતપ્રવાહ રચે છે. ચુંબકીય મોમેન્ટની દિશા પૃષ્ઠના સમતલમાં અંદરની તરફ છે જે બાજુમાં અલગથી ⊗ વડે દર્શાવી છે.

હતું અને તે નવા પ્રકારના યંત્રશાસ્ત્ર, એટલે કે ક્વોન્ટમ યંત્રશાસ્ત્રની દિશામાં પહેલું પગથિયું હતું. બોહ્ર મોડેલમાં, ઈલેક્ટ્રોન (ઋણ વિદ્યુતભારિત કણ) ધન વિદ્યુતભારિત ન્યુક્લિઅસની આજુ બાજુ ભ્રમણ કરે છે, જે રીતે સૂર્યની આસપાસ ગ્રહ ભ્રમણ કરે છે. પ્રથમ કિસ્સામાં આ બળ સ્થિત વિદ્યુતીય (કુલંબ બળ) છે જ્યારે ગ્રહ-સૂર્યના કિસ્સામાં તે ગુરુત્વાકર્ષી છે. ઈલેક્ટ્રોનનું બોહ્ર નિરૂપણ આકૃતિ 4.23માં દર્શાવ્યું છે.

વિદ્યુતભાર (-e) ( $e = +1.6 \times 10^{-19}$  C) ધરાવતો ઈલેક્ટ્રોન, +Ze વિદ્યુતભાર ધરાવતા સ્થિર અને ભારે ન્યુક્લિઅસની આસપાસ નિયમિત વર્તુળાકાર ગતિ કરે છે. તે વિદ્યુતપ્રવાહ I રચે છે, જ્યાં

$$I = \frac{e}{T} \quad (4.32)$$

અને T એ એક પરિભ્રમણ માટેનો સમય (આવર્તકાળ) છે. ધારોકે r એ ઈલેક્ટ્રોનની કક્ષાની ત્રિજ્યા, તથા v એ તેની કક્ષીય ઝડપ છે. આથી,

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad (4.33)$$

સમીકરણ (4.32)માં મુકતાં, આપણને  $I = ev/2\pi r$  મળે.

આ પરિભ્રમણ કરતા વિદ્યુતપ્રવાહ સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) પણ મળે જેને સામાન્ય રીતે  $\mu_l$  વડે દર્શાવાય છે. સમીકરણ (4.28) પરથી તેનું મૂલ્ય,  $\mu_l = I\pi r^2 = evr/2$ .

આ ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા)ની દિશા આકૃતિ 4.23 મુજબ પૃષ્ઠના સમતલમાં અંદરની તરફ છે. [ઋણ વિદ્યુતભાર ધારિત ઈલેક્ટ્રોન વિષમ ઘડી ગતિ કરતો હોય તો તે સમઘડી વિદ્યુતપ્રવાહ દર્શાવે છે અને તેથી અગાઉ દર્શાવ્યું હતું તે મુજબ જમણા હાથના નિયમ મુજબ આ દિશા મળે છે]. ઉપરના સમીકરણની જમણી બાજુને ઈલેક્ટ્રોનના દળ  $m_e$  સાથે ગુણી અને ભાગતાં

$$\begin{aligned} \mu_l &= \frac{e}{2m_e} (m_e v r) \\ &= \frac{e}{2m_e} l \end{aligned} \quad [4.34(a)]$$

અહીં, l એ કેન્દ્રમાં રહેલા ન્યુક્લિઅસની સાપેક્ષે ઈલેક્ટ્રોનના કોણીય વેગમાન (“કક્ષીય” કોણીય વેગમાન) નું મૂલ્ય છે. સદિશની રીતે,

$$\mu_l = -\frac{e}{2m_e} l \quad [4.34(b)]$$

ઋણ ચિહ્ન દર્શાવે છે કે ઈલેક્ટ્રોનનું કોણીય વેગમાન ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા)ની વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે.

જો વિદ્યુતભાર ( $-e$ ) ધરાવતા ઈલેક્ટ્રોનની જગ્યાએ આપણે ( $+q$ ) વિદ્યુતભાર ધરાવતો કણ લીધો હોત, તો કોણીય વેગમાન અને ચુંબકીય મોમેન્ટ એક જ દિશામાં હોત. તેમના ગુણોત્તર

$$\frac{\mu_l}{l} = \frac{e}{2m_e} \quad (4.35)$$

ને ગાયરોમેગ્નેટીક (Gyromagnetic) ગુણોત્તર કહે છે અને તે અચળ હોય છે. ઈલેક્ટ્રોન માટે તેનું મૂલ્ય  $8.8 \times 10^{10}$  C/kg છે, જે પ્રયોગો દ્વારા ચકાસવામાં આવ્યું છે.

પરમાણુ કક્ષાએ પણ ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) હોય છે. એ હકીકત એમ્પિયરના, પરમાણુઓની ચુંબકીય મોમેન્ટ વિશેના સાહસિક અધિતર્કને અનુમોદન આપે છે. એમ્પિયરે દર્શાવ્યા મુજબ, આ (પરમાણુની ચુંબકીય મોમેન્ટ) આપણને દ્રવ્યોના ચુંબકીય ગુણધર્મો સમજાવવા માટે ઉપયોગી છે. શું આપણે પરમાણ્વિક ડાઈપોલ મોમેન્ટ સાથે કોઈ સંખ્યા સાંકળી શકીએ ? એનો જવાબ હા છે. બોહર મોડેલમાં આપણે આવું કરી શકીએ. બોહરે અધિતર્ક આપ્યો કે કોણીય વેગમાન અમુક વિભિન્ન (પૃથક) મૂલ્યોનો સમૂહ (Set) ધરાવે છે, જે

$$l = \frac{nh}{2\pi} \quad (4.36)$$

છે, જ્યાં,  $n$  એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.  $n = 1, 2, 3, \dots$  અને  $h$  એ અચળાંક છે જેને મેક્સ પ્લાન્કના માનમાં (પ્લાન્કનો અચળાંક) નામ અપાયું છે. તેનું મૂલ્ય  $h = 6.626 \times 10^{-34}$  J s છે. આ પૃથકતાના નિયમને બોહરની ક્વોન્ટમીકરણની શરત કહે છે. તેને વિસ્તૃત રૂપમાં આપણે પ્રકરણ-12માં સમજીશું. અહીં, આપણો હેતુ ફક્ત પ્રાથમિક ડાઈપોલ મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) શોધવાનો જ છે.  $n = 1$  લઈએ તો, સમીકરણ (4.34) પરથી,

$$\begin{aligned} (\mu_l)_{\min} &= \frac{e}{4\pi m_e} h \\ &= \frac{1.60 \times 10^{-19} \times 6.63 \times 10^{-34}}{4 \times 3.14 \times 9.11 \times 10^{-31}} \\ &= 9.27 \times 10^{-24} \text{ Am}^2 \end{aligned} \quad (4.37)$$

જ્યાં, 'min' એ લઘુત્તમ મૂલ્ય દર્શાવે છે. આ મૂલ્યને બોહર મેગ્નેટોન (Bohr Magneton) કહે છે.

નિયમિત વર્તુળમય ગતિ કરતા કોઈપણ વિદ્યુતભાર સાથે ચુંબકીય મોમેન્ટ સંકળાયેલી હોય છે, જે સમીકરણ (4.34) જેવા સૂત્ર વડે આપી શકાય છે. આ ડાયપોલ ચાકમાત્રાને કક્ષીય ચુંબકીય ચાકમાત્રા કહે છે આથી,  $\mu$  માં ' $l$ ' આવે છે. કક્ષીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) ઉપરાંત, ઈલેક્ટ્રોનને આંતરિક (પ્રાકૃતિક) ચુંબકીય મોમેન્ટ પણ હોય છે, જેનું મુલ્ય સમીકરણ (4.37) વડે મળતા મૂલ્ય જેટલું જ હોય છે. તેને સ્પિન ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) કહે છે. પરંતુ આપણે એ ત્વરિત ઉમેરીએ છીએ કે ઈલેક્ટ્રોન પોતાનામાંથી પસાર થતી ધરી આસપાસ ભ્રમણ કરે છે એવું નથી. ઈલેક્ટ્રોન પ્રાથમિક કણ છે અને તેને ભ્રમરડા કે પૃથ્વીની જેમ ફરવા માટે કોઈ અક્ષ હોતી નથી. આમ છતાં તે આંતરિક ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા) ધરાવે છે. લોખંડ અને બીજા (તેવી) ધાતુઓમાં અતિસૂક્ષ્મ કક્ષાએ ચુંબકીય ગુણધર્મોના મૂળ આ આંતરિક સ્પિન ચુંબકીય મોમેન્ટ સુધી દોરી જાય છે.

#### 4.11 ચલિત ગૂંચળાવાળું ગેલ્વેનોમીટર

##### (THE MOVING COIL GALVANOMETER)

પરિપથોમાં વિદ્યુતપ્રવાહો અને વીજદબાણની વિસ્તૃત ચર્ચા પ્રકરણ-3માં કરેલ હતી. પરંતુ આપણે તેમનું માપન કેવી રીતે કરી શકીએ ? આપણે કેવી રીતે દાવો કરી શકીએ કે કોઈ પરિપથમાં વિદ્યુતપ્રવાહ 1.5 A અથવા કોઈ અવરોધના બે છેડા વચ્ચે વીજદબાણ તફાવત 1.2 V છે ? આકૃતિ 4.24માં આ હેતુ



માટે ખૂબ જ ઉપયોગી સાધનની રૂપરેખા દર્શાવી છે : જે ચલિત ગુંચળાવાળું ગેલ્વેનોમીટર (MCG) છે. વિભાગ 4.10માં આપેલ સમજૂતીના આધારે આ સાધનનો સિદ્ધાંત સમજી શકાય.

ગેલ્વેનોમીટર ઘણા આંટાવાળા ગુંચળાનું બનેલું છે, જે નિયમિત ત્રિજ્યાવર્તી ચુંબકીયક્ષેત્રમાં, તેની સ્થિર અક્ષની સાપેક્ષે મુક્ત ભ્રમણ કરી શકે છે. તેમાં એક નરમ લોખંડનો નળાકાર કેન્દ્રમાં હોય છે, જે આ ચુંબકીયક્ષેત્રને ત્રિજ્યાવર્તી તો કરે જ છે પણ સાથે ક્ષેત્રની તિવ્રતા પણ વધારે છે. જ્યારે ગૂંચળામાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ વહન થાય, ત્યારે તેના પર ટોર્ક લાગે છે. સમીકરણ (4.26) પરથી આ ટોર્કનું મૂલ્ય

$$\tau = NIAB$$

જ્યાં, સંજ્ઞાઓને તેમના પ્રચલિત અર્થ છે. અહીં (ચુંબકીય) ક્ષેત્ર ત્રિજ્યાવર્તી હોવાથી આપણે ઉપર દર્શાવેલ ટોર્કના સમીકરણમાં  $\sin\theta = 1$  લીધું છે. ચુંબકીય ટોર્ક  $NIAB$ ના કારણે ગૂંચળુ કોણાવર્તન અનુભવે છે. સ્પ્રિંગ  $S_p$  વડે વિરુદ્ધ ટોર્ક  $k\phi$  લાગે છે જે ચુંબકીય ટોર્ક  $NIAB$ ને સમતોલે છે; જેથી સ્થિર કોણાવર્તન  $\phi$  મળે. સંતુલન સ્થિતિમાં

$$k\phi = NIAB$$

જ્યાં  $k$  એ સ્પ્રિંગનો બળ અચળાંક છે, એટલે કે, એકમ વળ દીઠ લાગતું પુનઃસ્થાપક ટોર્ક. સ્પ્રિંગ સાથે જોડાયેલ દર્શક (પોઈન્ટર) કોણાવર્તન  $\phi$  દર્શાવે છે. આમ,

$$\phi = \left(\frac{NAB}{k}\right) I \quad (4.38)$$

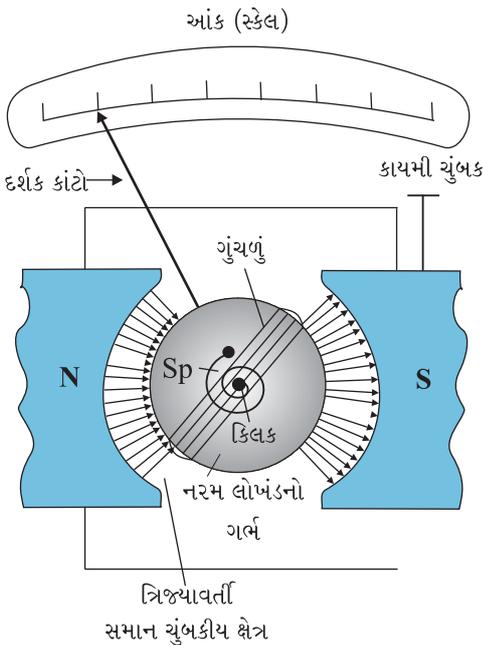
આપેલ ગેલ્વેનોમીટર માટે કૌંસમાંનું પદ અચળ હોય છે.

ગેલ્વેનોમીટરનો ઉપયોગ ઘણી રીતે થઈ શકે છે. તેનો ઉપયોગ કોઈ પરિપથમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થતો હોય તો તેની હાજરીની નોંધ લેવા માટે થઈ શકે છે. વ્હિસ્ટન બ્રીજની ગોઠવણીમાં તટસ્થ સ્થાન (Neutral Position) પાસે (જ્યારે ગેલ્વેનોમીટરમાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ ન વહેતો હોય ત્યારે) દર્શક (ગેલ્વેનોમીટરનું પોઈન્ટર) માપન આંક સ્કેલ પર મધ્યમાં હોય છે અને આકૃતિ 4.24માં બતાવ્યા મુજબ ડાબી બાજુના છેડે હોતો નથી. વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા મુજબ, દર્શકનું કોણાવર્તન જમણી કે ડાબી બાજુ થાય છે.

ગેલ્વેનોમીટરને વિદ્યુતપ્રવાહ માપવા માટે સીધું જ એમીટર તરીકે પરિપથમાં જોડી ન શકાય. આ માટે બે કારણો છે : (i) ગેલ્વેનોમીટર ખૂબ જ સંવેદનશીલ સાધન છે,  $IA$ ના કમના વિદ્યુતપ્રવાહ માટે પણ તે પૂર્ણ સ્કેલ આવર્તન દર્શાવે છે. (ii) વિદ્યુતપ્રવાહ માપવા માટે, ગેલ્વેનોમીટરના શ્રેણીમાં જોડવું પડે, પરંતુ તેનો અવરોધ વધુ હોય છે, જેથી તે પરિપથમાં વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહનું મૂલ્ય બદલી નાખે છે. આ તકલીફો દૂર કરવા માટે, આપણે નાના અવરોધ  $r_s$ , જેને શંટ અવરોધ કહે છે, તે ગેલ્વેનોમીટરના ગૂંચળાને સમાંતર જોડવો પડે જેથી મોટા ભાગનો વિદ્યુતપ્રવાહ આ શંટમાંથી પસાર થઈ જાય. આ વ્યવસ્થાનો અવરોધ

$$R_G r_s / (R_G + r_s) \approx r_s \text{ થાય, જો } R_G \gg r_s$$

જો  $r_s$ નું મૂલ્ય બાકીના પરિપથના અવરોધ  $R_G$  કરતાં પ્રમાણમાં નાનું હોય, તો માપન માટે જોડેલા આ સાધનની અસર ઓછી થાય છે જે અવગણી શકાય. આ વ્યવસ્થાની રૂપરેખા આકૃતિ 4.25માં દર્શાવી છે. આ એમીટરનો



**આકૃતિ 4.24** ચલિત ગુંચળાવાળું ગેલ્વેનોમીટર. તેના ઘટકોનું વર્ણન લખાણમાં/પુસ્તકમાં કર્યું છે. જરૂરીયાત મુજબ, આ સાધનનો ઉપયોગ વિદ્યુતપ્રવાહની હાજરીની નોંધ લેવા માટે અથવા વિદ્યુતપ્રવાહનું મૂલ્ય માપવા (એમીટર) કે વીજદબાણ માપવા માટે (વોલ્ટમીટર) તરીકે થઈ શકે છે.

સ્કેલ અંકન કરીને દર્શાવેલ છે. જેથી વિદ્યુતપ્રવાહનું મૂલ્ય સહેલાઈથી વાંચી શકાય. આપણે ગેલ્વેનોમીટરની પ્રવાહ સંવેદિતાને એકમ પ્રવાહ દીઠ મળતા આવર્તન વડે વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ. સમીકરણ (4.38) પરથી આ પ્રવાહ સંવેદિતા,

$$\frac{\phi}{I} = \frac{NAB}{k} \quad (4.39)$$

તેના ઉત્પાદક માટે આ સંવેદિતા વધારવા માટેનો સહેલો ઉપાય એ છે કે આંટાઓની સંખ્યા N વધારવી. આપણે આપણા પ્રયોગમાં જરૂરીયાત મુજબની સંવેદિતાવાળું ગેલ્વેનોમીટર પસંદ કરીએ છીએ.

ગેલ્વેનોમીટરનો ઉપયોગ પરિપથના આપેલ ઘટકના બે છેડાઓ વચ્ચે વીજદબાણ માપવા માટે પણ થઈ શકે છે. આ માટે તેને પરિપથના એ વિભાગને સમાંતર જોડવું પડે. આ ઉપરાંત, તે ખૂબ ઓછો વિદ્યુતપ્રવાહ લેતું હોવું જોઈએ, નહીંતર આ વીજદબાણનું માપન મૂળભૂત ગોઠવણીનું મૂલ્ય મોટા પ્રમાણમાં બદલી નાખશે. સામાન્ય રીતે આપણે ઈચ્છીએ કે માપનના સાધન વડે થતો ફેરફાર એક ટકાથી ઓછો હોય. આમ થાય તે માટે, ગેલ્વેનોમીટરની શ્રેણીમાં એક મોટો અવરોધ R જોડવામાં આવે છે. આ વ્યવસ્થાની રૂપરેખા આકૃતિ 4.26માં દર્શાવી છે. નોંધો કે હવે વોલ્ટમીટરનો અવરોધ

$$R_G + R \approx R : \text{ મોટું મૂલ્ય}$$

વોલ્ટમીટરનો સ્કેલ પ્રમાણિત કરીને અંકિત કરવામાં આવે છે કે જેથી વીજદબાણનું મૂલ્ય સહેલાઈથી વાંચી શકાય. આપણે વોલ્ટમીટરની સંવેદિતાને એકમ વોલ્ટ (વીજદબાણ) દીઠ મળતા આવર્તન વડે વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ. સમીકરણ (4.38) પરથી,

$$\frac{\phi}{V} = \left( \frac{NAB}{k} \right) \frac{I}{V} = \left( \frac{NAB}{k} \right) \frac{1}{R} \quad (4.40)$$

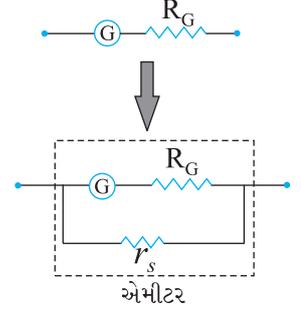
અહીં નોંધવા જેવી રસપ્રદ બાબત એ છે કે પ્રવાહ સંવેદિતા વધારીએ તો વોલ્ટેજ સંવેદિતા વધે એવું જરૂરી નથી. આપણે સમીકરણ (4.39)ને ધ્યાનમાં લઈએ જે પ્રવાહ સંવેદિતા આપે છે. જો  $N \rightarrow 2N$ , એટલે કે આપણે આંટાઓની સંખ્યા બમણી કરીએ, તો

$$\frac{\phi}{I} \rightarrow 2 \frac{\phi}{I}$$

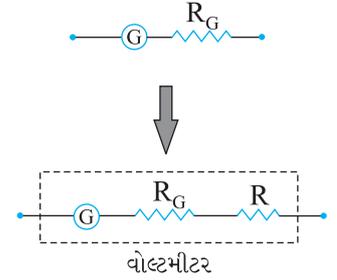
આમ, પ્રવાહ સંવેદિતા વધે છે. પરંતુ, આથી ગેલ્વેનોમીટરનો અવરોધ પણ બમણો થાય છે, કારણ કે તે તારની લંબાઈ પર આધાર રાખે છે. સમીકરણ (4.40)માં  $N \rightarrow 2N$  અને  $R \rightarrow 2R$ , આથી, વોલ્ટેજ સંવેદિતા,

$$\frac{\phi}{V} \rightarrow \frac{\phi}{V}$$

જે બદલાતી નથી (અચળ રહે છે). આમ સામાન્ય રીતે ગેલ્વેનોમીટરના એમીટરમાં રૂપાંતર માટે જરૂરી બદલાવ એ તેના વોલ્ટમીટરમાં રૂપાંતર માટે જરૂરી બદલાવ કરતાં જુદો હોય છે.

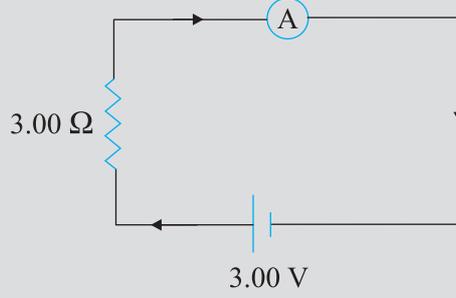


**આકૃતિ 4.25** ખૂબ નાના મૂલ્યના શંટ અવરોધ  $r_s$ ને ગેલ્વેનોમીટર (G)ને સમાંતર જોડીને તેનું એમીટરમાં રૂપાંતર.



**આકૃતિ 4.26** મોટા મૂલ્યના અવરોધ Rને ગેલ્વેનોમીટર (G) સાથે શ્રેણીમાં જોડીને તેનું વોલ્ટમીટરમાં રૂપાંતર.

**ઉદાહરણ 4.13** આપેલ પરિપથ (આકૃતિ 4.27)માં વિદ્યુતપ્રવાહ માપવાનો છે. જો દર્શાવેલ એમીટર (a) એ  $R_G = 60.00 \Omega$  અવરોધનું ગેલ્વેનોમીટર હોય; (b) તે (a)માં દર્શાવ્યા મુજબનું ગેલ્વેનોમીટર હોય પરંતુ શંટ અવરોધ  $r_s = 0.02 \Omega$  વડે એમીટરમાં રૂપાંતર કરેલું હોય, (c) શૂન્ય અવરોધવાળું આદર્શ એમીટર હોય, તો વિદ્યુતપ્રવાહનું મૂલ્ય કેટલું મળશે ?



આકૃતિ 4.27

ઉકેલ

(a) પરિપથનો કુલ અવરોધ

$$R_G + 3 = 63 \Omega, \text{ આથી } I = 3/63 = 0.048 \text{ A}$$

(b) એમીટરમાં રૂપાંતર પામેલ ગેલ્વેનોમીટરનો અવરોધ

$$\frac{R_G r_s}{R_G + r_s} = \frac{60 \Omega \times 0.02 \Omega}{(60 + 0.02) \Omega} \approx 0.02 \Omega$$

પરિપથમાં કુલ અવરોધ

$$0.02 \Omega + 3 \Omega = 3.02 \Omega \text{ આથી, } I = 3/3.02 = 0.99 \text{ A}$$

(c) શૂન્ય અવરોધ વાળા આદર્શ એમીટર માટે,

$$I = 3/3 = 1.00 \text{ A.}$$

### સારાંશ

1. વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો  $\mathbf{E}$  અને  $\mathbf{B}$ માં  $\mathbf{v}$  વેગથી ગતિ કરતા વિદ્યુતભાર  $q$  પર લાગતું કુલ બળ, લોરેન્ઝ બળ કહેવાય છે. તે નીચેના સૂત્ર મુજબ દર્શાવાય છે :

$$= q(\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E})$$

2. બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ માં રહેલો વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$  ધારિત,  $l$  લંબાઈનો સીધો તાર  $F$  જેટલું બળ અનુભવે છે.

$$\mathbf{F} = I \mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

જ્યાં  $|\mathbf{l}| = l$  અને  $l$ ની દિશા વિદ્યુતપ્રવાહની દિશામાં હોય છે.

3. નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ માં, વિદ્યુતભાર  $q$  વર્તુળાકાર કક્ષામાં ફરે છે, જે ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ ને લંબ હોય છે. તેની નિયમિત વર્તુળાકાર ગતિની આવૃત્તિને સાઈક્લોટ્રોન આવૃત્તિ કહે છે, જે

$$v_c = \frac{qB}{2\pi m}$$

વડે દર્શાવાય છે. આ આવૃત્તિ કણની ઝડપ અને તેની (વર્તુળાકાર માર્ગની) ત્રિજ્યા પર આધાર રાખતી નથી. આ હકીકતનો ઉપયોગ સાઈક્લોટ્રોનમાં થાય છે, જે વિદ્યુતભારોને પ્રવેગિત કરવાનું કાર્ય કરે છે.

4. બાયોસાવરનો નિયમ દર્શાવે છે કે સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$  ધારિત  $d\mathbf{l}$  લંબાઈના ખંડને કારણે તેનાથી  $r$  અંતરે આવેલા બિંદુ  $P$  પાસે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર  $d\mathbf{B}$  આ મુજબ મળે છે.

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

P બિંદુએ કુલ (ચુંબકીય) ક્ષેત્ર મેળવવા માટે, આપણે આ સદિશ સૂત્રનું તારની સમગ્ર લંબાઈ પર સંકલન કરવું પડે.

5. વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત, R ત્રિજ્યાના વર્તુળાકાર ગૂંચળા વડે તેની અક્ષ પર તેના કેન્દ્રથી  $r$  અંતરે ઉદ્ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

(ગૂંચળાના) કેન્દ્ર પર તેનું મૂલ્ય

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \text{ વડે અપાય છે.}$$

6. એમ્પિયરનો સર્કિટલ નિયમ : ધારોકે એક બંધ ગાળા C વડે એક ખુલ્લી સપાટી S ઘેરાયેલી છે, તો એમ્પિયરનો નિયમ દર્શાવે છે કે  $\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$ , જ્યાં I એ

Sમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ છે. Iનું ચિહ્ન જમણા હાથના નિયમ પરથી મેળવી શકાય છે. આપણે આ નિયમના સરળ સ્વરૂપની ચર્ચા કરી છે. જો  $\mathbf{B}$  બંધ વક્રની પરિમિતિ L પરના દરેક બિંદુએ સ્પર્શકની દિશામાં હોય, અને પરિમિતિ પર દરેક જગ્યાએ તેનું મૂલ્ય એક જ હોય, તો

$$BL = \mu_0 I_e$$

જ્યાં  $I_e$  એ બંધ વક્ર વડે ઘેરાયેલો પરિણામી (ચોખ્ખો) વિદ્યુતપ્રવાહ છે.

7. વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત, લાંબા સીધા તારથી R અંતરે ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

જેટલું હોય છે. ક્ષેત્રરેખાઓ તારને સમકેન્દ્રીત વર્તુળો હોય છે.

8. વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત લાંબા સોલેનોઈડની અંદર ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ નું મૂલ્ય

$$B = \mu_0 n I$$

જ્યાં,  $n$  એ એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાઓની સંખ્યા છે.

ટોરોઈડ માટે આ મૂલ્ય

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

જેટલું મળે છે, જ્યાં N એ કુલ આંટાઓની સંખ્યા અને  $r$  એ સરેરાશ ત્રિજ્યા છે.

9. સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહો આકર્ષી અને પ્રતિ-સમાંતર વિદ્યુતપ્રવાહો અપાકર્ષી હોય છે.

10. પાસપાસે વિંટાળેલા N આંટા ધરાવતું, A ક્ષેત્રફળનું તથા વિદ્યુતપ્રવાહ I ધારિત સમતલ ગૂંચળુ, ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા)  $\mathbf{m}$  ધરાવે છે, જ્યાં,

$$\mathbf{m} = N I \mathbf{A}$$

અને  $\mathbf{m}$ ની દિશા જમણા-હાથના અંગુઠાના નિયમ પરથી મળે છે :

તમારી હથેળીને ગૂંચળા પર એ રીતે વાળો કે જેથી તમારી આંગળીઓ વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા દર્શાવે. આ સ્થિતિમાં ઊભો અંગુઠો  $\mathbf{m}$  (અને  $\mathbf{A}$ )ની દિશા દર્શાવશે.

જ્યારે આ ગૂંચળાને નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ માં મુકવામાં આવે ત્યારે તેના પર લાગતું બળ  $\mathbf{F} = 0$  અને ગૂંચળા પર લાગતું ટોર્ક,

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

ચલિત ગૂંચળાવાળા ગેલ્વેનોમીટરમાં, આ ટોર્કને સ્પ્રિંગ વડે લાગતું વિરોધી ટોર્ક સમતોલે છે. આથી,

$$k\phi = N I A B \text{ મળે.}$$

જ્યાં,  $\phi$  એ સંતુલન સ્થિતિમાંનું આવર્તન છે અને  $k$  એ સ્પ્રિંગનો વળ અચળાંક છે.

11. કેન્દ્રમાં રહેલા ન્યૂક્લિઅસની આસપાસ ફરતા (ભ્રમણ કરતા) ઇલેક્ટ્રોનની ચુંબકીય મોમેન્ટ (ચાકમાત્રા)  $\mu_l$  નું મૂલ્ય

$$\mu_l = \frac{e}{2m} l$$

જ્યાં,  $l$  એ કેન્દ્રમાં રહેલા ન્યૂક્લિઅસની આસપાસ ભ્રમણ કરતા ઇલેક્ટ્રોનના કોણીય વેગમાનનું મૂલ્ય છે.  $\mu_l$  ના લઘુત્તમ મૂલ્યને બોહ્ર મેગ્નેટોન  $\mu_B$  કહે છે જેનું મૂલ્ય  $\mu_B = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$ .

12. ચલિત ગૂંચળાવાળા ગેલ્વેનોમીટર સાથે શંટ અવરોધ  $r_s$  જોડીને તેને એમીટરમાં રૂપાંતરીત કરી શકાય છે. તેને (ગેલ્વેનોમીટરને) શ્રેણીમાં મોટા મૂલ્યનો અવરોધ જોડીને તેનું વોલ્ટમીટરમાં રૂપાંતર કરી શકાય છે.

ભૌતિક રાશિ	સંજ્ઞા	પ્રકાર	પરિમાણ	એકમ	નોંધ
મુક્ત અવકાશની પરમિએબિલીટી	$\mu_0$	અદિશ	$[\text{MLT}^{-2}\text{A}^{-2}]$	$\text{T m A}^{-1}$	$4\pi \times 10^{-7} \text{ TmA}^{-1}$
ચુંબકીયક્ષેત્ર	<b>B</b>	સદિશ	$[\text{M T}^{-2}\text{A}^{-1}]$	T (ટેસ્લા)	
ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મોમેન્ટ)	<b>m</b>	સદિશ	$[\text{L}^2\text{A}]$	$\text{A m}^2$ અથવા $\text{J/T}$	
વળ અચળાંક	$k$	અદિશ	$[\text{M L}^2\text{T}^{-2}]$	$\text{N m rad}^{-1}$	(MCG)માં ઉપયોગી છે.

### ગહન વિચારણાના મુદ્દાઓ

- સ્થિત વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ ધન વિદ્યુતભારમાંથી ઉદ્ભવે છે અને ઋણ વિદ્યુતભારમાં સમાઈ જાય છે અથવા અનંત અંતરે લુપ્ત થઈ જાય છે. ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ હંમેશાં બંધ ગાળા રચે છે.
- આ પ્રકરણમાં થયેલ ચર્ચા ફક્ત સ્થિર વિદ્યુતપ્રવાહો, જે સમય સાથે બદલાતા નથી તેમને માટે લાગુ પડે છે.  
જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહો બદલાતા હોય ત્યારે ન્યૂટનનો ત્રીજો નિયમ તો જ લાગુ પડે, જો વિદ્યુત ચુંબકીયક્ષેત્ર વડે મળતું વેગમાનનું વહન ગણતરીમાં લેવામાં આવે.
- લોરેન્ઝ બળનું સૂત્ર યાદ કરો,  
 $\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E})$   
આ વેગ આધારિત બળે ઘણા બધા મોટા વૈજ્ઞાનિક વિચારકોનું ધ્યાન આકર્ષિત કર્યું છે. જો કોઈ તાત્કાલિક ઝડપ  $\mathbf{v}$  થી ગતિ કરતી ફેમ પર જાય તો બળનો ચુંબકીય ભાગ શૂન્ય થાય છે. અહીં વિદ્યુતભારીત કણની ગતિ એ રીતે સમજાવવામાં આવે છે કે નવી ફેમમાં યોગ્ય વિદ્યુતક્ષેત્ર રહેલું છે. આપણે ક્રિયા વિશે વિસ્તારપૂર્વક ચર્ચા નહીં કરીએ. આમ છતાં, આપણે એ ધ્યાનમાં રાખીશું કે આ વિરોધાભાસનો ઉકેલ એ છે કે વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ એકબીજા સાથે સંકળાયેલી ઘટનાઓ (વિદ્યુત ચુંબકત્વ) છે અને લોરેન્ઝ બળનું સૂત્ર કુદરતમાં કોઈ સાર્વત્રિક પસંદગી પામેલ રેફરન્સ ફેમને દર્શાવતું નથી.
- એમ્પિયરનો સર્કીટલ નિયમ, બાયોસાવરના નિયમથી સ્વતંત્ર નથી. તેને બાયોસાવરના નિયમ પરથી તારવી શકાય છે. તેનો બાયોસાવરના નિયમ સાથેનો સંબંધ, ગોસના નિયમ અને કુલંબના નિયમ વચ્ચેના સંબંધ જેવો છે.

સ્વાધ્યાય

- 4.1 8.0 cm ત્રિજ્યા વાળા 100 આંટા ધરાવતા, તારના એક વર્તુળાકાર ગૂંચળામાંથી 0.40 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે. ગૂંચળાના કેન્દ્ર પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ નું મૂલ્ય કેટલું હશે ?
- 4.2 એક લાંબા સીધા તારમાંથી 35 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે. તારથી 20 cm અંતરે રહેલા કોઈ બિંદુ પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ નું મૂલ્ય કેટલું હશે ?
- 4.3 સમક્ષિતિજ સમતલમાં રહેલા એક લાંબા સીધા તારમાંથી 50 A જેટલો વિદ્યુતપ્રવાહ, ઉત્તરથી દક્ષિણ દિશા તરફ વહે છે. તારની પૂર્વમાં 2.5 m અંતરે આવેલા કોઈ બિંદુ પાસે  $\mathbf{B}$ નું મૂલ્ય અને દિશા શોધો.
- 4.4 માથા પરથી પસાર થતા વીજળીના તારમાંથી 90 A વિદ્યુતપ્રવાહ પૂર્વથી પશ્ચિમ દિશા તરફ વહે છે. આ તારથી 1.5 m નીચે ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય અને દિશા શું હશે ?
- 4.5 0.15 Tના નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે  $30^\circ$  કોણ બનાવતી દિશામાં રહેલા તારમાંથી 8 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે. આ તાર પર એકમ લંબાઈ દીઠ લાગતા ચુંબકીય બળનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?
- 4.6 3.0 cm લંબાઈના તારમાંથી 10 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે, જેને એક સોલેનોઈડમાં તેની અક્ષને લંબરૂપે મુકેલો છે. સોલેનોઈડની અંદર ચુંબકીયક્ષેત્ર 0.27 T આપેલ છે. તાર પર કેટલું ચુંબકીય બળ લાગતું હશે ?
- 4.7 4 cm અંતરે રહેલા, બે લાંબા સીધા અને સમાંતર તાર A અને Bમાંથી 8.0 A અને 5.0 A વિદ્યુતપ્રવાહો એક જ (સમાન) દિશામાં વહે છે. તાર Aના 10 cm લંબાઈના વિભાગ પર લાગતું બળ શોધો.
- 4.8 80 cm લંબાઈના એક સોલેનોઈડ પર પાસ-પાસે દરેક 400 આંટા વાળા 5 આવરણ વિંટાળ્યા છે. સોલેનોઈડનો વ્યાસ 1.8 cm છે. જો સોલેનોઈડમાં 8.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતો હોય, તો તેના કેન્દ્ર પાસે  $\mathbf{B}$ નું મૂલ્ય શોધો.
- 4.9 10 cm બાજુઓ વાળા એક ચોરસ ગૂંચળાને 20 આંટા છે અને તેમાંથી 12 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. આ ગૂંચળુ શિરોલંબ લટકાવેલું છે અને ગૂંચળાના સમતલનો લંબ 0.80 T મૂલ્યના સમક્ષિતિજ નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે  $30^\circ$  કોણ બનાવે છે. ગૂંચળું કેટલા મૂલ્યનું ટોર્ક અનુભવશે ?
- 4.10 બે ચલિત ગૂંચળાવાળા મીટરો  $M_1$  અને  $M_2$ ની વિગત આ મુજબ છે :
- $R_1 = 10 \Omega$ ,  $N_1 = 30$ ,  
 $A_1 = 3.6 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ ,  $B_1 = 0.25 \text{ T}$   
 $R_2 = 14 \Omega$ ,  $N_2 = 42$ ,  
 $A_2 = 1.8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ ,  $B_2 = 0.50 \text{ T}$   
 (બંને મીટર માટે સ્પ્રિંગ અચળાંક સરખા છે.)
- $M_2$  અને  $M_1$  ના, (a) વિદ્યુતપ્રવાહ સંવેદિતાનો ગુણોત્તર, અને (b) વોલ્ટેજ સંવેદિતાનો ગુણોત્તર શોધો.
- 4.11 એક ઓરડામાં, 6.5 G ( $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$ ) જેટલું નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર રાખેલું છે. આ ક્ષેત્રમાં લંબ રૂપે એક ઇલેક્ટ્રોન  $4.8 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$  ઝડપે છોડવામાં આવે છે. ઇલેક્ટ્રોનનો માર્ગ વર્તુળાકાર કેમ હશે તે સમજાવો. વર્તુળાકાર કક્ષાની ત્રિજ્યા શોધો.  
 ( $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ )
- 4.12 સ્વાધ્યાય 4.11માં વર્તુળાકાર કક્ષામાં ઇલેક્ટ્રોનના ભ્રમણની આવૃત્તિ શોધો. શું આ જવાબ ઇલેક્ટ્રોનની ઝડપ પર આધાર રાખે છે ? સમજાવો.

- 4.13 (a) 1.0 T જેટલા નિયમિત સમક્ષિતિજ ચુંબકીયક્ષેત્રમાં 8.0 cm ત્રિજ્યા અને 30 આંટા ધરાવતું વર્તુળાકાર ગૂંચળુ લટકાવેલ છે, જેમાંથી 6.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. ક્ષેત્રેખાઓ ગૂંચળાના લંબ સાથે  $60^\circ$  કોણ બનાવે છે. ગૂંચળાનું આવર્તન ન થાય તે માટે તેના પર લગાડવા પડતા જરૂરી વિરુદ્ધ દિશાના ટોર્કનું મૂલ્ય શોધો.
- (b) જો (a)માં દર્શાવેલ ગૂંચળાની જગ્યાએ અનિયમિત આકારનું બીજું કોઈ સમતલ ગૂંચળુ રાખવામાં આવે કે જેનું ક્ષેત્રફળ પણ એટલું જ હોય તો તમારો જવાબ બદલાશે ? (બાકીની બીજી વિગતોમાં કોઈ ફેરફાર કર્યો નથી).

### વધારાના સ્વાધ્યાય

- 4.14 બે સમકેન્દ્રિત વર્તુળાકાર ગૂંચળાઓ X અને Yની ત્રિજ્યા અનુક્રમે 16 cm અને 10 cm છે, જે ઉત્તરથી દક્ષિણ દિશામાં રહેલા એક જ શિરોલંબ સમતલમાં રહેલા છે. ગૂંચળા Xને 20 આંટા છે અને તેમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ 16 A છે; જ્યારે ગૂંચળા Yને 25 આંટા છે અને તેમાંથી 18 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. પશ્ચિમ તરફ મોઢું રાખીને ઊભેલા અવલોકનકારની દૃષ્ટિએ Xમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ વિષમ ઘડી અને Yમાંથી સમઘડી દિશામાં છે. આ ગૂંચળાઓ વડે તેમના કેન્દ્ર પાસે ઉદ્ભવતા પરિણામી (ચોખ્ખા) ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય અને દિશા શોધો.
- 4.15 10 cm લંબાઈ અને  $10^{-3} \text{ m}^2$  આડછેદના ક્ષેત્રફળ ધરાવતા વિસ્તારમાં 100 G ( $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$ ) જેટલું નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર જરૂરી છે. એક ગૂંચળાના તારની મહત્તમ વિદ્યુતપ્રવાહ ધારણક્ષમતા 15 A છે તથા તેના કેન્દ્ર (Core)ની આસપાસ એકમ લંબાઈ દીઠ વધુમાં વધુ 1000 આંટા / m વીંટાળી શકાય છે. આ માટે જરૂરી એવા સોલેનોઈડની યોગ્ય રચના સમજાવો. ધારો કે તેના કેન્દ્રમાં (Core માં) ફેરોમેગ્નેટિક નથી.
- 4.16 R ત્રિજ્યા અને N આંટા ધરાવતા એક વર્તુળાકાર ગૂંચળામાંથી વિદ્યુતપ્રવાહ I પસાર થાય છે; અને તેની અક્ષ પર તેના કેન્દ્રથી  $x$  અંતરે ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય

$$B = \frac{\mu_0 I R^2 N}{2(x^2 + R^2)^{3/2}} \text{ જેટલું છે.}$$

- (a) દર્શાવો કે ગૂંચળાના કેન્દ્ર પાસે આ સમીકરણ જાણીતા સમીકરણ જેવું બને છે.
- (b) બે સમાંતર, એક અક્ષ પર આવેલા સમાન ત્રિજ્યા Rના ગૂંચળા વિચારો, જેમના આંટાની સંખ્યા N છે, તથા એક સમાન દિશામાં સમાન વિદ્યુતપ્રવાહ ધરાવે છે, અને તેમની વચ્ચેનું અંતર પણ R છે. દર્શાવો કે બે ગૂંચળાના મધ્યમાં, તેમની અક્ષ પર આવેલા બિંદુની આસપાસ Rની સરખામણીમાં નાના અંતર સુધી ચુંબકીયક્ષેત્ર નિયમિત હશે, જે લગભગ

$$B = 0.72 \frac{\mu_0 N I}{R}, \text{ વડે દર્શાવી શકાય.}$$

[અમુક નાના અંતર સુધી નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરી શકતી આ ગોઠવણીને હેલ્મહોલ્ટ્ઝ ગૂંચળા કહે છે.]

- 4.17 25 cm આંતરિક ત્રિજ્યા અને 26 cm બહારની ત્રિજ્યા ધરાવતા એક ટોરોઈડના Core (ગર્ભ-જે ફેરોમેગ્નેટિક નથી)ની આસપાસ તારના 3500 આંટા વીંટાળેલા છે. જો તાર માંથી 11 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થતો હોય, તો
- (a) ટોરોઈડની બહાર,
- (b) ટોરોઈડના Coreની અંદર, અને
- (c) ટોરોઈડ વડે ઘેરાયેલી ખાલી જગ્યામાં, ચુંબકીયક્ષેત્ર કેટલું હશે ?

**4.18** આપેલા પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

- એક ચેમ્બરમાં એવું ચુંબકીયક્ષેત્ર પ્રસ્થાપિત કરેલ છે કે જે જુદા જુદા બિંદુએ જુદું હોય પરંતુ તેની દિશા એક જ હોય (પૂર્વથી પશ્ચિમ). એક વિદ્યુતભારિત કણ આ ચેમ્બરમાં દાખલ થાય છે અને આવર્તન અનુભવ્યા વગર અચળ ઝડપે સુરેખ માર્ગે પસાર થાય છે. આ કણના પ્રારંભિક વેગ વિશે તમે શું કહી શકો ?
- તીવ્ર અને અનિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર ધરાવતા વાતાવરણમાં ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય અને દિશા જુદા જુદા બિંદુએ જુદા જુદા છે, તેમાં એક વિદ્યુતભારિત કણ દાખલ થાય છે અને જટિલ માર્ગે બહાર આવે છે. જો તેણે આ વાતાવરણ સાથે કોઈ પણ અથડામણ ન અનુભવી હોય તો શું તેની અંતિમ ઝડપ, તેની પ્રારંભિક ઝડપ જેટલી હશે ?
- પશ્ચિમથી પૂર્વ તરફ ગતિ કરતો એક ઈલેક્ટ્રોન ઉત્તરથી દક્ષિણ દિશામાં નિયમિત વિદ્યુતક્ષેત્ર ધરાવતી ચેમ્બરમાં દાખલ થાય છે. નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રને કઈ દિશામાં લગાડવું જોઈએ કે જેથી ઈલેક્ટ્રોન કોઈ પણ કોણાવર્તન અનુભવ્યા વગર સીધી રેખામાં ગતિ કરે ?

**4.19** કેથોડ ગરમ થવાથી ઉત્સર્જાયેલ એક ઈલેક્ટ્રોન, 2.0 kV વિદ્યુત સ્થિતિમાન તફાવત વડે પ્રવેગિત થઈને, 0.15 T જેટલા નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રના વિસ્તારમાં દાખલ થાય છે. જો આ ક્ષેત્ર,

- પ્રારંભિક વેગને લંબ રૂપે હોય,
- પ્રારંભિક વેગ સાથે 30° કોણ બનાવતું હોય, તો ઈલેક્ટ્રોનના ગતિ પથની ગણતરી કરો.

**4.20** હેલ્મહોલ્ટ્ઝ ગૂંચળાઓ (સ્વાધ્યાય 4.16માં દર્શાવેલ)ની મદદથી નાના વિસ્તારમાં 0.75 T મૂલ્યનું નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરવામાં આવ્યું છે. આ જ વિસ્તારમાં, ગૂંચળાઓની સામાન્ય અક્ષને લંબ રૂપે નિયમિત સ્થિર વિદ્યુતક્ષેત્ર જાળવી રાખવામાં આવે છે. 15 kV વડે પ્રવેગિત થયેલ (એક જ પ્રકારના) વિદ્યુતભારિત કણોની એક સાંકડી કિરણાવલી આ વિસ્તારમાં બંને ગૂંચળાઓની અક્ષ તથા સ્થિર વિદ્યુતક્ષેત્ર બંનેને લંબરૂપે દાખલ થાય છે. જો  $9.0 \times 10^5 \text{ Vm}^{-1}$  જેટલા સ્થિર વિદ્યુતક્ષેત્રમાં આ કિરણાવલી આવર્તન ન અનુભવે તો વિચારો કે આ કિરણાવલી શાની બનેલી હશે? શા માટે જવાબ અજોડ નથી ?

**4.21** 0.45 m લંબાઈ અને 60 g દળનો એક સીધો વાહક સળીયો તેના છેડે બાંધેલા બે તાર વડે સમક્ષિતિજ લટકાવેલો છે. આ તારોમાં થઈને સળીયામાં 5.0 A જેટલો વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે.

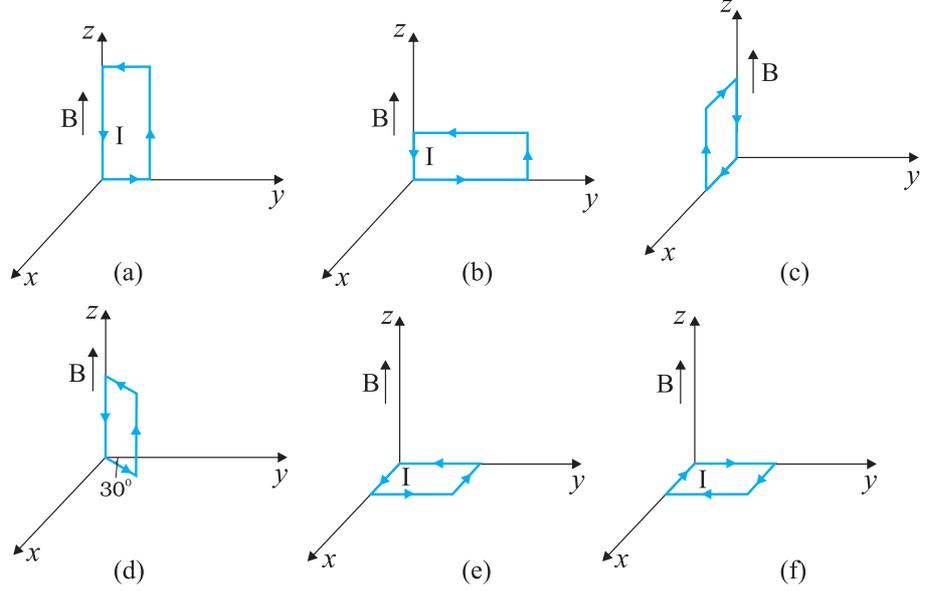
- આ વાહક સળીયાને લંબરૂપે કેટલું ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરવું જોઈએ કે જેથી (લટકાવેલ) તારોમાં તણાવ (Tension) શૂન્ય થાય ?
- જો ચુંબકીયક્ષેત્ર એમ જ રહેવા દઈને વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા ઉલટાવવામાં આવે તો તારોમાં કુલ ટેન્શન (તણાવ) કેટલું હશે ? (તારોનું દળ અવગણો).  $g=9.8 \text{ ms}^{-2}$ .

**4.22** કારની બેટરીને તેને ચાલુ કરતી મોટર સાથે જોડતા તાર 300 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહન કરે છે (થોડાક સમય માટે). આ તાર 70 cm લાંબા હોય અને તેમની વચ્ચેનું અંતર 1.5 cm હોય તો એકમ લંબાઈ દીઠ આ તારો વચ્ચે લાગતું બળ કેટલું હશે ? આ બળ આકર્ષી કે અપાકર્ષી હશે ?

**4.23** 10.0 cm ત્રિજ્યાના નળાકાર વિસ્તારમાં 1.5 T જેટલું નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર છે જેની દિશા તેની અક્ષને સમાંતર પૂર્વથી પશ્ચિમ તરફ છે. 7.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ ધારીત એક તાર આ વિસ્તારમાંથી ઉત્તરથી દક્ષિણ તરફ પસાર થાય છે. જો

- તાર આ અક્ષને છેદે,
- તારને ઉત્તર-દક્ષિણની જગ્યાએ ઉત્તરપૂર્વ-દક્ષિણ પશ્ચિમ દિશા તરફ ફેરવવામાં આવે (લઈ જવામાં આવે),
- ઉત્તર-દક્ષિણ દિશામાં રહેલા તારને અક્ષથી 6.0 cm જેટલો નીચે લેવામાં આવે, તો આ પરિસ્થિતિઓમાં તાર પર લાગતા (ચુંબકીય) બળનું મૂલ્ય અને દિશા શું હશે ?

**4.24** 3000 G જેટલું નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર ધન z-અક્ષની દિશામાં ઉત્પન્ન કરેલું છે. 10 cm અને 5 cm બાજુઓ વાળા એક લંબચોરસ ગૂંચળામાંથી 12 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. આકૃતિ 4.28માં દર્શાવેલ જુદા જુદા કિસ્સાઓમાં ગૂંચળા પર લાગતું ટોર્ક કેટલું હશે ? દરેક કિસ્સામાં કેટલું બળ લાગતું હશે ? કયો કિસ્સો સ્થાયી સંતુલન દર્શાવે છે ?



આકૃતિ 4.28

**4.25** 20 આંટા અને 10 cm ત્રિજ્યા ધરાવતું એક વર્તુળાકાર ગૂંચળું, તેનું સમતલ 0.10 Tના નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબરૂપે રહે તે રીતે મુકેલું છે. જો ગૂંચળામાં 5.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહેતો હોય, તો

- ગૂંચળા પરનું કુલ ટોર્ક,
- ગૂંચળા પરનું કુલ બળ,
- ચુંબકીયક્ષેત્રના કારણે ગૂંચળાના તારમાંના દરેક ઈલેક્ટ્રોન પર લાગતું સરેરાશ બળ કેટલું હશે ?

(ગૂંચળું તાંબાના તારમાંથી બનેલું છે, જેના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ  $10^{-5} \text{ m}^2$  છે, અને તાંબા માટે મુક્ત ઈલેક્ટ્રોન ઘનતા લગભગ  $10^{29} \text{ m}^{-3}$  જેટલી આપેલ છે.)

**4.26** 60 cm લંબાઈ અને 4.0 cm ત્રિજ્યા ધરાવતા સોલેનોઈડમાં દરેક 300 આંટાના હોય તેવા 3 સ્તર વિંટાળ્યા છે. 2.5 g દળ અને 2.0 cm લંબાઈનો એક તાર સોલેનોઈડમાં (તેના કેન્દ્ર પાસે) અક્ષને લંબરૂપે રહેલો છે; તાર અને સોલેનોઈડની અક્ષ બંને સમક્ષિતિજ સમતલમાં છે. આ તારને અક્ષને સમાંતર બે છેડાઓ વડે બાહ્ય બેટરી સાથે જોડેલો છે, જેથી તારમાં 6.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે. સોલેનોઈડના આંટાઓમાંથી કેટલા મૂલ્યનો પ્રવાહ (વહનની યોગ્ય દિશા સાથે) વહન થવો જોઈએ કે જે તારના વજનને સમતોલે ?  $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ .

**4.27** ગેલ્વેનોમીટરના ગૂંચળાનો અવરોધ  $12 \Omega$  છે અને 3 mA વિદ્યુતપ્રવાહ માટે તે પૂર્ણ સ્કેલનું આવર્તન દર્શાવે છે. આ મીટરને 0થી 18 Vની અવધિના વોલ્ટમીટરમાં તમે કેવી રીતે રૂપાંતરીત કરશો ?

**4.28** ગેલ્વેનોમીટરના ગૂંચળાનો અવરોધ  $15 \Omega$  છે અને 4 mA વિદ્યુતપ્રવાહ માટે તે પૂર્ણ સ્કેલનું આવર્તન દર્શાવે છે. તેને 0 થી 6 A અવધિના એમીટરમાં તમે કેવી રીતે રૂપાંતરિત કરશો ?

પ્રકરણ પાંચ

# ચુંબકત્વ અને દ્રવ્ય

## (MAGNETISM AND MATTER)

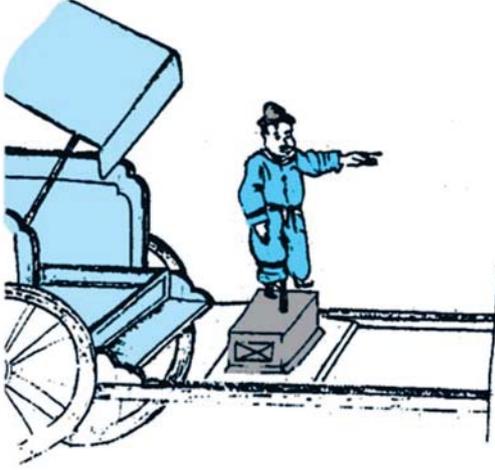


### 5.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

ચુંબકીય ઘટનાઓ કુદરતમાં સાર્વત્રિક છે. ખૂબ દૂર રહેલી વિશાળ આકાશગંગાઓ, જોઈ ન શકાય એટલા નાના પરમાણુઓ, માનવો અને અન્ય સજીવો (Beasts) બધામાં વિવિધ ઉદ્દગમો દ્વારા ઉત્પન્ન ચુંબકીયક્ષેત્રો વ્યાપ્ત છે. પૃથ્વીનું ચુંબકત્વ મનુષ્યની ઉત્ક્રાંતિ પહેલાંથી અસ્તિત્વ ધરાવે છે. મેગ્નેટ (ચુંબક) શબ્દ ગ્રીસમાં આવેલા મેગ્નેશિયા નામના ટાપુ પરથી આવ્યો છે, જ્યાં છેક ઈ.સ. પૂર્વે 600ના ગાળામાં ચુંબકીય ખનિજો મળી આવ્યા હતા. આ ટાપુ પર રહેતા ભરવાડો ફરિયાદ કરતા હતા કે તેમના લાકડાના બુટ (જેમાં ખીલીઓ હતી તે) જમીન સાથે ચોંટી જતા હતા. તેમની લોખંડની અણીવાળી લાકડીઓ સાથે પણ આમ જ થતું હતું. ચુંબકોની આકર્ષવાની આ પ્રકૃતિના કારણે તેમને એક જગ્યાએથી બીજે જવામાં પણ મુશ્કેલી પડતી હતી.

ચુંબકોનો દિશા દર્શાવવાનો ગુણધર્મ પણ જુના જમાનાથી જાણીતો હતો. ચુંબકના એક લાંબા પાતળા ટુકડાને મુક્ત રીતે લટકાવવામાં આવે ત્યારે તે ઉત્તર-દક્ષિણ દિશા દર્શાવે છે. જ્યારે તેને બુચના ટુકડા પર મુકીને તેને સ્થિર પાણી પર તરતો મુકવામાં આવે ત્યારે પણ આવી જ અસર જોવા મળતી હતી. કુદરતી રીતે મળી આવતા આયર્ન મેગ્નેટાઈટના ખનિજોને લોહચુંબક એવું નામ આપવામાં આવ્યું. જેનો અર્થ ચુંબકીય પથ્થર થાય છે. આ ગુણધર્મનો પ્રૌદ્યોગિકી ઉપયોગ કરવાનું માન સામાન્યતઃ ચીનના લોકોને મળે છે. ઈ.સ. પૂર્વે 400ના અરસાના ચાઈનીઝ લખાણો ચુંબકીય સોયના વહાણવટામાં દિશાસૂચનમાં ઉપયોગ વિશે ઉલ્લેખ ધરાવે છે. ગોબીનું રણ પાર કરનારા વણઝારાઓ પણ ચુંબકીય સોયનો ઉપયોગ કરતા હતા.

ચીનની એક દંતકથામાં લગભગ ચાર હજાર વર્ષ પહેલાં હુઆંગ-ટી (Huang-ti) નામના સમ્રાટે મેળવેલ જીત માટે તે તેના કસબીઓનો (જેમને અત્યારે આપણે ઈજનેરો કહીએ છીએ) આભાર માને છે,



**આકૃતિ 5.1** આ રથની કાલ્પનિક રૂપરેખા દર્શાવી છે. આ પ્રતિમા એવી રીતે ફરી શકતી હતી કે પ્રતિમાની આંગળી હંમેશા દક્ષિણ દિશામાં જ રહે. આ રથની મદદથી, હુઆંગ-ટીના લશ્કરે ઘટ્ટ ધુમ્મસમાં પણ દુશ્મન પર પાછળથી હુમલો કરીને તેમને પરાજીત કર્યું હતું.

તેવી વાર્તા આવે છે. આ ઈજનેરોએ એક રથ બનાવ્યો હતો, જેના પર તેમણે પહોળા, હાથ કરેલ એક ચુંબકીય પ્રતિમા મુકી હતી. આકૃતિ 5.1માં આ રથની કાલ્પનિક રૂપરેખા દર્શાવી છે. આ પ્રતિમા એવી રીતે ફરી શકતી હતી કે પ્રતિમાની આંગળી હંમેશા દક્ષિણ દિશા જ દર્શાવે. આ રથની મદદથી, હુઆંગ-ટીના લશ્કરે ઘટ્ટ ધુમ્મસમાં પણ દુશ્મન પર પાછળથી હુમલો કરીને તેને પરાજીત કર્યું હતું.

અગાઉના પ્રકરણમાં આપણે શીખ્યા કે, ગતિમાન વિદ્યુતભારો કે વિદ્યુતપ્રવાહો ચુંબકીયક્ષેત્રો ઉત્પન્ન કરે છે. ઓગણીસમી સદીની શરૂઆતમાં આ શોધ કરવા માટેનું માન બીજા બધા સાથે ઓર્સ્ટેડ, એમ્પિયર, બાયો અને સાવરને પણ જાય છે.

આ પ્રકરણમાં આપણે ચુંબકત્વનો એક સ્વતંત્ર વિષય તરીકે અભ્યાસ કરીશું. ચુંબકત્વ વિશે જાણીતા કેટલાક ખ્યાલો આ મુજબ છે :

- (i) પૃથ્વી ચુંબક તરીકે વર્તે છે, જેનું ચુંબકીયક્ષેત્ર લગભગ ભૌગોલિક દક્ષિણથી ઉત્તર તરફ હોય છે.
- (ii) જ્યારે ગજિયા ચુંબકને મુક્ત રીતે લટકાવવામાં આવે ત્યારે તે ઉત્તર-દક્ષિણ દિશા દર્શાવે છે. જે છોડો ભૌગોલિક ઉત્તર તરફ રહે તેને ચુંબકનો ઉત્તર ધ્રુવ કહે છે અને જે છોડો ભૌગોલિક દક્ષિણ તરફ રહે તેને ચુંબકનો દક્ષિણ ધ્રુવ કહે છે.
- (iii) જ્યારે બે ચુંબકોના (બંને) ઉત્તર ધ્રુવો (કે દક્ષિણ ધ્રુવો) એકબીજાની નજીક લાવવામાં આવે ત્યારે તેમની વચ્ચે અપાકર્ષી બળ લાગે છે. તેથી ઉલટું, જ્યારે એક ચુંબકના ઉત્તર ધ્રુવ પાસે બીજા ચુંબકનો દક્ષિણ ધ્રુવ લાવવામાં આવે ત્યારે તે આકર્ષે છે.
- (iv) આપણે ચુંબકના ઉત્તર કે દક્ષિણ ધ્રુવને જુદા પાડી શકતા નથી. જો આપણે ગજિયા ચુંબકના બે સમાન ટુકડા કરીએ તો આપણને આવા જ બે ગજિયા ચુંબક મળે છે. જેમના ચુંબકીય ગુણધર્મો થોડા નબળા હોય છે. વિદ્યુતભારોના કિસ્સાથી વિરુદ્ધ સ્વતંત્ર ઉત્તરધ્રુવ અને દક્ષિણધ્રુવ એટલે કે ચુંબકીય એક ધ્રુવીઓ (Magnetic Monopole) અસ્તિત્વ ધરાવતી નથી.
- (v) લોખંડ અને તેની મિશ્રધાતુઓ (Alloys)માંથી ચુંબકો બનાવી શકાય છે.

આપણે ગજિયા ચુંબકના વર્ણન અને બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રમાં તેની વર્તણૂક વિશેની સમજથી શરૂઆત કરીશું. આપણે ચુંબકત્વ માટેના ગોસના નિયમની સમજૂતી આપીશું. ત્યાર બાદ આપણે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્ર વિશે માહિતી આપીશું. બાદમાં દ્રવ્યોને તેમના ચુંબકીય ગુણધર્મોના આધારે કેવી રીતે વર્ગીકૃત કરી શકાય તે જણાવીશું. આપણે પેરા-, ડાયા-, અને ફેરોમેગ્નેટિકમ વર્ણવીશું. અંતના પરિચ્છેદમાં આપણે વિદ્યુત ચુંબકો (ઇલેક્ટ્રોમેગ્નેટસ) અને કાયમી ચુંબકો પરના પરિચ્છેદથી સમાપન કરીશું.

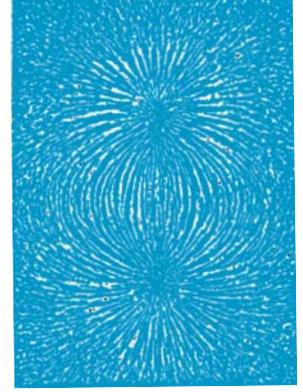
## 5.2 ગજિયો ચુંબક (THE BAR MAGNET)

વિખ્યાત ભૌતિકશાસ્ત્રી આઈનસ્ટાઈનને બાળપણમાં તેમના કોઈ સંબંધીએ ભેટમાં આપેલ એક ચુંબક બાળપણની યાદગીરી હતી. આઈનસ્ટાઈન તેનાથી ખૂબ જ પ્રભાવિત થયા હતા અને તેના વડે સતત રમ્યા કરતા હતા. તેમને એ વાતનું આશ્ચર્ય થતું હતું કે કોઈ સ્પ્રિંગ કે દોરી બાંધ્યા સિવાય આ ચુંબક કેવી રીતે દુર રહેલી લોખંડની ખીલીઓ કે ટાંકણીઓને આકર્ષે છે.

## ચુંબકત્વ અને દ્રવ્ય

આપણે અભ્યાસની શરૂઆતમાં એ જોઈએ કે, એક નાના ગજિયા ચુંબક પર મુકેલા કાય પર લોખંડની ભૂકી ભભરાવીએ તો શું થાય છે. લોખંડની ભૂકીની ગોઠવણી (ભાત) આકૃતિ 5.2માં દર્શાવી છે.

લોખંડની ભૂકીની ગોઠવણીની ભાત દર્શાવે છે કે વિદ્યુત ડાયપોલ (દ્વિધ્રુવી)ના ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારની જેમ ચુંબકને પણ બે ધ્રુવો છે. પ્રસ્તાવનામાં જણાવ્યા મુજબ એક ધ્રુવને ઉત્તરધ્રુવ વડે દર્શાવાય છે અને બીજાને દક્ષિણધ્રુવ તરીકે. જ્યારે તેને મુક્ત રીતે લટકાવવામાં આવે, ત્યારે આ ધ્રુવો અનુક્રમે લગભગ ભૌગોલિક ઉત્તર અને દક્ષિણ ધ્રુવો તરફ ગોઠવાય છે. લોખંડની ભૂકીની આવી જ ગોઠવણીની ભાત વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત સોલેનોઇડની આસપાસ જોવા મળે છે.

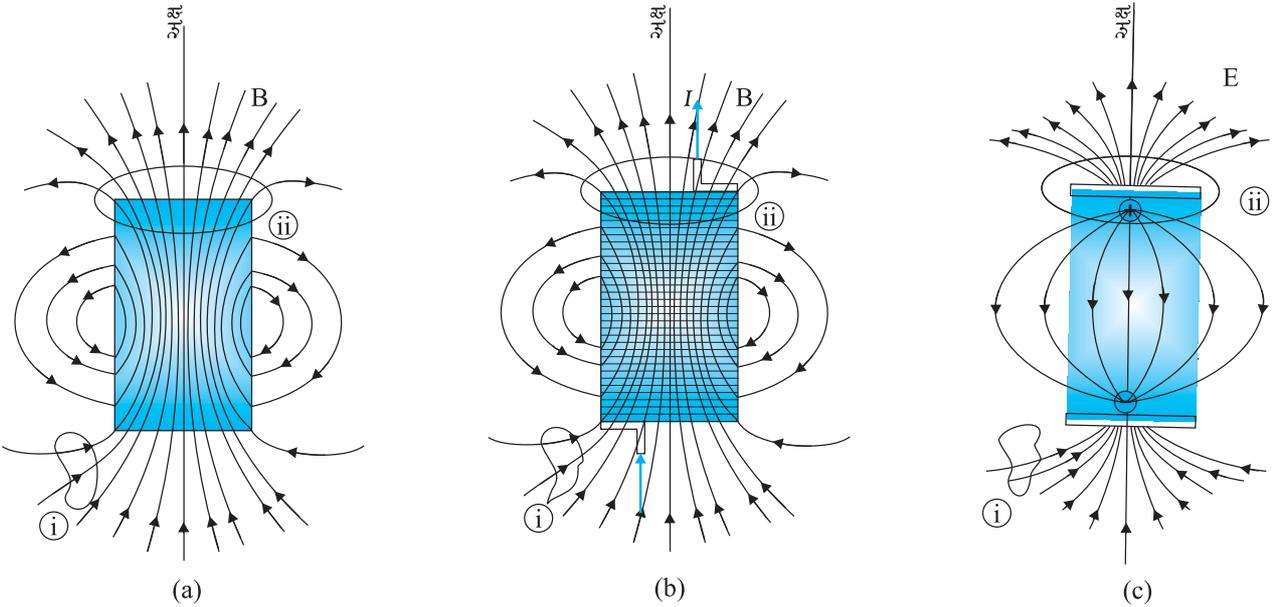


આકૃતિ 5.2 ગજિયા ચુંબકની આસપાસ લોખંડની ભૂકીની ગોઠવણી. ગોઠવણીની ભાત ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ દર્શાવે છે. ભાત દર્શાવે છે કે ગજિયો ચુંબક એક ચુંબકીય દ્વિ-ધ્રુવી (ડાયપોલ) છે.

### 5.2.1 ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ (The Magnetic Field Lines)

લોખંડની ભૂકીની ગોઠવણીની ભાત આપણને ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ દોરવા પ્રેરે છે\*. ગજિયા ચુંબક અને વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત સોલેનોઇડ માટે આ આકૃતિ 5.3માં દર્શાવેલ છે. સરખામણી માટે પ્રકરણ-1ની આકૃતિ 1.17(d) જુઓ. વિદ્યુત ડાયપોલ (દ્વિધ્રુવી)ની વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ પણ આકૃતિ 5.3(c)માં દર્શાવી છે. ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ ચુંબકીય ક્ષેત્રની દર્શનીય અને આગવી રજૂઆત છે. તેમના ગુણધર્મો આ મુજબ છે :

- કોઈ એક ચુંબક (કે સોલેનોઇડ)ની ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ સતત બંધ ગાળા રચે છે. આ બાબત વિદ્યુત ડાયપોલ કે જેમાં ક્ષેત્ર રેખાઓ ધન વિદ્યુતભારમાંથી ઉદ્ભવતી હોય અને ઋણ વિદ્યુતભારમાં અંત પામતી હોય અથવા અનંત સુધી ફેલાતી હોય તેના જેવી નથી.
- ક્ષેત્ર રેખાઓ પર કોઈ બિંદુએ દોરેલ સ્પર્શક તે બિંદુએ પરિણામી ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$ ની દિશા દર્શાવે છે.



આકૃતિ 5.3 (a) ગજિયા ચુંબક, (b) વિદ્યુત પ્રવાહ ધારિત પરિમિત સોલેનોઇડ, અને (c) વિદ્યુત ડાયપોલની ક્ષેત્ર રેખાઓ. દૂરના અંતરે ક્ષેત્ર રેખાઓ ઘણી સામ્યતા ધરાવે છે. (i) અને (ii) વડે દર્શાવેલ વક્રો બંધ ગોસિયન પૃષ્ઠ દર્શાવે છે.

\* કેટલાક પાઠ્યપુસ્તકોમાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓને ચુંબકીય બળ રેખાઓ કહેવામાં આવે છે. આ નામકરણ અહીં અવગણવામાં આવ્યું છે, કારણ કે તેથી ગુંચવણ ઊભી થઈ શકે. સ્થિત વિદ્યુતથી વિપરિત ચુંબકત્વમાં ક્ષેત્ર રેખાઓ (ગતિ કરતા) વિદ્યુતભાર પર લાગતા બળની દિશા દર્શાવતી નથી.

(iii) જેમ એકમ ક્ષેત્રફળમાંથી પસાર થતી ક્ષેત્ર રેખાઓની સંખ્યા વધુ તેમ ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ નું મૂલ્ય મોટું. આકૃતિ 5.3(a)માં, વિસ્તાર (i) કરતાં વિસ્તાર (ii) પાસે  $\mathbf{B}$  મોટું છે.

(iv) ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ એકબીજાને છેદતી નથી, કારણ કે જો તે છેદે, તો ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા છેદન બિંદુ પાસે અનન્ય ન હોય.

ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ ઘણી રીતે દોરી શકાય છે. એક રીત એ છે જેમાં નાની ચુંબકીય સોયને જુદા જુદા બિંદુઓએ મુકીને તેના નમન (સ્થિતિ)ને નોંધી શકાય. તેના પરથી અવકાશમાં જુદા જુદા બિંદુઓએ ચુંબકીય ક્ષેત્રની દિશા વિશે માહિતી મળે છે.

### 5.2.2 સૉલેનોઇડને સમતુલ્ય રૂપે ગજિયો ચુંબક (Bar Magnet as an Equivalent Solenoid)

અગાઉના પ્રકરણમાં પરિચ્છેદ 4.10માં આપણે સમજાવ્યું છે કે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળું કેવી રીતે ચુંબકીય ડાયપોલ (દ્વિ-ધ્રુવી) તરીકે વર્તે છે. આપણે એમ્પિયરનો અધિતર્ક જણાવ્યો હતો કે દરેક ચુંબકીય

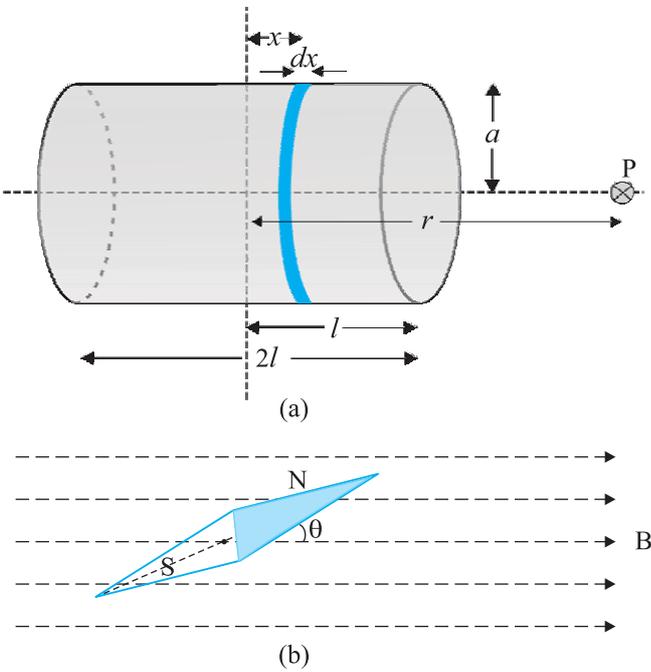
ઘટનાઓને વર્તુળમાર્ગી (Circulating, ધૂમતા) વિદ્યુતપ્રવાહોના રૂપમાં દર્શાવી શકાય છે. યાદ કરો કે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ડાયપોલ ચાકમાત્રા (Magnetic Dipole Moment)  $\mathbf{m}$  ને  $\mathbf{m} = NIA$  વડે વ્યાખ્યાયિત કરી હતી, જ્યાં  $N$  એ ગૂંચળામાં આંટાઓની સંખ્યા,  $I$  વિદ્યુતપ્રવાહ અને  $A$  ક્ષેત્રફળ સદિશ છે. (સમીકરણ 4.30).

એક ગજિયા ચુંબક અને એક સૉલેનોઇડની ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓની સામ્યતા દર્શાવે છે કે કોઈ ગજિયા ચુંબકને, સૉલેનોઇડની જેમ મોટી સંખ્યાના વર્તુળમાર્ગી (Circulating) પ્રવાહો તરીકે ગણી શકાય. ગજિયા ચુંબકને અડધેથી કાપવો એ સૉલેનોઇડને કાપવા બરાબર ગણી શકાય. આપણને નબળા ચુંબકીય ગુણધર્મો ધરાવતા બે નાના સૉલેનોઇડ મળે છે. ક્ષેત્ર રેખાઓ સતત હોય છે અને એક સૉલેનોઇડની એક બાજુથી બહાર નીકળીને બીજી બાજુમાં પ્રવેશે છે. આ સામ્યતાની ચકાસણી કરવા, કોઈ (વ્યક્તિ) નાની ચુંબકીય સોયને ગજિયા ચુંબકની પાસે લાવે અને વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત પરિમિત સૉલેનોઇડ પાસે લાવે તો બંને કિસ્સામાં આવર્તન સરખા જોવા મળે છે.

આ સામ્યતા વધુ સુદૃઢ કરવા આપણે આકૃતિ 5.4(a)માં દર્શાવેલ પરિમિત સૉલેનોઇડના અક્ષીય (ચુંબકીય) ક્ષેત્રની

ગણતરી કરીએ. આપણે દર્શાવીશું કે મોટા અંતરોએ આ (સૉલેનોઇડનું) અક્ષીય ક્ષેત્ર, ગજિયા ચુંબક વડે મળતા ક્ષેત્ર સાથે મળતું આવે છે.

ધારોકે આકૃતિ 5.4(a)માં દર્શાવેલ સૉલેનોઇડ એકમ લંબાઈ દીઠ  $n$  આંટા ધરાવે છે. ધારોકે તેની લંબાઈ  $2l$  અને ત્રિજ્યા  $a$  છે. આપણે સૉલેનોઇડના કેન્દ્ર  $O$  થી  $r$  અંતરે આવેલા બિંદુ  $P$  પાસે અક્ષીય (ચુંબકીય) ક્ષેત્ર શોધી શકીએ. આ માટે સૉલેનોઇડના કેન્દ્રથી  $x$  અંતરે આવેલ  $dx$  લંબાઈનો વર્તુળાકાર ખંડ ધ્યાનમાં લો. તેમાં  $ndx$  આંટા આવેલા છે. ધારો કે સૉલેનોઇડમાં વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$  વહે છે.



આકૃતિ 5.4 (a) ગજિયા ચુંબક સાથે સામ્યતા દર્શાવવા માટે પરિમિત સૉલેનોઇડના અક્ષીય (ચુંબકીય) ક્ષેત્રની ગણતરી. (b) નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ માં ચુંબકીય સોય. આ રચનાનો ઉપયોગ  $\mathbf{B}$  અથવા ચુંબકીય સોયની ચુંબકીય ચાકમાત્રા  $\mathbf{m}$  ગણવા માટે કરી શકાય.

આગળના પ્રકરણના પરિચ્છેદ 4.6માં આપણે વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વર્તુળાકાર ગૂંચળાની અક્ષ પર ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય શોધ્યું હતું. સમીકરણ (4.13) પરથી, વર્તુળાકાર ખંડ વડે P બિંદુએ (ચુંબકીય) ક્ષેત્રનું મૂલ્ય

$$dB = \frac{\mu_0 n dx I a^2}{2[(r-x)^2 + a^2]^{3/2}}$$

બધા ખંડ પરનો સરવાળો કરતાં, એટલે કે  $x = -l$  થી  $x = +l$  સુધી સંકલન કરતાં, કુલ (ચુંબકીય) ક્ષેત્રનું મૂલ્ય મળે. આમ,

$$B = \frac{\mu_0 n I a^2}{2} \int_{-l}^{+l} \frac{dx}{[(r-x)^2 + a^2]^{3/2}}$$

આ સંકલન ત્રિકોણમીતિય સૂત્રો મુકવાથી મળી શકે. આમ છતાં, આ સ્વાધ્યાય આપણા હેતુ માટે જરૂરી નથી. નોંધો કે  $x$ નો વિસ્તાર  $-l$  થી  $+l$  સુધી છે. આ સૌલેનોઈડથી દૂર અક્ષીય (ચુંબકીય) ક્ષેત્ર ધ્યાનમાં લો, એટલે કે  $r \gg a$  અને  $r \gg l$  માટે. આથી, છેદમાં આવેલ પદ આશરે આ મુજબ મળે,

$$[(r-x)^2 + a^2]^{3/2} \approx r^3$$

$$\begin{aligned} \text{અને } B &= \frac{\mu_0 n I a^2}{2r^3} \int_{-l}^{+l} dx \\ &= \frac{\mu_0 n I}{2} \frac{2la^2}{r^3} \end{aligned} \quad (5.1)$$

નોંધો કે આ સૌલેનોઈડની મેગ્નેટિક મોમેન્ટ (ચુંબકીય ચાકમાત્રા)નું મૂલ્ય  $m = n(2l) I(\pi a^2) =$  (કુલ આંટાની સંખ્યા  $\times$  વિદ્યુતપ્રવાહ  $\times$  આડછેદનું ક્ષેત્રફળ)

$$\text{આથી, } B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2m}{r^3} \quad (5.2)$$

આ ગજિયા ચુંબકનું મોટા અંતરે અક્ષીય ચુંબકીયક્ષેત્ર પણ છે, જે આપણે પ્રાયોગિક રીતે શોધી શકીએ. આમ, એક ગજિયો ચુંબક અને એક સૌલેનોઈડ સમાન ચુંબકીયક્ષેત્રો ઉત્પન્ન કરે છે. આમ, ગજિયા ચુંબકની મેગ્નેટિક મોમેન્ટ (ચુંબકીય ચાકમાત્રા) એ તેટલું જ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરતા સૌલેનોઈડની મેગ્નેટિક મોમેન્ટ (ચુંબકીય ચાકમાત્રા)ને સમતુલ્ય હોય છે.

કેટલાક પુસ્તકો  $2l$  લંબાઈના ગજિયા ચુંબકના ઉત્તર ધ્રુવ સાથે ચુંબકીય ભાર (જેને ધ્રુવની પ્રબળતા પણ કહે છે)  $+q_m$  અને દક્ષિણધ્રુવ સાથે  $-q_m$  સાંકળે છે, જેથી ચુંબકીય ચાકમાત્રા  $q_m(2l)$  મળે.  $q_m$  થી  $r$  અંતરે ક્ષેત્રની તીવ્રતા  $\mu_0 q_m / 4\pi r^2$  વડે દર્શાવાય છે. તે પરથી વિદ્યુત ડાયપોલ (પ્રકરણ-1)ની જેમ, આ ગજિયા ચુંબકની અક્ષ પર અને તેની વિષુવરેખા પર ચુંબકીયક્ષેત્ર મેળવી શકાય છે. આ પદ્ધતિ સરળ અને અસરકારક છે. પરંતુ, ચુંબકીય એકધ્રુવી અસ્તિત્વ ધરાવતાં ન હોવાથી આપણે આ પદ્ધતિને આ કારણથી અવગણી છે.

### 5.2.3 નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં દ્વિ-ધ્રુવી (ડાયપોલ)

#### (The Dipole in a Uniform Magnetic Field)

લોખંડની ભૂકીની ગોઠવણીની ભાત, એટલે કે ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ આપણને ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$  વિશે સંનિકટ ખ્યાલ આપે છે. અમુક વખતે આપણને  $\mathbf{B}$ નું ચોક્કસ મૂલ્ય શોધવાની જરૂર પણ પડશે. આ માટે આપણે જાણીતી (જ્ઞાત) ચુંબકીય ચાકમાત્રા  $\mathbf{m}$  અને જડત્વની ચાકમાત્રા  $\mathcal{J}$  ધરાવતી ચુંબકીય સોય લઈને તેને ચુંબકીયક્ષેત્રમાં દોલન કરાવવા પડે. આ વ્યવસ્થા આકૃતિ 5.4(b)માં દર્શાવી છે.

આ (ચુંબકીય) સોય પર લાગતું ટોર્ક [સમીકરણ (4.29) જુઓ],

$$\tau = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \quad (5.3)$$

તેનું મૂલ્ય  $\tau = mB \sin\theta$

અહીંયા,  $\tau$  એ પુનઃસ્થાપક ટોર્ક છે અને  $\theta$  એ  $\mathbf{m}$  અને  $\mathbf{B}$  વચ્ચેનો કોણ છે.

આથી સંતુલન સ્થિતિમાં,  $g \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mB \sin\theta$

$mB \sin\theta$  સાથેનું ઋણ ચિહ્ન દર્શાવે છે કે પુનઃસ્થાપક ટોર્ક, આવર્તન કરતા ટોર્કથી વિરુદ્ધ હોય છે. રેડિયનમાં  $\theta$ ના નાના મૂલ્યો માટે, આપણે  $\sin\theta \approx \theta$  લખી શકીએ, અને તેથી

$$g \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mB\theta$$

$$\text{અથવા } \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{mB}{g} \theta$$

જે સરળ આવર્તગતિ દર્શાવે છે. કોણીય આવૃત્તિનો વર્ગ  $\omega^2 = mB/g$  છે, અને આવર્ત કાળ

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{g}{mB}} \quad (5.4)$$

અથવા

$$B = \frac{4\pi^2 g}{mT^2} \quad (5.5)$$

સ્થિત વિદ્યુતની સ્થિતિઊર્જાની જેમ, ચુંબકીય સ્થિતિઊર્જા માટેનું સમીકરણ પણ તે જ રીતે મેળવી શકાય.

ચુંબકીય સ્થિતિઊર્જા  $U_m$  આ રીતે દર્શાવી શકાય,

$$\begin{aligned} U_m &= \int \tau(\theta) d\theta \\ &= \int mB \sin \theta d\theta = -mB \cos\theta \\ &= -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B} \end{aligned} \quad (5.6)$$

પ્રકરણ-2માં આપણે ધ્યાન દોર્યું છે કે સ્થિતિઊર્જાનું શૂન્ય મૂલ્ય આપણી અનુકુળતા મુજબ નક્કી કરી શકાય. સંકલનના અચળાંકનું મૂલ્ય શૂન્ય ગણીએ તો એનો અર્થ એ કે સ્થિતિઊર્જાનું શૂન્ય મૂલ્ય  $\theta = 90^\circ$  એટલે કે જ્યારે (ચુંબકીય) સોય ક્ષેત્રને લંબરૂપે હોય, ત્યારે લીધું છે. સમીકરણ (5.6) દર્શાવે છે કે  $\theta = 0^\circ$  (મહત્તમ સ્થાયી સ્થિતિ) માટે સ્થિતિઊર્જા લઘુત્તમ ( $= -mB$ ) હોય છે અને  $\theta = 180^\circ$  (મહત્તમ અસ્થાયી સ્થિતિ) માટે તે મહત્તમ ( $= +mB$ ) હોય છે.

**ઉદાહરણ 5.1** આકૃતિ 5.4(b)માં, ચુંબકીય સોયની ચુંબકીય ચાકમાત્રા  $6.7 \times 10^{-2} \text{ A m}^2$  અને જડત્વની ચાકમાત્રા  $I$  (ઉચ્ચાર : આઈ)  $= 7.5 \times 10^{-6} \text{ kg m}^2$  છે. તે 6.70 s માં 10 દોલનો પૂરા કરે છે. ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?

**ઉકેલ** દોલનોનો આવર્તકાળ

$$T = \frac{6.70}{10} = 0.67 \text{ s}$$

સમીકરણ (5.5) પરથી,

$$\begin{aligned} B &= \frac{4\pi^2 g}{mT^2} \\ &= \frac{4 \times (3.14)^2 \times 7.5 \times 10^{-6}}{6.7 \times 10^{-2} \times (0.67)^2} \\ &= 0.01 \text{ T} \end{aligned}$$

**ઉદાહરણ 5.2** એક નાના ગજિયા ચુંબકને તેની અક્ષ 800 G ( G = ગોસ) જેટલા બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે 30° કોણે મુકતાં તે 0.016 Nm જેટલું ટોર્ક અનુભવે છે. (a) ચુંબકની ચુંબકીય ચાકમાત્રા કેટલી હશે ? (b) તેને મહત્તમ સ્થાયી સ્થિતિમાંથી મહત્તમ અસ્થાયી સ્થિતિમાં લાવવા માટે કેટલું કાર્ય કરવું પડે ? (c) આ ગજિયા ચુંબકની જગ્યાએ તેટલી જ ચુંબકીય ચાકમાત્રા ધરાવતો સોલેનોઇડ મુકવામાં આવે છે, જેના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ  $2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  છે અને 1000 આંટા છે. આ સોલેનોઇડમાંથી પસાર થતા વિદ્યુતપ્રવાહનું મૂલ્ય શોધો. (1 G =  $10^{-4}$  T)

**ઉકેલ**

- (a) સમીકરણ (5.3) પરથી,  $\tau = m B \sin\theta$ ,  $\theta = 30^\circ$ , આથી  $\sin\theta = 1/2$   
આમ,  $0.016 = m \times (800 \times 10^{-4} \text{ T}) \times (1/2)$   
 $m = 160 \times 2/800 = 0.40 \text{ A m}^2$
- (b) સમીકરણ (5.6) પરથી,  $\theta = 0^\circ$  એ મહત્તમ સ્થાયી સ્થિતિ હોય છે અને  $\theta = 180^\circ$  એ મહત્તમ અસ્થાયી સ્થિતિ હોય છે. આથી થયેલ કાર્યનું મૂલ્ય  
 $W = U_m(\theta = 180^\circ) - U_m(\theta = 0^\circ)$   
 $= 2 m B = 2 \times 0.40 \times 800 \times 10^{-4} = 0.064 \text{ J}$
- (c) સમીકરણ (4.30) પરથી,  $m_s = NIA$ . ભાગ (a) પરથી,  $m_s = 0.40 \text{ A m}^2$   
 $0.40 = 1000 \times I \times 2 \times 10^{-4}$   
 $I = 0.40 \times 10^4 / (1000 \times 2) = 2 \text{ A}$

ઉદાહરણ 5.2

**ઉદાહરણ 5.3**

- (a) જો ગજિયા ચુંબકના (i) તેની લંબાઈને લંબરૂપે, (ii) તેની લંબાઈને (સમાંતર), એમ બે ભાગ કરવામાં આવે તો શું થશે ?
- (b) નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં રહેલી ચુંબકીય સોય ટોર્ક અનુભવે છે પરંતુ પરિણામી બળ અનુભવતી નથી. જ્યારે, ગજિયા ચુંબક પાસે મુકેલી ખીલી ટોર્ક ઉપરાંત આકર્ષી બળ પણ અનુભવે છે. શા માટે ?
- (c) શું દરેક ચુંબકીય સંરચના (Configuration)ને ઉત્તરધ્રુવ અને દક્ષિણધ્રુવ હોવા જોઈએ ? ટોરોઇડના ચુંબકીયક્ષેત્ર વિશે શું કહેશો ?
- (d) બે એક સરખા લોખંડના ટુકડાઓ A અને B આપેલા છે, જેમાંથી કોઈ એક ચોક્કસપણે ચુંબકીત કરેલો હોવાનું જ્ઞાત છે (આપણે જાણતા નથી કે તે કયો છે). બંને ચુંબકીત કરેલા છે કે નહીં તે તમે કેવી રીતે નક્કી કરી શકશો ? જો એક જ ચુંબકીત (Magnetised) કરેલ હોય, તો કેવી રીતે કહી શકાય કે તે કયો છે ? [ફક્ત આ ટુકડાઓ A અને B સિવાય બીજા કશાનું ઉપયોગ કરવાનો નથી.]

**ઉકેલ**

- (a) બંને કિસ્સામાં, આપણને બે ચુંબકો મળશે, જે દરેકને ઉત્તર અને દક્ષિણ ધ્રુવ હશે.
- (b) જો ચુંબકીયક્ષેત્ર નિયમિત હશે તો કોઈ બળ નહીં લાગે. ગજિયા ચુંબકના કારણે લોખંડની ખીલી અનિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર અનુભવે છે. ખીલીમાં ચુંબકીય ચાકમાત્રા પ્રેરિત થાય છે અને તેથી, તે બળ અને ટોર્ક બંને અનુભવે છે. પરિણામી બળ આકર્ષી હોય છે કારણ કે ખીલીમાં પ્રેરિત થયેલ ઉત્તર ધ્રુવની સરખામણીમાં, પ્રેરિત દક્ષિણ ધ્રુવ (ધારો કે), ચુંબકના ઉત્તર ધ્રુવની નજીક હોય છે.
- (c) એવું જરૂરી નથી. એ ત્યારે જ સાચું છે કે જ્યારે (ચુંબકીય) ક્ષેત્રના ઉદ્ગમની પરિણામી ચુંબકીય ચાકમાત્રા શૂન્ય ન હોય. ટોરોઇડ કે સીધા અનંત લંબાઈના વાહક માટે આમ હોતું નથી.
- (d) આ ટુકડાઓના જુદા જુદા છેડા એકબીજાની પાસે લાવી જુઓ. કોઈ પરિસ્થિતિ દરમિયાન અપાકર્ષી બળ અનુભવાય તો તે દર્શાવે છે કે બંને ચુંબકીત કરેલા છે. જો તે (દરેક સ્થિતિમાં) કાયમ આકર્ષે, તો બે માંથી એક ચુંબકીત કરેલ નથી. ગજિયા ચુંબકમાં ચુંબકીયક્ષેત્રની તીવ્રતા તેના બંને છેડે (ધ્રુવો પર) મહત્તમ હોય છે અને વચ્ચેના

ઉદાહરણ 5.3

ભાગમાં અત્યંત નબળી (લઘુત્તમ) હોય છે. આ હકીકતનો ઉપયોગ કરીને A અથવા B ચુંબક છે કે નહીં તે નક્કી કરી શકાય. બે ટુકડામાંથી કયો ચુંબક છે તે નક્કી કરવા, કોઈ એક ટુકડો લો (ધારોકે A), અને તેના કોઈ એક છેડાને બીજા ટુકડા (ધારોકે B)ના કોઈ એક છેડા પાસે નીચે લાવો, અને ત્યારબાદ Bના કેન્દ્ર (મધ્યભાગ) પાસે લાવો. જો તમને લાગે કે Bના કેન્દ્ર પાસે A કોઈ બળ અનુભવતો નથી, તો B ચુંબકીત છે. જો તમને Bના છેડાથી કેન્દ્ર તરફ આવતાં કોઈ ફરક ન અનુભવાય, તો A ચુંબકીત છે.

### 5.2.4 સ્થિતવિદ્યુત સાથે સામ્યતા (The Electrostatic Analog)

સમીકરણો (5.2), (5.3) અને (5.6)ની વિદ્યુત દ્વિ-ધ્રુવી (પ્રકરણ-1) માટેના તે પ્રકારના સમીકરણો સાથેની સરખામણી દર્શાવે છે કે મેગ્નેટીક મોમેન્ટ  $\mathbf{m}$  ધરાવતા ગજિયા ચુંબક વડે મોટા અંતરે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર, દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (ડાઈપોલ મોમેન્ટ)  $\mathbf{p}$  ધરાવતા વિદ્યુત દ્વિ-ધ્રુવી (ડાયપોલ)ના વિદ્યુતક્ષેત્ર માટેના સમીકરણોમાં

$$\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{B}, \mathbf{p} \rightarrow \mathbf{m}, \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \rightarrow \frac{\mu_0}{4\pi}$$

મુકવાથી મેળવી શકાય.

ખાસ કરીને,  $l$  લંબાઈ (Size) ધરાવતા ગજિયા ચુંબકથી  $r$  અંતરે,  $r \gg l$  માટે, તેના વડે ઉદ્ભવતું વિષુવરેખીય ક્ષેત્ર ( $\mathbf{B}_E$ ) આ મુજબ લખી શકાય :

$$\mathbf{B}_E = -\frac{\mu_0 \mathbf{m}}{4\pi r^3} \quad (5.7)$$

તે જ રીતે,  $r \gg l$  માટે ગજિયા ચુંબકનું અક્ષીય ક્ષેત્ર ( $\mathbf{B}_A$ ) આ મુજબ છે :

$$\mathbf{B}_A = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\mathbf{m}}{r^3} \quad (5.8)$$

સમીકરણ (5.8) એ સમીકરણ (5.2)નું ફક્ત સદિશ સ્વરૂપ છે. કોષ્ટક 5.1માં વિદ્યુત દ્વિ-ધ્રુવી અને ચુંબકીય દ્વિ-ધ્રુવી (ડાયપોલ) વચ્ચેની સામ્યતા દર્શાવી છે.

કોષ્ટક 5.1 દ્વિ-ધ્રુવી (ડાયપોલ) સામ્યતા

	સ્થિત વિદ્યુતશાસ્ત્ર	ચુંબકત્વ
$\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\mathbf{m}}{r^3}$	$1/\epsilon_0$	$\mu_0$
દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (ડાયપોલ મોમેન્ટ)	$\mathbf{p}$	$\mathbf{m}$
નાના ડાયપોલ માટે વિષુવરેખીય ક્ષેત્ર	$-\mathbf{p}/4\pi\epsilon_0 r^3$	$-\mu_0 \mathbf{m}/4\pi r^3$
નાના ડાયપોલ માટે અક્ષીય ક્ષેત્ર	$2\mathbf{p}/4\pi\epsilon_0 r^3$	$\mu_0 2\mathbf{m}/4\pi r^3$
બાહ્ય ક્ષેત્ર : ટોર્ક	$\mathbf{p} \times \mathbf{E}$	$\mathbf{m} \times \mathbf{B}$
બાહ્ય ક્ષેત્ર : ઊર્જા	$-\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$	$-\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$

ઉદાહરણ 5.4 5.0 cm લંબાઈના ગજિયા ચુંબકના મધ્યબિંદુથી 50 cm અંતરે વિષુવરેખીય અને અક્ષીય ક્ષેત્રોનું મૂલ્ય કેટલું હશે ? ઉદાહરણ 5.2ની જેમજ, ગજિયા ચુંબકની ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મોમેન્ટ)  $0.40 \text{ A m}^2$  છે.

ઉકેલ

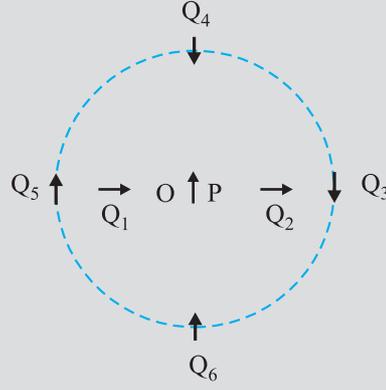
સમીકરણ (5.7) પરથી,

$$B_E = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} = \frac{10^{-7} \times 0.4}{(0.5)^3} = \frac{10^{-7} \times 0.4}{0.125} = 3.2 \times 10^{-7} \text{ T}$$

$$\text{સમીકરણ (5.8) પરથી, } B_A = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2m}{r^3} = 6.4 \times 10^{-7} \text{ T}$$

**ઉદાહરણ 5.5** આકૃતિ 5.5માં O બિંદુએ મુકેલી એક નાની ચુંબકીત સોય P દર્શાવી છે. તીરની નિશાની તેની ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મોમેન્ટ)ની દિશા દર્શાવે છે. બીજા તીર, તેના જેવી જ બીજી ચુંબકીય સોય Qના જુદા જુદા સ્થાન (અને ચુંબકીય ચાકમાત્રાની દિશાઓ) દર્શાવે છે.

- કઈ સંરચના (ગોઠવણી)માં આ તંત્ર સંતુલનમાં નથી ?
- કઈ સંરચના (ગોઠવણી)માં તંત્ર (i) સ્થાયી, અને (ii) અસ્થાયી સંતુલનમાં હશે ?
- દર્શાવેલ બધી ગોઠવણીઓમાંથી લઘુત્તમ સ્થિતિ ઊર્જાને અનુરૂપ કઈ ગોઠવણી છે ?



આકૃતિ 5.5

**ઉકેલ**

આ ગોઠવણીની સ્થિતિઊર્જા એક દ્વિ-ધ્રુવી (ધારોકે Q) બીજી દ્વિ-ધ્રુવી (P)ના ચુંબકીયક્ષેત્રમાં હોવાથી ઉદ્ભવે છે. P વડે ઉદ્ભવતા ચુંબકીયક્ષેત્રનું સૂત્ર [સમીકરણ (5.7) અને (5.8) પરથી]

$$\mathbf{B}_P = \frac{-\mu_0 \mathbf{m}_P}{4\pi r^3} \quad (\text{લંબ દ્વિભાજક પર})$$

$$\mathbf{B}_P = \frac{\mu_0 2\mathbf{m}_P}{4\pi r^3} \quad (\text{અક્ષ પર})$$

જ્યાં  $\mathbf{m}_P$  એ ડાયપોલ Pની ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મોમેન્ટ) છે. જ્યારે  $\mathbf{m}_Q$  એ  $\mathbf{B}_P$ ને સમાંતર હોય ત્યારે સંતુલન સ્થાયી હોય છે, અને જ્યારે તે  $\mathbf{B}_P$ ને પ્રતિસમાંતર હોય ત્યારે અસ્થાયી સંતુલન હોય છે.

દા. ત.  $Q_3$  ગોઠવણી કે જેમાં Q એ ડાયપોલ Pના લંબ દ્વિભાજક પર હોય ત્યારે Qની ચુંબકીય ચાકમાત્રા, સ્થિતિ 3 પાસે ચુંબકીયક્ષેત્રને સમાંતર હોય છે. આથી,  $Q_3$  સ્થિર છે.

આમ,

- $PQ_1$  અને  $PQ_2$
- (i)  $PQ_3, PQ_6$  (સ્થાયી) (ii)  $PQ_5, PQ_4$  (અસ્થાયી)
- $PQ_6$

### 5.3 ચુંબકત્વ અને ગોસનો નિયમ

#### (MAGNETISM AND GAUSS'S LAW)

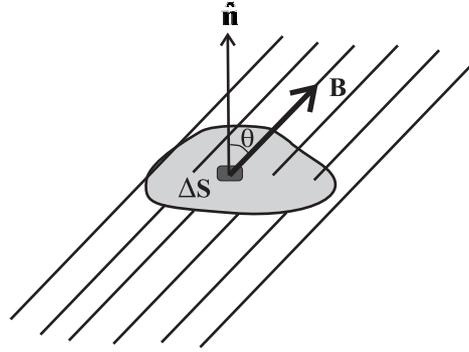
પ્રકરણ-1માં આપણે સ્થિત વિદ્યુત માટે ગોસનો નિયમ ભણ્યા હતા. આકૃતિ 5.3(c)માં આપણે જોઈ શકીએ કે (i) વડે દર્શાવેલ બંધ પૃષ્ઠ માટે, પૃષ્ઠમાંથી બહાર નીકળતી (ક્ષેત્ર) રેખાઓની સંખ્યા, અંદર પ્રવેશતી રેખાઓની સંખ્યા જેટલી જ છે. આ એ હકીકત સાથે સુસંગત છે કે આ પૃષ્ઠ વડે કોઈ વિદ્યુતભાર ઘેરાયેલ નથી. આમ છતાં, આ જ આકૃતિમાં બંધ પૃષ્ઠ (ii) માટે પરિણામી ફ્લક્સને બહાર તરફનું ફ્લક્સ છે, કારણ કે તેમાં ચોખ્ખો (ધન) વિદ્યુતભાર ઘેરાયેલો છે.



કાર્લ ફ્રિદ્રીચ ગૌસ (Karl Friedrich Gauss) (1777-1855)

કાર્લ ફ્રિદ્રીચ ગૌસ (Karl Friedrich Gauss) (1777-1855) તે બાળપણથી જ વિલક્ષણ હતા અને કુદરતી રીતે ગણિતશાસ્ત્ર, ભૌતિકશાસ્ત્ર, એન્જિનીયરીંગ, એસ્ટ્રોનોમી તથા લેન્ડ સર્વેમાં માહીર હતા. અંકશાસ્ત્રના ગુણધર્મોથી તે પ્રભાવીત થયા હતા અને તેમણે પાછળથી ગણિતના વિકાસમાં મોટો ફાળો આપ્યો હતો. વિલ્હેમ વેલ્સર (Wilhelm Welser) સાથે મળીને 1833માં પ્રથમ ટેલીગ્રાફ મશીન બનાવ્યું હતું. વક્ર પૃષ્ઠો વિશેના તેમના ગાણિતીક સિદ્ધાંતોએ રેઈમન (Reimann)ના કાર્યમાં પાયારૂપ ભૂમિકા ભજવી છે.

ચુંબકીયક્ષેત્રો, જે સતત હોય છે અને બંધ ગાળા રચે છે, તેમના માટે આ પરિસ્થિતિ તદ્દન અલગ છે. આકૃતિ 5.3(a) અથવા આકૃતિ 5.3(b)માં (i) અથવા (ii) વડે દર્શાવેલા ગૌસિયન પૃષ્ઠનું અવલોકન કરો. બંને કિસ્સા દેખીતી રીતે દર્શાવે છે કે આ પૃષ્ઠમાંથી બહાર નીકળતી ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓની સંખ્યા તેમાં પ્રવેશતી રેખાઓની સંખ્યા વડે સમતુલિત થાય છે. બંને પૃષ્ઠ માટે ચોખ્ખું ચુંબકીય ફ્લક્સ શૂન્ય છે. આ બાબત દરેક બંધ પૃષ્ઠ માટે સત્ય છે.



આકૃતિ 5.6

આકૃતિ 5.6માં દર્શાવ્યા મુજબ બંધ પૃષ્ઠ Sનો એક નાનો સદિશ ક્ષેત્રફળ ખંડ ΔS ધ્યાનમાં લો. ΔSમાંથી પસાર થતું ચુંબકીય ફ્લક્સ  $\Delta\phi_B = \mathbf{B} \cdot \Delta\mathbf{S}$  વડે વ્યાખ્યાયિત થાય છે, જ્યાં  $\mathbf{B}$  એ ΔS આગળનું ક્ષેત્ર છે. આપણે Sને ઘણા બધા ક્ષેત્રફળ ખંડોમાં વિભાજીત કરીએ અને સ્વતંત્ર રીતે દરેકમાંથી પસાર થતું ફ્લક્સ ગણીએ તો ચોખ્ખું (net) ફ્લક્સ  $\phi_B$ નું મૂલ્ય

$$\phi_B = \sum_{all} \Delta\phi_B = \sum_{all} \mathbf{B} \cdot \Delta\mathbf{S} = 0 \quad (5.9)$$

જ્યાં ‘all’નો અર્થ ‘બધા જ ક્ષેત્રફળ ખંડ ‘ΔS’’. આને સ્થિત વિદ્યુત માટેના ગૌસના નિયમ સાથે સરખાવો. તે કિસ્સામાં બંધ પૃષ્ઠમાંથી પસાર થતું ફ્લક્સ

$$\sum \mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

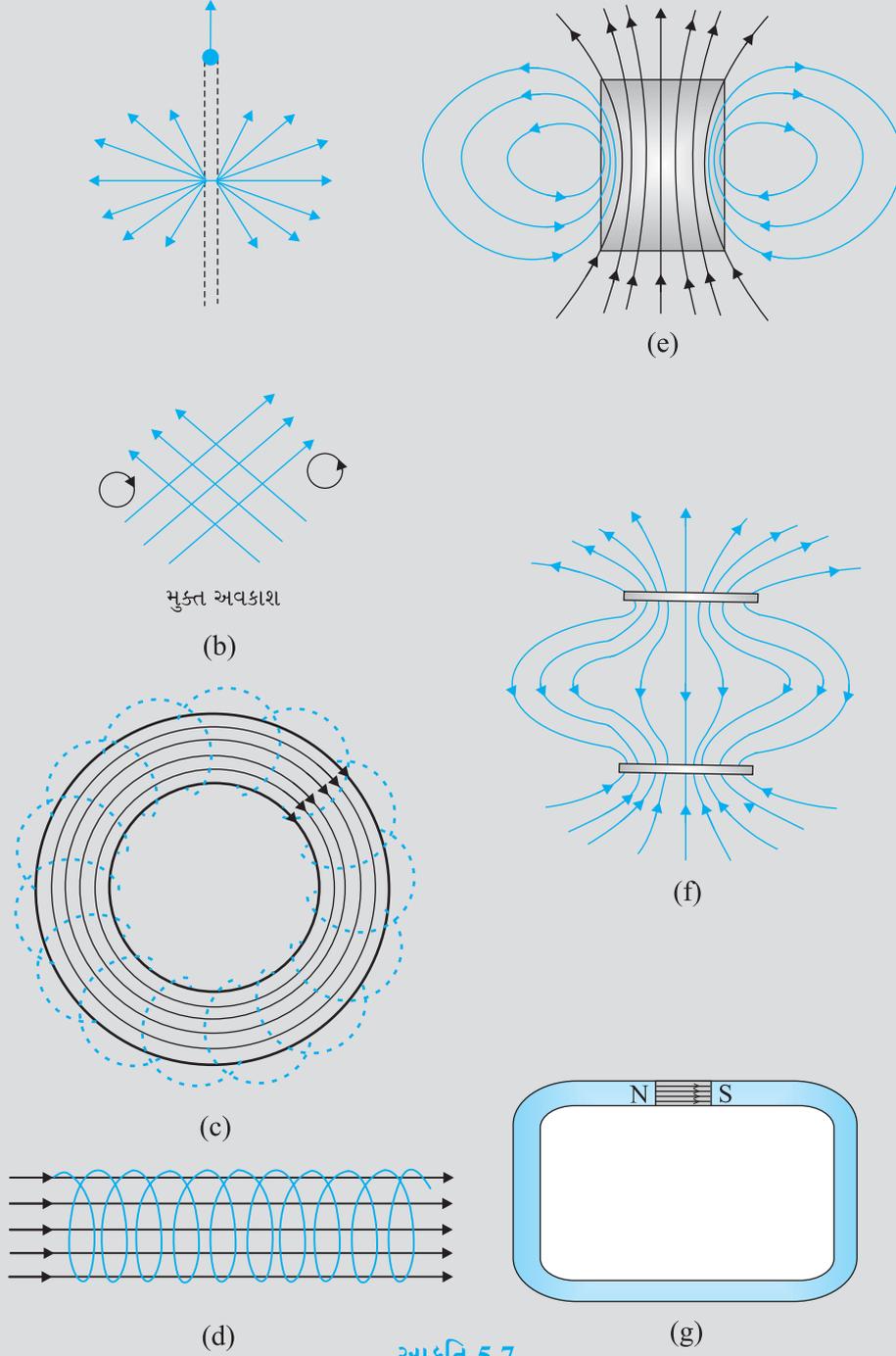
વડે અપાય છે. જ્યાં, q એ પૃષ્ઠ વડે ઘેરાયેલો વિદ્યુતભાર છે.

ચુંબકત્વ અને સ્થિત વિદ્યુત માટેના ગૌસના નિયમો વચ્ચેનો તફાવત એ પ્રતિબિંબિત કરે છે કે અલગ કરેલા (સ્વતંત્ર) ચુંબકીય ધ્રુવો (જેમને એકધ્રુવીઓ પણ કહે છે)નું અસ્તિત્વ જાણવા મળ્યું નથી.  $\mathbf{B}$ ના ઉદ્ભવો કે શોષક (Sink) નથી; ચુંબકત્વનો સાદામાં સાદો ઘટક ચુંબકીય દ્વિ-ધ્રુવી (ડાયપોલ) અથવા વિદ્યુતપ્રવાહ લૂપ (બંધ ગાળો) છે. દરેક ચુંબકીય ઘટના દ્વિ-ધ્રુવીઓ (ડાયપોલો)ની અને/અથવા પ્રવાહ લૂપની ગોઠવણીના રૂપમાં દર્શાવી શકાય છે.

આમ, ચુંબકત્વ માટે ગૌસનો નિયમ આ મુજબ છે :

કોઈ પણ બંધ પૃષ્ઠમાંથી પસાર થતું ચોખ્ખું (પરિણામી) ચુંબકીય ફ્લક્સ શૂન્ય હોય છે.

ઉદાહરણ 5.6 આકૃતિ 5.7માં દર્શાવેલ ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ (આકૃતિમાં દર્શાવેલ ઘટ્ટ રેખાઓ)ની અમુક આકૃતિઓ ખોટી છે. તેમાં શું ખોટું છે તે દર્શાવો. આમાંથી કેટલીક સાચી સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્રરેખાઓ પણ દર્શાવે છે. તે કઈ છે તે દર્શાવો.



આકૃતિ 5.7

ઉકેલ

- (a) ખોટું છે. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ, ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ ક્યારેય બિંદુવત ઉદ્ગમમાંથી નીકળતી ન હોય. કોઈપણ બંધ પૃષ્ઠ માટે,  $\mathbf{B}$ નું ચોખ્ખું ફ્લક્સ હંમેશા શૂન્ય હોય છે. એટલે કે, આકૃતિમાં જેટલી ક્ષેત્રરેખાઓ પૃષ્ઠમાં દાખલ થાય તેટલી જ તેમાંથી બહાર નીકળતી દેખાવી જોઈએ. પરંપર તો દર્શાવેલ ક્ષેત્ર રેખાઓ, લાંબા ધન વિદ્યુતભારીત તારનું વિદ્યુતક્ષેત્ર દર્શાવે છે. સાચી ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ, સીધા વાહક તારની આસપાસ, પ્રકરણ-4માં દર્શાવ્યા મુજબ વર્તુળાકાર હોય છે.

- (b) ખોટું. ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ (વિદ્યુતક્ષેત્ર રેખાઓની જેમ) ક્યારેય એક બીજીને છેદતી નથી, કારણ કે તેમ થાય તો છેદન બિંદુએ (ચુંબકીય) ક્ષેત્રની દિશા અનિશ્ચિત (સંદિગ્ધ) થઈ જાય. આ આકૃતિમાં બીજી પણ એક ભૂલ છે. સ્થિત ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ મુક્ત અવકાશની આસપાસ ક્યારેય બંધ ગાળા રચતી નથી. બંધ ગાળો રચતી સ્થિત ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખા વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થતો હોય તેવા કોઈ વિસ્તારને ઘેરતી હોવી જોઈએ. આની સામે, સ્થિત વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ મુક્ત અવકાશમાં અથવા જ્યારે ગાળો વિદ્યુતભારોને ઘેરતો હોય ત્યારે પણ કદી બંધ ગાળા રચતી નથી.
- (c) સાચું. ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ સંપૂર્ણપણે ટોરોઇડમાં સમાયેલી (બંધિત) હોય છે. અહીં બંધ ગાળા રચતી ક્ષેત્ર રેખાઓમાં કંઈ જ ખોટું નથી, કારણ કે દરેક ગાળો વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત વિસ્તારને ઘેરે છે. નોંધો કે, આકૃતિમાં સ્પષ્ટ જોઈ શકાય તે માટે ટોરોઇડમાં થોડીક જ ક્ષેત્ર રેખાઓ દર્શાવી છે. હકીકતમાં, આંટાઓ વડે ઘેરાયેલ સંપૂર્ણ વિસ્તાર ચુંબકીય ક્ષેત્ર ધરાવે છે.
- (d) ખોટું. સોલેનોઇડ વડે ઉદ્ભવતી ક્ષેત્ર રેખાઓ તેના છેડા પર અને તેની બહાર એકદમ સીધી અને સમાયેલી/બંધિત ન હોઈ શકે, કારણ કે તે એમ્પિયરના નિયમનો ભંગ કરે છે. બંને છેડા પાસે ક્ષેત્ર રેખાઓ વળતી હોવી જોઈએ, અને અંતમાં ભેગી થઈને બંધ ગાળા રચતી હોવી જોઈએ.
- (e) સાચું. આ ગજિયા ચુંબકની અંદર અને બહાર ક્ષેત્ર રેખાઓ છે. અંદરની ક્ષેત્રરેખાઓ ધ્યાનથી જુઓ. બધી જ ક્ષેત્ર રેખાઓની દિશા ઉત્તર ધ્રુવમાંથી બહાર નીકળતી (કે દક્ષિણ ધ્રુવમાં સમાઈ જતી) નથી. ઉત્તરધ્રુવ અને દક્ષિણધ્રુવ બંનેની આસપાસ ક્ષેત્રનું ચોખ્ખું ફ્લક્સ શૂન્ય છે.
- (f) ખોટું. આ ક્ષેત્ર રેખાઓ ચુંબકીયક્ષેત્ર દર્શાવી શકે નહીં. ઉપરના ભાગમાં જુઓ. બધી જ ક્ષેત્ર રેખાઓ છાયાંકિત (Shaded) તક્તીમાંથી બહાર નીકળતી દર્શાવી છે. છાયાંકિત તક્તિને ઘેરતા પૃષ્ઠમાંથી પસાર થતું કુલ ફ્લક્સ શૂન્ય નથી. ચુંબકીયક્ષેત્ર માટે આ શક્ય નથી. આપેલ ક્ષેત્ર રેખાઓ, વાસ્તવમાં ઉપરની ધન વિદ્યુતભારીત તક્તિ અને નીચેની ઋણ વિદ્યુતભારીત તક્તિની આસપાસ સ્થિત વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ દર્શાવે છે. આકૃતિઓ [5.7(e) અને (f)] વચ્ચેનો તફાવત ધ્યાનપૂર્વક સમજવો જોઈએ.
- (g) ખોટું. બે ધ્રુવ વચ્ચેની ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ અંત્ય બિંદુઓએ એકદમ સીધી ન હોઈ શકે. રેખાઓ થોડીક તો વળેલી હોવી જોઈએ. નહીંતર, એમ્પિયરના નિયમનો ભંગ થાય છે. આ વિદ્યુત ક્ષેત્ર રેખાઓ માટે પણ સાચું છે.

### ઉદાહરણ 5.7

- (a) ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ વડે (દરેક બિંદુએ) દર્શાવેલી દિશામાં ચુંબકિત કરેલ સોય (તે બિંદુએ) ગોઠવાય છે (એક રેખાઓ થાય છે). શું ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ ગતિ કરતા વિદ્યુતભાર માટે દરેક બિંદુએ ચુંબકીય બળ રેખાઓ દર્શાવે છે ?
- (b) ટોરોઇડના ગર્ભ ભાગ (Core)માં ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ સંપૂર્ણતઃ સમાયેલી હોય છે, પરંતુ સીધા સોલેનોઇડમાં નહીં. શા માટે ?
- (c) જો ચુંબકીય એક ધ્રુવીઓ અસ્તિત્વ ધરાવતી હોત, તો ચુંબકત્વ માટેના ગોસના નિયમમાં શું ફરક પડત ?
- (d) શું ગજિયા ચુંબકનું ચુંબકીયક્ષેત્ર તેના પોતાના પર ટોર્ક લગાડે ? શું વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત તારનો એક ખંડ (વિભાગ) તે જ તારના બીજા વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ખંડ (વિભાગ) પર બળ લગાડશે ?
- (e) ગતિમાન વિદ્યુતભારોના કારણે ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉદ્ભવે છે. કોઈ તંત્રનો ચોખ્ખો (પરિણામી) વિદ્યુતભાર શૂન્ય હોય તો પણ તેને ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મોમેન્ટ) હોઈ શકે ?

### ઉકેલ

- (a) ના. ચુંબકીય બળ હંમેશા  $B$ ને લંબરૂપે હોય છે. (યાદ રહે કે ચુંબકીય બળ  $= qv \times B$ ). ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓને ચુંબકીય બળ રેખાઓ કહેવું ગેરમાર્ગે દોરનારું/ભૂલ ભરેલું છે.
- (b) જો (ચુંબકીય) ક્ષેત્ર રેખાઓ સીધી સૌલેનોઈડના બે છેડાઓ વચ્ચે જ સમાયેલી/બંધિત હોત, તો દરેક છેડા પરના આડ છેદમાંથી પસાર થતું ફ્લક્સ શૂન્ય ન થાત. પરંતુ ક્ષેત્ર  $B$ નું કોઈ પણ બંધ પૃષ્ઠમાંથી પસાર થતું કુલ ફ્લક્સ હંમેશાં શૂન્ય હોવું જોઈએ. ટોરોઈડ માટે આ મુશ્કેલી રહેતી નથી કારણ કે તેને છેડાઓ જ નથી.
- (c) ચુંબકત્વ માટેનો ગોસનો નિયમ દર્શાવે છે કે કોઈ પણ બંધ પૃષ્ઠમાંથી પસાર થતું  $B$ નું ફ્લક્સ હંમેશાં શૂન્ય હોય છે.  $\int_s \mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{s} = 0$ .  
જો એકધ્રુવી (Monopole) અસ્તિત્વ ધરાવતી હોય તો જમણી બાજુ  $s$  વડે ઘેરાયેલ એકધ્રુવી (ચુંબકીય ભાર)  $q_m$  ને બરાબર હોત. (સ્થિત વિદ્યુત માટેના ગોસના નિયમની જેમ  $\int_s \mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{s} = \mu_0 q_m$  જ્યાં,  $q_m$  એ  $s$  વડે ઘેરાયેલ (એકધ્રુવી) ચુંબકીય ભાર છે.)
- (d) ના. (ચુંબકના) ખંડ (વિભાગ) વડે ઉદ્ભવતા ચુંબકીય ક્ષેત્ર વડે તે જ ખંડ પર કોઈ બળ કે ટોર્ક લાગતું નથી. પરંતુ તે જ તારના બીજા ખંડ પર બળ (કે ટોર્ક) લાગે છે. (સીધા તારના ચોક્કસ કિસ્સા માટે જ આ બળ શૂન્ય હોય છે.)
- (e) હા. તંત્રમાં રહેલા વિદ્યુતભારનું સરેરાશ મૂલ્ય શૂન્ય હોઈ શકે. પરંતુ, જુદા-જુદા પ્રવાહ ધારીત લૂપ (ગાળાઓ)ના લીધે મળતી ચુંબકીય ચાકમાત્રાનું સરેરાશ મૂલ્ય શૂન્ય ન પણ હોય. આપણે પેરામેગ્નેટિક પદાર્થો માટે આ પ્રકારના ઉદાહરણોમાં જોઈશું કે જેમાં પરમાણુઓનો ચોખ્ખો વિદ્યુતભાર શૂન્ય હોવા છતાં તેમને ચોખ્ખી (ચુંબકીય) દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા હોય છે.

ઉદાહરણ 5.7

### 5.4 પૃથ્વીનું ચુંબકત્વ (THE EARTH'S MAGNETISM)

અગાઉ આપણે પૃથ્વીના ચુંબકીય ક્ષેત્રનો ઉલ્લેખ કર્યો હતો. પૃથ્વીની સપાટી પર જુદા-જુદા સ્થાને પૃથ્વીના ચુંબકીય ક્ષેત્રની પ્રબળતાં જુદી-જુદી હોય છે; તેનું મૂલ્ય  $10^{-5}$  T ના ક્રમનું છે.

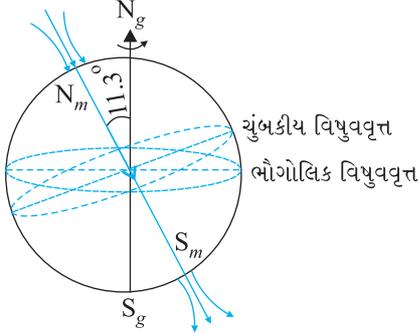
પૃથ્વીનું ચુંબકીય ક્ષેત્ર કયા કારણે છે તે હજી સ્પષ્ટ નથી. પહેલાં એવું માનવામાં આવતું હતું કે પૃથ્વીના પેટાળમાં ઊંડે તેની ભ્રમણ અક્ષ પર રહેલા ખૂબ મોટા ગજાયા ચુંબકના કારણે આ ચુંબકીય ક્ષેત્ર ઉદ્ભવ્યું છે. ખરેખર તો આ અતિ સાદુ નિરૂપણ સત્ય નથી જ. હવે એવું માનવામાં આવે છે કે પૃથ્વીના કેન્દ્રિય ભાગ (ગર્ભ, Core)ની બહારના વિસ્તારમાં રહેલા પિગળેલ પ્રવાહી (મોટા ભાગે પિગળેલા લોખંડ અને નિકલ)ની સંવહન ગતિના કારણે વિદ્યુતપ્રવાહો ઉદ્ભવે છે. જેના કારણે ચુંબકીય ક્ષેત્ર ઉદ્ભવે છે. આને ડાઈનેમો અસર કહેવાય છે.

પૃથ્વીની ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ પૃથ્વીના કેન્દ્રમાં રહેલા (કાલ્પનિક) ચુંબકીય દ્વિ-ધ્રુવી (ડાયપોલ)ની રેખાઓ જેવી છે. આ ડાયપોલની અક્ષ, પૃથ્વીની ભ્રમણ અક્ષ સાથે એક રેખાસ્થ નથી. પરંતુ હાલ ભ્રમણ અક્ષ સાથે લગભગ  $11.3^\circ$  જેટલી ઢળતી છે. આ રીતે જોતાં, આ દ્વિ-ધ્રુવીના કારણે ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ પૃથ્વીમાં જ્યાંથી બહાર નીકળે છે અથવા સમાય છે ત્યાં ચુંબકીય ધ્રુવો આવેલા છે. ચુંબકીય ઉત્તર ધ્રુવનું સ્થાન  $79.74^\circ$  N અક્ષાંશ અને  $71.8^\circ$  W રેખાંશ પર, ઉત્તર કેનેડામાં ક્યાંક આવેલું છે. ચુંબકીય દક્ષિણ ધ્રુવ એન્ટાર્કટિકામાં  $79.74^\circ$  S,  $180.22^\circ$  E સ્થાને આવેલો છે.

પૃથ્વીના ભૌગોલિક ઉત્તર ધ્રુવ પાસે આવેલા ધ્રુવને ઉત્તર ચુંબકીય ધ્રુવ કહે છે. તે જ રીતે, ભૌગોલિક દક્ષિણ ધ્રુવ પાસે આવેલા ધ્રુવને દક્ષિણ ચુંબકીય ધ્રુવ કહે છે.



Geomagnetic field frequently asked questions  
<http://www.ngdc.noaa.gov/seg/geomag/>



આકૃતિ 5.8 વિશાળ ચુંબકીય દ્વિ-ધ્રુવી તરીકે પૃથ્વી

ધ્રુવોના નામકરણમાં થોડીક દુર્વીધા છે. જો આપણે પૃથ્વીની ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ જોઈએ (આકૃતિ 5.8), તો જોઈ શકીએ કે, ગજિયા ચુંબકથી વિપરીત, ઉત્તર ચુંબકીય ધ્રુવ ( $N_m$ ) પર (ચુંબકીય) ક્ષેત્ર રેખાઓ અંદર પ્રવેશે છે અને દક્ષિણ ચુંબકીય ધ્રુવ ( $S_m$ )માંથી બહાર આવે છે. આવી પ્રણાલી એટલા માટે પડી કે ચુંબકીય સોયનો ઉત્તર ધ્રુવ (પૃથ્વીના) ચુંબકીય ઉત્તર દિશા તરફ રહેતો હતો; ચુંબકનો ઉત્તર ધ્રુવ પણ ઉત્તર દિશા તરફ રહેતો (ઉત્તર દિશા દર્શાવતો) હોવાથી તેનું એ નામ પડ્યું. આમ, હકીકતમાં, પૃથ્વીની અંદર ઉત્તર ચુંબકીય ધ્રુવ જાણે કે પૃથ્વીની અંદરના ગજિયા ચુંબકના દક્ષિણધ્રુવની જેમ વર્તે છે અને તેથી ઊલટું પણ.

**ઉદાહરણ 5.8** પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર વિષુવવૃત્ત પાસે લગભગ 0.4 G જેટલું છે. પૃથ્વીની દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (ડાયપોલ મોમેન્ટ) શોધો.

**ઉકેલ**

સમીકરણ (5.7) પરથી, વિષુવવૃત્ત પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર

$$B_E = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3}$$

આપણને  $B_E \sim 0.4 \text{ G} = 4 \times 10^{-5} \text{ T}$  આપેલ છે.  $r$  તરીકે આપણે પૃથ્વીની ત્રિજ્યા  $6.4 \times 10^6 \text{ m}$  લઈ શકીએ. આથી,

$$m = \frac{4 \times 10^{-5} \times (6.4 \times 10^6)^3}{\mu_0 / 4\pi} = 4 \times 10^2 \times (6.4 \times 10^6)^3 \quad (\mu_0 / 4\pi = 10^{-7})$$

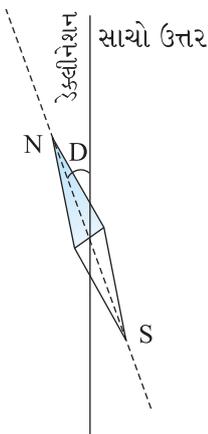
$$= 1.05 \times 10^{23} \text{ Am}^2$$

જે ભૂચુંબકત્વ માટેના પુસ્તકોમાં દર્શાવેલ મૂલ્ય  $8 \times 10^{22} \text{ Am}^2$  ની નજીક છે.

ઉદાહરણ 5.8

### 5.4.1 ચુંબકીય ડેક્લીનેશન (Declination-દિક્ષાતકોણ) અને

### ડીપ (Dip-નમનકોણ) (Magnetic Declination and Dip)



આકૃતિ 5.9 સમક્ષિતિજ સમતલમાં મુક્ત રીતે ફરી શકે તેવી ચુંબકીય સોય ચુંબકીય ઉત્તર-દક્ષિણ દિશા દર્શાવે છે.

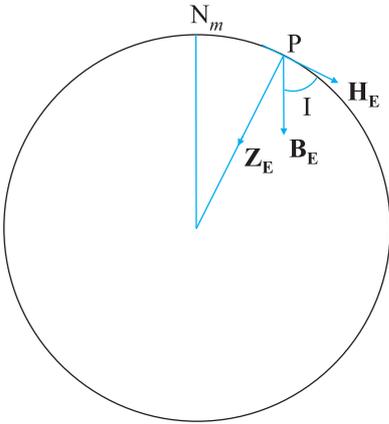
પૃથ્વીની સપાટી પરનું કોઈ સ્થળ (બિંદુ) ધારો. આ બિંદુએ, રેખાંશ વર્તુળની દિશા ભૌગોલિક ઉત્તર-દક્ષિણ દિશા દર્શાવે છે, રેખાંશની ઉત્તર ધ્રુવ તરફની રેખા સાચી ઉત્તર દિશા છે. પૃથ્વીની ભ્રમણ અક્ષ અને રેખાંશ વૃત્તને સમાવતું ઉર્ધ્વ સમતલ ભૌગોલિક ધ્રુવતલ (મેરીડિયન) કહેવાય છે. તે જ રીતે આપણે તે સ્થાન અને પૃથ્વીના ઉત્તર-દક્ષિણ ધ્રુવોને જોડતી કાલ્પનિક રેખામાંથી પસાર થતા ઉર્ધ્વ સમતલને તે સ્થાનના ચુંબકીય ધ્રુવતલ (મેરીડિયન) તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ. આ સમતલ પૃથ્વીની સપાટીને રેખાંશ જેવા વર્તુળમાં છેદશે. આથી, સમક્ષિતિજ સમતલમાં મુક્ત રીતે ફરી શકે તેમ લટકાવેલ ચુંબકીય સોય, ચુંબકીય ધ્રુવતલમાં રહેશે અને સોયનો ઉત્તરધ્રુવ (પૃથ્વીની) ચુંબકીય ઉત્તર ધ્રુવ તરફ ગોઠવાશે. ચુંબકીય ધ્રુવોને જોડતી રેખા પૃથ્વીની ભૌગોલિક અક્ષ સાથે થોડી ઢળતી (નમેલી) હોવાથી, ચુંબકીય ધ્રુવતલ ભૌગોલિક ધ્રુવતલ સાથે એક ખૂણો બનાવે છે. આમ, તે (ખૂણો) સાચા ભૌગોલિક ઉત્તર અને ચુંબકીય સોય વડે દર્શાવેલા ઉત્તર વચ્ચેનો કોણ છે. આ ખૂણાને ચુંબકીય ડેક્લીનેશન અથવા ફક્ત ડેક્લીનેશન કહે છે (આકૃતિ 5.9).

મોટા અક્ષાંશ માટે ડેક્લીનેશન મોટું હોય છે. જ્યારે વિષુવવૃત્ત પાસે તે ઓછું હોય છે. ભારત માટે ડેક્લીનેશન ઓછું છે, જે દિલ્હી પાસે  $0^\circ 41' E$  છે. જ્યારે મુંબઈ પાસે  $0^\circ 58' W$  છે.

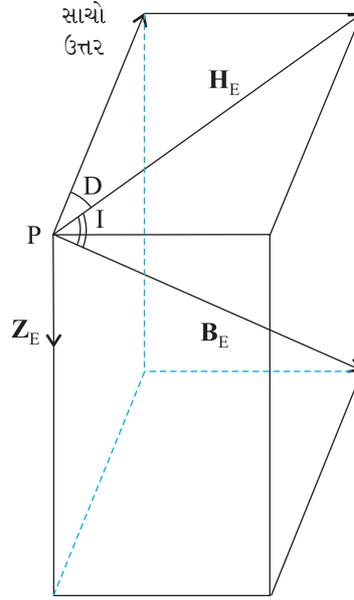
આમ, આ બંને સ્થાને ચુંબકીય સોય લગભગ સાચી ઉત્તર દિશા દર્શાવે છે.

એક બીજી રાશિ પણ જાણવી જરૂરી છે. જો ચુંબકીય સોયને ચુંબકીય ધ્રુવતલમાં સમક્ષિતિજ અક્ષ પર એવી રીતે સંતુલિત કરી હોય કે તે ચુંબકીય ધ્રુવતલમાં દોલન કરી શકે તો આ સોય સમક્ષિતિજ સાથે એક ખૂણો બનાવે છે (આકૃતિ 5.10). તેને નમનકોણ (Angle of Dip) કહે છે (જે નમન પણ કહેવાય છે). આમ, નમનકોણ એ પૃથ્વીના (તે સ્થાને) કુલ ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B_E$  વડે પૃથ્વીની સપાટી સાથે બનતો કોણ છે. આકૃતિ 5.11 પૃથ્વીની સપાટી પર P બિંદુએ ચુંબકીય ધ્રુવતલ દર્શાવે છે. આ સમતલ પૃથ્વીમાંથી પસાર થતો છેદ છે. P બિંદુ પાસે કુલ ચુંબકીયક્ષેત્રને બે ભાગમાં વિભાજિત કરી શકાય. એક સમક્ષિતિજ ઘટક  $H_E$  અને બીજો ઉર્ધ્વ ઘટક  $Z_E$ .  $B_E$  વડે  $H_E$  સાથે બનતો કોણ એ નમનકોણ I છે.

ઉત્તર ગોળાર્ધમાં મોટાભાગમાં નમન દર્શાવતી સોયનો ઉત્તર ધ્રુવ (છેડો) નીચે તરફ નમેલો (ઢળતો) હોય છે.



**આકૃતિ 5.10** વર્તુળ એ મેગ્નેટીક મેરીડીયનને સમાવતો પૃથ્વીનો આડછેદ છે.  $B_E$  અને સમક્ષિતિજ ઘટક  $H_E$  વચ્ચેનો કોણ નમનકોણ (એન્ગલ ઓફ ડીપ) છે.



**આકૃતિ 5.11** પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B_E$ , તેના સમક્ષિતિજ અને લંબ ઘટકો,  $H_E$  અને  $Z_E$ . આ ઉપરાંત ડેક્લીનેશન D અને નમન અથવા નમનકોણ (એન્ગલ ઓફ ડીપ) I દર્શાવ્યા છે.

તે જ રીતે, દક્ષિણ ગોળાર્ધના મોટાભાગમાં નમન દર્શાવતી સોયનો દક્ષિણધ્રુવ નીચે તરફ ઢળતો હોય છે.

પૃથ્વીની સપાટી પર કોઈ બિંદુ પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર દર્શાવવા માટે આપણે ત્રણ રાશિઓ સ્પષ્ટ કરવી પડે : ડેક્લીનેશન D, નમનકોણ અથવા નમન I, અને પૃથ્વીના ક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક  $H_E$ . આ બધાને પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રના તત્વો (Elements) કહે છે.

ઉર્ધ્વ ઘટકને  $Z_E$  વડે દર્શાવતાં,

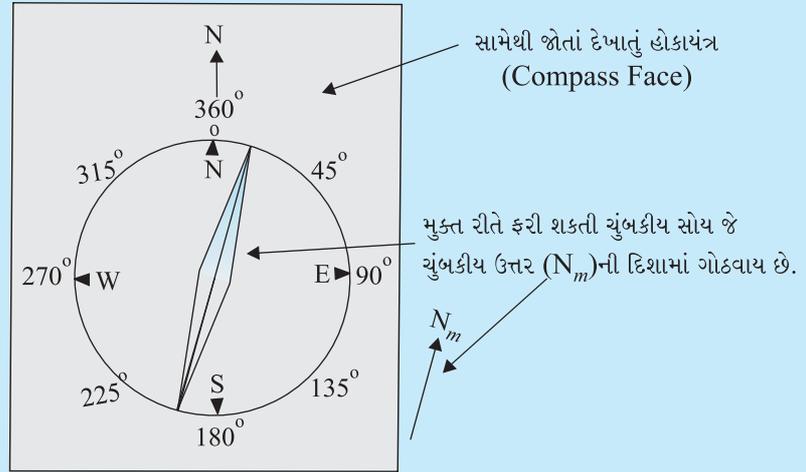
$$Z_E = B_E \sin I \quad [5.10(a)]$$

$$H_E = B_E \cos I \quad [5.10(b)]$$

$$\text{જે પરથી, } \tan I = \frac{Z_E}{H_E} \quad [5.10(c)]$$

## ધ્રુવો પર મારી કંપાસ સોય (હોકાયંત્રની સોય) શું દર્શાવશે ? (WHAT HAPPENS TO MY COMPASS NEEDLES AT THE POLES ?)

કંપાસ (હોકાયંત્રની) સોય એક ચુંબકીય સોયની બનેલી હોય છે જે એક અક્ષીય બિંદુ પર કિલકિત કરેલ છે. જ્યારે કંપાસ (હોકાયંત્ર)ને સમક્ષિતિજ રાખેલ હોય ત્યારે તે એ સ્થાન પાસે પૃથ્વીના સમક્ષિતિજ ઘટકની દિશામાં ગોઠવાય છે. આમ, કંપાસ સોય તે સ્થાને ચુંબકીય ધ્રુવતલમાં રહેશે. પૃથ્વી પર ઘણી જગ્યાએ ચુંબકીય ખનિજો પુષ્કળ પ્રમાણમાં હોય છે, જે કંપાસ (હોકાયંત્રની) સોયને ચુંબકીય ધ્રુવતલમાંથી વિચલિત કરે છે. ચુંબકીય ડેક્લીનેશન જાણતા હોઈએ તો આપણને કંપાસ (હોકાયંત્રની) સોય વડે દર્શાવેલી ત્રુટી સુધારીને સાચી ઉત્તર દિશા મળી શકે છે.



તો આપણે આ કંપાસને ચુંબકીય ધ્રુવ પર લઈ જઈએ તો શું થશે ? ધ્રુવો પર, ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ લંબરૂપે ભેગી થતી કે વિખેરાતી હોય છે. આથી (ચુંબકીયક્ષેત્રનો) સમક્ષિતિજ ઘટક નહીંવત્ હોય છે. જો આ સોય ફક્ત સમક્ષિતિજ સમતલમાં ફરી શકે તેમ હોય, તો તે કોઈ પણ દિશા દર્શાવી શકે, જે દિશા-દર્શક તરીકે બિનઉપયોગી થઈ જાય. આ કિસ્સામાં નમન દર્શાવતી (ચુંબકીય) સોયનો ઉપયોગ કરવો જોઈએ જે (ચુંબકીય સોય ધરાવતો) એવો કંપાસ છે કે જેથી તે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્ર ધરાવતા ઉર્ધ્વ સમતલમાં ઘુમી શકે. આ કિસ્સામાં કંપાસની સોય ચુંબકીયક્ષેત્ર એ ઉર્ધ્વ સાથે બનાવેલો કોણ દર્શાવે છે. ચુંબકીય ધ્રુવો પર આ સોય સીધી નીચેની તરફની દિશા દર્શાવશે.

**ઉદાહરણ 5.9** કોઈ સ્થાનના ચુંબકીય ધ્રુવતલમાં પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક  $0.26 \text{ G}$  છે અને નમન કોણ  $60^\circ$  છે. આ સ્થળે પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર કેટલું હશે ?

ઉકેલ  $H_E = 0.26 \text{ G}$  આપેલું છે. આકૃતિ 5.11 પરથી,

$$\begin{aligned} \cos 60^\circ &= \frac{H_E}{B_E} \\ B_E &= \frac{H_E}{\cos 60^\circ} \\ &= \frac{0.26}{(1/2)} = 0.52 \text{ G} \end{aligned}$$

### પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર (EARTH'S MAGNETIC FIELD)

એવું ધારી લેવું ન જોઈએ કે પૃથ્વીના પેટાળમાં ખૂબ મોટો ગજિયો ચુંબક રહેલો છે જેના કારણે પૃથ્વીને ચુંબકીયક્ષેત્ર છે. પૃથ્વીના અંદરના ભાગમાં લોખંડની ખનિજના મોટા ભંડાર રહેલા છે, પરંતુ એવું નથી કે લોખંડનો ખૂબ મોટો ઘન ટુકડો (Block) ચુંબકીય ઉત્તર ધ્રુવથી ચુંબકીય દક્ષિણધ્રુવ સુધી વિસ્તરેલો હોય. પૃથ્વીનું પેટાળ (ગર્ભ) ખૂબ ગરમ અને પિગળેલું છે, તથા આયર્ન અને નિકલના આયનો પૃથ્વીના ચુંબકત્વ માટે જવાબદાર છે. આ પૂર્વધારણા વધારે સંભવિત લાગે છે. ચંદ્રને પિગળેલું પેટાળ (ગર્ભ) નથી, તેથી તેને ચુંબકીયક્ષેત્ર નથી. શુક્ર ધીમેથી પરિભ્રમણ કરે છે અને તેનું ચુંબકીયક્ષેત્ર ઘણું નબળું છે, જ્યારે ગુરુ, જેનો પરિભ્રમણ દર બીજા ગ્રહો કરતાં ઘણો ઝડપી છે તેને ઘણું પ્રબળ ચુંબકીયક્ષેત્ર છે. આમ છતાં, આ વર્તુળમાર્ગી (ઘૂમતા) પ્રવાહો અને તેમને ટકાવી રાખવા માટે જરૂરી ઊર્જા ક્યાંથી આવે છે તે બહુ સારી રીતે સમજી શકાયું નથી. આ બધા ઘણા જગજાહેર અને ખુલ્લા પ્રશ્નો છે જે સતત શોધખોળ માટેનું અગત્યનું ક્ષેત્ર છે.

સ્થળ સાથે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રમાં થતો ફેરફાર એ પણ એક રસપ્રદ અભ્યાસનું ક્ષેત્ર છે. સૂર્યમાંથી ઉત્સર્જિત થયેલા સૌર પવનોમાં રહેલા વિદ્યુતભારિત કણો પૃથ્વી તરફ અને તેથી આગળ પણ ગતિ કરે છે. તેમની ગતિ પર પૃથ્વીનું ચુંબકીય ક્ષેત્ર અસર કરે છે, અને સામે તે પણ પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની ભાત (રેખાઓ) પર અસર કરે છે. ધ્રુવો પાસે ચુંબકીયક્ષેત્રની ભાત પૃથ્વી પરના બીજા વિસ્તારોની ભાતની સરખામણીમાં ઘણી અલગ છે.

પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રમાં સમય સાથે થતો ફેરફાર પણ કંઈ ઓછો આકર્ષક નથી. તેમાં પણ સદીઓ સાથે ટૂંકા ગાળાના ફેરફારો થાય છે જ્યારે લાખો વર્ષોના ગાળા દરમિયાન મોટા ફેરફારો પણ થાય છે. ઈસ. 1580થી 1820ના 240 વર્ષના ગાળા દરમિયાનની જે માહિતી ઉપલબ્ધ છે, તે અનુસાર લંડન ખાતે મેગ્નેટિક ડેક્લીનેશનમાં 3.5°નો ફેરફાર થયો છે, જે દર્શાવે છે કે પૃથ્વીના ગર્ભમાં ચુંબકીય ધ્રુવો સમય સાથે સ્થાન બદલે છે. લાખો વર્ષોના સમયગાળામાં, પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા ઉલટાતી હોવાનું માલુમ પડ્યું છે. બેસાલ્ટ, લોખંડ (આયર્ન) ધરાવે છે અને જવાળામુખી સકીય થાય ત્યારે બેસાલ્ટ બહાર ફેંકાય છે. જ્યારે બેસાલ્ટ ઠંડો પડતો હોય અને ઘન અવસ્થામાં ફેરવાઈ રહ્યો હોય તે દરમિયાન તેમાં રહેલા લોખંડના નાના ચુંબકો, તે સ્થાનના પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશામાં ગોઠવાય છે. બેસાલ્ટના આવા ચુંબકત્વ ધરાવતા વિસ્તારોના ટુકડાઓના ભુસ્તરશાસ્ત્રીય અભ્યાસ દરમિયાન પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા બદલાવાના પુરાવા ભૂતકાળમાં ઘણી વાર મળી આવ્યા છે.

## 5.5 મેગ્નેટાઇઝેશન અને મેગ્નેટિક તીવ્રતા

### (MAGNETISATION AND MAGNETIC INTENSITY)

પૃથ્વી જાતજાતના અને ભાતભાતના તત્વો અને સંયોજનોથી ભરેલી છે. આ ઉપરાંત આપણે પણ નવી મિશ્રધાતુઓ, સંયોજનો અને તત્વો કૃત્રિમ રીતે બનાવ્યા છે. આપણે આ દ્રવ્યોના ચુંબકીય ગુણધર્મોનું વર્ગીકરણ કરીએ. આ વિભાગમાં, આપણે આ અભ્યાસમાં મદદરૂપ થાય તેવી કેટલીક રાશિઓ (Terms)ને વ્યાખ્યાયિત કરીશું અને સમજીશું.

આપણે જોયું હતું કે પરમાણુમાં પરિભ્રમણ કરતા ઇલેક્ટ્રોનને ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મેગ્નેટિક મોમેન્ટ) હોય છે. દ્રવ્યના જથ્થામાં, આ બધી ચાકમાત્રા (મોમેન્ટ) સદિશ રીતે ઉમેરાય છે અને આપણને પરિણામી (ચોખ્ખી) અશૂન્ય એવી ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મેગ્નેટિક મોમેન્ટ) આપી શકે છે. આપણે કોઈ નમુના (પદાર્થ)ના મેગ્નેટાઇઝેશન  $M$ ને તેના એકમ કદ દીઠ પરિણામી (ચોખ્ખી) ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મેગ્નેટિક મોમેન્ટ) વડે વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ.

$$M = \frac{m_{net}}{V} \quad (5.11)$$

$M$  એ સદિશ છે, જેના પરિમાણ  $L^{-1}A$  છે, તથા તેનો એકમ  $Am^{-1}$  છે.

એકમ લંબાઈ દીઠ  $n$  આંટા ધરાવતો અને વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$  ધારિત એક લાંબો સોલેનોઇડ ધ્યાનમાં લો. સોલેનોઇડમાં અંદરના ભાગમાં ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય અગાઉ બતાવ્યું હતું તે મુજબ,

$$B_0 = \mu_0 nI \quad (5.12)$$

જો સૉલેનોઇડના અંદરના ભાગમાં એવું દ્રવ્ય ભરવામાં આવે કે જેનું મેગ્નેટાઇઝેશન શૂન્ય ન હોય, તો સૉલેનોઇડની અંદર (ચુંબકીય) ક્ષેત્ર  $B_0$  થી વધુ હશે. સૉલેનોઇડના અંદરના ભાગમાં ચોખ્ખું ક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$  આ રીતે દર્શાવી શકાય.

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_m \quad (5.13)$$

જ્યાં,  $\mathbf{B}_m$  એ ગર્ભ (કોર, અંદર)માં રહેલા દ્રવ્ય વડે મળતું ક્ષેત્ર છે. એ જાણવા મળ્યું છે કે વધારાનું આ ક્ષેત્ર  $\mathbf{B}_m$  એ પદાર્થના મેગ્નેટાઇઝેશન  $\mathbf{M}$ ના સમપ્રમાણમાં હોય છે, જે આ મુજબ દર્શાવાય છે

$$\mathbf{B}_m = \mu_0 \mathbf{M} \quad (5.14)$$

જ્યાં,  $\mu_0$  એ બાયો-સાવરના નિયમમાં આવે છે તે જ અચળાંક (શૂન્યાવકાશની પરમિએબિલિટી) છે. એક બીજું સદિશ ક્ષેત્ર  $\mathbf{H}$  ઉમેરવાનું સગવડભર્યું છે, જેને ચુંબકીય તીવ્રતા કહે છે, અને તે નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત થાય છે.

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \quad (5.15)$$

જ્યાં,  $\mathbf{H}$ ના પરિમાણ  $\mathbf{M}$  જેવા જ છે અને તેને  $A m^{-1}$ ના એકમમાં માપવામાં આવે છે. આથી, કુલ ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$  આ મુજબ લખી શકાય.

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (5.16)$$

આપણે વ્યાખ્યાની પદ્ધતિ ફરીથી દર્શાવીએ. આપણે પદાર્થના નમુનાની અંદર કુલ ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મળતા ફાળાને બે ભાગમાં વહેંચ્યો છે : એક; બાહ્ય પરિબળ જેમ કે સૉલેનોઇડમાં વહેતા વિદ્યુત પ્રવાહને લીધે છે તેને  $\mathbf{H}$  વડે દર્શાવાય છે. બીજો એટલે કે  $\mathbf{M}$  ચુંબકીય પદાર્થના વિશિષ્ટ ગુણધર્મને કારણે છે. આ બીજો રાશિ પર બાહ્ય પરિબળોની અસર થતી હોય છે. આ બાહ્ય અસરને ગાણિતીક રીતે આ મુજબ દર્શાવાય છે.

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H} \quad (5.17)$$

જ્યાં  $\chi$ , એ પરિમાણ રહિત રાશી છે, જેને યોગ્ય રીતે જ ચુંબકીય (મેગ્નેટીક) સસેપ્ટિબિલિટી કહે છે. તે ચુંબકીય દ્રવ્ય બાહ્ય (ચુંબકીય) ક્ષેત્રને કેવો પ્રતિભાવ (Response) આપે છે તે દર્શાવે છે. કોષ્ટક 5.2માં કેટલાક તત્વો માટે  $\chi$  ના મૂલ્યો દર્શાવ્યા છે. પેરામેગ્નેટિક તરીકે ઓળખાતા દ્રવ્યો માટે તેનું મૂલ્ય નાનું અને ધન હોય છે. ડાયોમેગ્નેટિક તરીકે ઓળખાતા દ્રવ્યો માટે તેનું મૂલ્ય નાનું અને ઋણ હોય છે. આ બીજા કિસ્સામાં  $\mathbf{M}$  અને  $\mathbf{H}$  વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે. સમીકરણો (5.16) અને (5.17) પરથી

$$\mathbf{B} = \mu_0(1 + \chi)\mathbf{H} \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} &= \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \\ &= \mu \mathbf{H} \end{aligned} \quad (5.19)$$

જ્યાં,  $\mu_r = 1 + \chi$  એ પરિમાણ રહિત રાશિ છે, જેને પદાર્થની સાપેક્ષ ચુંબકીય (મેગ્નેટીક) પરમિએબિલિટી કહે છે. તે સ્થિતવિદ્યુતશાસ્ત્રમાં આવતા ડાઇઇલેક્ટ્રીક અચળાંક સાથે સામ્યતા ધરાવે છે. પદાર્થની મેગ્નેટીક પરમિએબિલિટી  $\mu$  છે અને તેના પરિમાણ અને એકમ પણ  $\mu_0$  જેવા જ છે :

$$\mu = \mu_0 \mu_r = \mu_0(1 + \chi)$$

ત્રણ રાશિઓ  $\chi$ ,  $\mu_r$  અને  $\mu$  એકબીજા સાથે સંકળાયેલી છે અને તેમાંથી કોઈ એક જ સ્વતંત્ર છે. જો એક આપેલ હોય તો બાકીની બેની સહેલાઈથી ગણતરી કરી શકાય છે.

કોષ્ટક 5.2 300K તાપમાને કેટલાક તત્વોની મેગ્નેટીક સસેપ્ટિબિલિટી  
(MAGNETIC SUSCEPTIBILITY OF SOME ELEMENTS AT 300K)

ડાયમેગ્નેટિક દ્રવ્ય	$\chi$	પેરામેગ્નેટીક દ્રવ્ય	$\chi$
બિસ્મથ	$-1.66 \times 10^{-5}$	એલ્યુમિનિયમ	$2.3 \times 10^{-5}$
તાંબુ	$-9.8 \times 10^{-6}$	કેલ્શિયમ	$1.9 \times 10^{-5}$
હીરો	$-2.2 \times 10^{-5}$	કોબીયમ	$2.7 \times 10^{-4}$
સોનું	$-3.6 \times 10^{-5}$	લિથિયમ	$2.1 \times 10^{-5}$
સીસુ	$-1.7 \times 10^{-5}$	મેગ્નેશિયમ	$1.2 \times 10^{-5}$
પારો	$-2.9 \times 10^{-5}$	નિઓબિયમ	$2.6 \times 10^{-5}$
નાઈટ્રોજન (STP)	$-5.0 \times 10^{-9}$	ઓક્સિજન (STP)	$2.1 \times 10^{-6}$
ચાંદી	$-2.6 \times 10^{-5}$	પ્લેટિનમ	$2.9 \times 10^{-4}$
સિલિકોન	$-4.2 \times 10^{-6}$	ટેંગસ્ટન	$6.8 \times 10^{-5}$

**ઉદાહરણ 5.10** એક સૉલેનોઇડમાં ગર્ભમાંના (કોર) દ્રવ્યની સાપેક્ષ પરમિએબિલિટી 400 છે. સૉલેનોઇડના આંટા ગર્ભથી અવાહક વડે જુદા પાડેલા છે. આંટામાંથી 2A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. જો તેમાં એક મીટર દીઠ 1000 આંટા હોય, તો (a) H, (b) B, (c) M અને (d) મેગ્નેટાઇઝેશન પ્રવાહ  $I_m$  ની ગણતરી કરો.

**ઉકેલ**

(a) ક્ષેત્ર H, ગર્ભના દ્રવ્ય પર આધાર રાખે છે, અને તેનું મૂલ્ય

$$H = nI = 1000 \times 2.0 = 2 \times 10^3 \text{ A/m}$$

(b) ચુંબકીયક્ષેત્ર Bનું મૂલ્ય

$$\begin{aligned} B &= \mu_r \mu_0 H \\ &= 400 \times 4\pi \times 10^{-7} (\text{N/A}^2) \times 2 \times 10^3 (\text{A/m}) \\ &= 1.0 \text{ T} \end{aligned}$$

(c) મેગ્નેટાઇઝેશન

$$\begin{aligned} M &= (B - \mu_0 H) / \mu_0 \\ &= (\mu_r \mu_0 H - \mu_0 H) / \mu_0 = (\mu_r - 1)H = 399 \times H \\ &\cong 8 \times 10^5 (\text{A/m}) \end{aligned}$$

(d) મેગ્નેટાઇઝેશન વિદ્યુત પ્રવાહ  $I_m$  એ કોરની ગેરહાજરીમાં સૉલેનોઇડના આંટાઓની અંદર પસાર કરવો પડતો જરૂરી વધારાનો વિદ્યુત પ્રવાહ છે જેથી કુલ વિદ્યુતપ્રવાહ કોરની હાજરીમાં મળતું Bનું મૂલ્ય આપે.

$$\text{આથી } B = \mu_0 n (I + I_m)$$

$$I = 2 \text{ A}, B = 1 \text{ T પરથી } I_m = 794 \text{ A.}$$

ઉદાહરણ 5.10

## 5.6 દ્રવ્યોના ચુંબકીય ગુણધર્મો

### (MAGNETIC PROPERTIES OF MATERIALS)

આગળના પરિચ્છેદમાં કરેલી ચર્ચા દ્રવ્યોને ડાયમેગ્નેટીક, પેરામેગ્નેટીક અથવા ફેરોમેગ્નેટીક તરીકે વર્ગીકૃત કરવામાં આપણને મદદ રૂપ થશે. સસેપ્ટિબિલિટી  $\chi$  ના સંદર્ભમાં, જો  $\chi$  ઋણ હોય તો તે દ્રવ્ય ડાયમેગ્નેટીક,  $\chi$ -ધન અને નાનું હોય તો-પેરા, અને જો  $\chi$  મોટું તથા ધન હોય તો ફેરોમેગ્નેટીક છે.

કોષ્ટક 5.3 જેમાં આપણને આ પદાર્થો વિષે ખ્યાલ આવશે. અહીં પેરામેગ્નેટીક પદાર્થોને જુદા પાડવા માટે એક નાની ધન સંખ્યા  $E$  લેવામાં આવી છે. ત્યારબાદ આપણે આ પદાર્થોનો વિગતવાર અભ્યાસ કરીશું.

કોષ્ટક 5.3

ડાયામેગ્નેટિક	પેરામેગ્નેટિક	ફેરોમેગ્નેટિક
$-1 \leq \chi < 0$	$0 < \chi < \epsilon$	$\chi \gg 1$
$0 \leq \mu_r < 1$	$1 < \mu_r < 1 + \epsilon$	$\mu_r \gg 1$
$\mu < \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\mu \gg \mu_0$

### 5.6.1 ડાયામેગ્નેટીઝમ (Diamagnetism)

ડાયામેગ્નેટિક પદાર્થો એવા હોય છે કે જે બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મુકતાં પ્રબળથી નબળા ચુંબકીયક્ષેત્ર તરફ ગતિ કરવાનું વલણ ધરાવે છે. બીજા શબ્દોમાં, ચુંબક જેમ લોખંડને આકર્ષે છે તેનાથી વિપરિત તે ડાયામેગ્નેટિક પદાર્થને અપાકર્ષે છે.

આકૃતિ 5.12(a)માં બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મુકેલો ડાયામેગ્નેટિક પદાર્થનો ટુકડો દર્શાવ્યો છે. ક્ષેત્રરેખાઓ અપાકર્ષાય છે એટલે કે બહાર તરફ ધકેલાય છે અને દ્રવ્યમાં ક્ષેત્ર (ની તીવ્રતા) ઘટે છે. મોટા ભાગના કિસ્સાઓમાં, કોષ્ટક 5.2માં દર્શાવ્યા મુજબ, આ ઘટાડો  $10^5$ માં એક ભાગ જેટલો થોડોક જ હોય છે. જો અનિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મુકીએ તો આ (ડાયામેગ્નેટિક) ટુકડો પ્રબળથી નબળા ક્ષેત્ર તરફ ખસશે.

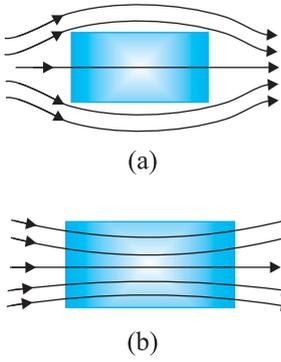
ડાયામેગ્નેટીઝમની સૌથી સરળ સમજૂતી આ મુજબ છે. પરમાણુમાં ન્યુકલિઅસની આસપાસ કક્ષીય ભ્રમણ કરતા ઈલેક્ટ્રોન કક્ષીય કોણીય વેગમાન ધરાવે છે. કક્ષામાં ફરતા આ ઈલેક્ટ્રોન વિદ્યુતપ્રવાહ ધારીત ગૂંચળાને સમતુલ્ય કહેવાય અને તેથી તે કક્ષીય ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મેગ્નેટિક મોમેન્ટ) ધરાવે છે. ડાયામેગ્નેટિક પદાર્થો એવા છે કે જેમના માટે પરમાણુમાં પરિણામી ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મેગ્નેટિક મોમેન્ટ) શૂન્ય હોય છે. ચુંબકીયક્ષેત્રની હાજરીમાં, જે ઈલેક્ટ્રોનોની ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મેગ્નેટિક મોમેન્ટ) તે જ દિશામાં હોય તે ધીમા પડે છે અને જેમની વિરુદ્ધ દિશામાં હોય તે ઝડપ પકડે છે. આવું લેન્ડના નિયમ મુજબ પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહના કારણે થાય છે, જે તમે પ્રકરણ-6માં ભણશો. આમ, આ પદાર્થ આપેલ ક્ષેત્રની વિરુદ્ધ દિશામાં ચોખ્ખી (પરિણામી) ચુંબકીય ચાકમાત્રા (મેગ્નેટિક મોમેન્ટ) ઉત્પન્ન કરે છે અને તેથી અપાકર્ષાય છે.

બિસ્મથ, કોપર, લેડ (સીસુ), સિલિકોન, નાઈટ્રોજન (STP એ) પાણી અને સોડિયમ કલોરાઇડ એ કેટલાક ડાયામેગ્નેટિક પદાર્થો છે. બધાં જ દ્રવ્યોમાં ડાયામેગ્નેટીઝમ હાજર છે. પરંતુ મોટાભાગના કિસ્સાઓમાં આ અસર એટલી બધી નિર્બળ હોય છે કે પેરામેગ્નેટીઝમ અને ફેરોમેગ્નેટીઝમ વગેરે જેવી અન્ય અસરોથી ખસી જાય છે.

સુપર કંડક્ટર્સ અલગ પ્રકારના જ ડાયામેગ્નેટિક પદાર્થો છે. તે ખૂબ નીચા તાપમાનોએ ઠંડી કરેલી ધાતુઓ છે જે પૂર્ણતઃ (Perfect) વાહકતા અને પૂર્ણતઃ ડાયામેગ્નેટીઝમ એમ બંને દર્શાવે છે. અહીં ક્ષેત્ર રેખાઓ (દ્રવ્યની) સંપૂર્ણ બહાર ધકેલાય છે !  $\chi = -1$  અને  $\mu_r = 0$ . સુપર કંડક્ટર ચુંબકને અપાકર્ષે છે અને (ન્યૂટનના ત્રીજા નિયમ મુજબ) ચુંબક દ્વારા અપાકર્ષાય છે. સુપર કંડક્ટર્સમાં જોવા મળતી સંપૂર્ણ (Perfect) ડાયામેગ્નેટીઝમની અસરને તેના શોધકના નામ પરથી, મિઝનર (Meissner) અસર કહે છે. સુપર કંડક્ટર ચુંબકોનો ઘણી જગ્યાએ લાભદાયક ઉપયોગ કરી શકાય છે, જેમકે, ચુંબકત્વથી ઊંચકાઈને દોડતી અતિ ઝડપી (Superfast Trains) ટ્રેન.

### 5.6.2 પેરામેગ્નેટીઝમ (Paramagnetism)

પેરામેગ્નેટિક પદાર્થો એવા પદાર્થો છે કે જેને બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મુકતાં નિર્બળ ચુંબકત્વ ધારણ કરે છે. તે નિર્બળ ચુંબકીયક્ષેત્રથી પ્રબળ ચુંબકીયક્ષેત્ર તરફ ગતિ કરવાનું વલણ ધરાવે છે, એટલે કે તેઓ ચુંબક તરફ નિર્બળ આકર્ષણ અનુભવે છે.



આકૃતિ 5.12

(a) ડાયામેગ્નેટિક,

(b) પેરામેગ્નેટિક દ્રવ્ય પાસે ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓની વર્તણૂક

પેરામેગ્નેટિક દ્રવ્યના વ્યક્તિગત પરમાણુઓ (કે આયનો કે અણુઓ) તેમની પોતાની કાયમી ચુંબકીય દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (મેગ્નેટીક ડાયપોલ મોમેન્ટ) ધરાવે છે. આ પરમાણુઓની સતત તાપીય અસ્તવ્યસ્ત ગતિના કારણે પરિણામી મેગ્નેટાઇઝેશન જોવા મળતું નથી. નીચા તાપમાને, પુરતા પ્રબળ એવા બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B_0$ ની હાજરીમાં, આ દરેક વ્યક્તિગત પરમાણ્વીક દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (ડાયપોલ મોમેન્ટ)ને  $B_0$ ની દિશામાં ગોઠવાતી કરી શકાય છે. આકૃતિ 5.12(b)માં બાહ્ય ક્ષેત્રની હાજરીમાં રહેલો એક પેરામેગ્નેટીક દ્રવ્યનો ટુકડો દર્શાવ્યો છે. દ્રવ્યની અંદર ક્ષેત્રરેખાઓ સંકેન્દ્રિત (ભેગી) થવા માંડે છે અને અંદરનું ક્ષેત્ર પ્રબળ થાય છે. મોટા ભાગના કિસ્સાઓમાં, કોષ્ટક 5.2માં દર્શાવ્યું છે તે મુજબ, આ વધારો  $10^5$  માં એક ભાગ જેટલો થોડો હોય છે. જ્યારે આ ટુકડાને અનિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મુકવામાં આવે ત્યારે, તે નિર્બળથી પ્રબળ ક્ષેત્ર તરફ ગતિ કરવા પ્રયત્ન કરે છે.

એલ્યુમિનિયમ, સોડિયમ, કેલ્શિયમ, ઓક્સિજન (STP) અને કોપર ક્લોરાઇડ વગેરે કેટલાંક પેરામેગ્નેટીક પદાર્થો છે. પ્રયોગો દ્વારા એ જાણવા મળ્યું છે કે પેરામેગ્નેટીક દ્રવ્યનું મેગ્નેટાઇઝેશન તેના નિરપેક્ષ તાપમાન (Absolute Temperature)  $T$ ના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં છે,

$$M = C \frac{B_0}{T} \quad [5.20(a)]$$

અથવા તેને સમતુલ્ય સમીકરણ (5.12) અને (5.17) પરથી

$$\chi = C \frac{\mu_0}{T} \quad [5.20(b)]$$

આને તેના શોધક પિયરી ક્યુરી (Pieree Curie 1859-1906)ના માનમાં ક્યુરીનો નિયમ કહે છે. અચળાંક  $C$ ને ક્યુરીનો અચળાંક કહે છે. આમ, પેરામેગ્નેટીક દ્રવ્ય માટે  $\chi$  અને  $\mu_r$  બંને ફક્ત દ્રવ્ય પર આધાર રાખતા નથી, પરંતુ (સામાન્યતઃ) તેના તાપમાન પર પણ આધાર રાખે છે. જો ક્ષેત્ર વધારવામાં કે તાપમાન ઘટાડવામાં આવે તો મેગ્નેટાઇઝેશન તે સંતૃપ્ત મૂલ્ય  $M_s$  જેટલું પહોંચે ત્યાં સુધી વધતું જાય છે, કે જે બિંદુએ બધા જ ડાયપોલ બાહ્ય ક્ષેત્ર સાથે સંપૂર્ણ રીતે એક રેખસ્થ ગોઠવાઈ જાય છે. આનાથી આગળ ક્યુરીનો નિયમ [સમીકરણ (5.20)] લાગુ પડતો નથી.

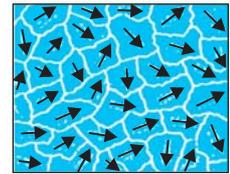
### 5.6.3 ફેરોમેગ્નેટીઝમ (Ferromagnetism)

ફેરોમેગ્નેટીક પદાર્થો એવા પદાર્થો છે, કે જેમને બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મૂકતાં પ્રબળ ચુંબકત્વ ધારણ કરે છે. તેઓ નિર્બળ ક્ષેત્રથી પ્રબળ ક્ષેત્ર તરફ જવાનું પ્રબળ વલણ ધરાવે છે, એટલે કે તેઓ ચુંબક પ્રત્યે પ્રબળ આકર્ષણ અનુભવે છે.

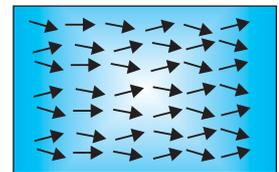
ફેરોમેગ્નેટીક દ્રવ્યમાં વ્યક્તિગત પરમાણુઓ (કે આયનો કે અણુઓ), પેરામેગ્નેટીક પદાર્થની જેમ દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (ડાયપોલ મોમેન્ટ) ધરાવે છે. આમ છતાં, તેઓ એકબીજા સાથે એવી રીતે આંતરક્રિયા કરે છે, કે જેથી એક સ્થૂળ વિસ્તાર જેને ડોમેઇન (પ્રભાવક્ષેત્ર-Domain) કહે છે તેમાં રહેલા આ ડાયપોલ તત્કાલ એક રેખસ્થ ગોઠવાઈ જાય છે. આ સહકારી અસરની સમજૂતી માટે ક્વોન્ટમ યંત્રશાસ્ત્રનો ઉપયોગ કરવો પડે અને તે આ પુસ્તકના કાર્યક્ષેત્રની બહાર છે. દરેક ડોમેઇન એક ચોખ્ખું મેગ્નેટાઇઝેશન ધરાવે છે. લાક્ષણિક ડોમેઇનનું પરિમાણ 1 mm જેવું છે અને આ ડોમેઇન લગભગ  $10^{11}$  પરમાણુઓ ધરાવે છે. શરૂઆતમાં, અલગ અલગ ડોમેઇનનું મેગ્નેટાઇઝેશન અસ્તવ્યસ્ત બદલાતું હોય છે અને તેથી સમગ્ર જથ્થાને કોઈ મેગ્નેટાઇઝેશન હોતું નથી. આ હકીકત આકૃતિ 5.13(a)માં દર્શાવી છે. જ્યારે આપણે બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B_0$  લગાડીએ, ત્યારે ડોમેઇન  $B_0$ ની દિશામાં ગોઠવાય છે અને તે જ વખતે  $B_0$ ની દિશામાં ગોઠવાયેલ ડોમેઇનની સાઈઝ (કદ) વધવા લાગે છે. ડોમેઇનોનું અસ્તિત્વ અને  $B_0$ માં તેમની ગતિ



Magnetic materials, domain, etc. :  
http://www.ndt-ed.org/EducationResources/CommunityCollege/MagParticle/Physics/MagneticMats.htm



(a)



(b)

આકૃતિ 5.13 (a) જુદી જુદી દિશાઓમાં ગોઠવાયેલા ડોમેઇન, (b) એક રેખસ્થ ડોમેઇન

ખાલી અનુમાન (કાલ્પનિક) નથી. ફેરોમેગ્નેટીક પદાર્થની ભૂકીના કલીલ દ્રાવણ (Suspension)નો છંટકાવ કરીને માઈક્રોસ્કોપ દ્વારા તેમને જોઈ શકાય છે. કલીલ દ્રાવણની ગતિ પણ જોઈ શકાય. આકૃતિ 5.13(b) આ ડોમેઈનનો એક રેખસ્થ અને મિશ્રિત થઈને એક 'વિરાટ' ડોમેઈન બનાવે ત્યારની સ્થિતિ દર્શાવે છે.

આમ, ફેરોમેગ્નેટીક દ્રવ્યમાં ક્ષેત્રરેખાઓ ખૂબ જ સંકેન્દ્રિત (ગીચ) હોય છે. અનિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં, આ પદાર્થ પ્રબળ ક્ષેત્રના વિસ્તાર તરફ જવા પ્રયત્ન કરે છે. જ્યારે બાહ્ય ક્ષેત્ર દૂર કરવામાં આવે ત્યારે શું થાય છે તે જોઈને આપણને નવાઈ લાગે. કેટલાક ફેરોમેગ્નેટીક પદાર્થોમાં ચુંબકત્વ (મેગ્નેટાઈઝેશન) ટકી રહે છે. આવા પદાર્થોને સખત ચુંબકીય દ્રવ્યો (Hard Magnetic Materials) કે હાર્ડ ફેરોમેગ્નેટસ કહે છે. એલ્નિકો (Alnico), એક મિશ્ર ધાતુ છે, જે લોખંડ, એલ્યુમિનિયમ, નિકલ, કોબાલ્ટ અને તાંબામાંથી બને છે, તે આ પ્રકારનું (ફેરોમેગ્નેટીક) દ્રવ્ય છે. કુદરતી રીતે મળી આવતો લોડસ્ટોન (Lodestone) બીજો આવો પદાર્થ છે. આવા પદાર્થો કાયમી ચુંબકો બનાવે છે, જે કંપાસની સોય અને તેવા અન્ય સાધનોમાં વપરાય છે. બીજી બાજુ, એવા ફેરોમેગ્નેટીક દ્રવ્યોનો વર્ગ પણ છે કે જેમાં બાહ્ય ક્ષેત્ર દૂર કરતાં મેગ્નેટાઈઝેશન અદૃશ્ય થઈ જાય છે. નરમ લોખંડ એક આવો પદાર્થ છે. યોગ્ય રીતે આવા પદાર્થોને નરમ ફેરોમેગ્નેટીક પદાર્થો કહે છે. એવા ઘણા તત્ત્વો છે જે ફેરોમેગ્નેટીક છે, જેમકે, લોખંડ, કોબાલ્ટ, નિકલ, ગેડોલિનિયમ વગેરે. તેમની સાપેક્ષ પરમિએબિલિટી  $> 1000$  હોય છે !

ફેરોમેગ્નેટીક ગુણધર્મ તાપમાન પર આધાર રાખે છે. પુરતા ઊંચા તાપમાને, ફેરોમેગ્નેટ પેરામેગ્નેટ બને છે. ડોમેઈન માળખું તાપમાન (વધવા) સાથે વિખેરાઈ (વિભાજિત થઈ) જાય છે. તાપમાન સાથે મેગ્નેટાઈઝેશનનું આમ લુપ્ત થવું કમશ: હોય છે ! આ અવસ્થા ફેરફાર આપણને ઘન સ્ફટિકના પિગલનની યાદ કરાવે છે. ફેરોમેગ્નેટીકમથી પેરામેગ્નેટીકમની સંક્રાન્તિ વખતના તાપમાનને ક્યુરી તાપમાન  $T_c$  કહે છે. કોષ્ટક 5.4માં કેટલાક ફેરોમેગ્નેટસનું ક્યુરી તાપમાન દર્શાવ્યું છે. ક્યુરી તાપમાનથી ઉપરના તાપમાને, એટલે કે, પેરામેગ્નેટીક અવસ્થામાં સસેપ્ટિબિલિટી આ મુજબ દર્શાવાય છે,

$$\chi = \frac{C}{T - T_c} \quad (T > T_c) \quad (5.21)$$

#### કોષ્ટક 5.4 કેટલાક ફેરોમેગ્નેટીક દ્રવ્યોનું ક્યુરી તાપમાન $T_c$

દ્રવ્ય	$T_c$ (K)
કોબાલ્ટ	1394
આયર્ન (લોખંડ)	1043
$Fe_2O_3$	893
નિકલ	631
ગેડોલિનિયમ	317

#### ઉદાહરણ 5.11

**ઉદાહરણ 5.11** ફેરોમેગ્નેટીક આયર્ન(લોખંડ)માં એક ડોમેઈન સમઘન આકારનું છે જેની બાજુઓ  $1 \mu\text{m}$  લંબાઈની છે. આ ડોમેઈનમાં રહેલા આયર્ન પરમાણુઓની સંખ્યા, ડોમેઈનની મહત્તમ શક્ય એવી ડાયપોલ મોમેન્ટ અને ડોમેઈનનું મેગ્નેટાઈઝેશન શોધો. આયર્નનું પરમાણ્વીય દળ  $55 \text{ g/mole}$  અને તેની ઘનતા  $7.9 \text{ g/cm}^3$  છે. દરેક આયર્ન પરમાણુની ડાયપોલ મોમેન્ટ  $9.27 \times 10^{-24} \text{ Am}^2$  છે તેમ ધારો.

ઉકેલ સમઘન ડોમેઈનનું કદ

$$V = (10^{-6} \text{ m})^3 = 10^{-18} \text{ m}^3 = 10^{-12} \text{ cm}^3$$

$$\text{તેનું દળ} = \text{કદ} \times \text{ઘનતા} = 7.9 \text{ g cm}^{-3} \times 10^{-12} \text{ cm}^3 = 7.9 \times 10^{-12} \text{ g}$$

એવોગેડ્રો અંક  $6.02 \times 10^{23}$  તથા આયર્ન પરમાણુઓનું દળ  $55 \text{ g/mole}$  છે. આથી,

ડોમેઈનમાં રહેલા પરમાણુઓની સંખ્યા

$$N = \frac{7.9 \times 10^{-12} \times 6.023 \times 10^{23}}{55} = 8.65 \times 10^{10} \text{ પરમાણુઓ.}$$

જ્યારે બધી જ પરમાણ્વીક ચાકમાત્રા (મોમેન્ટ) પૂર્ણતઃ એક રેખસ્થ થાય (જે વાસ્તવિક નથી) ત્યારે મહત્તમ શક્ય દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (ડાયપોલ મોમેન્ટ)  $m_{\text{max}}$  મળે. આથી,

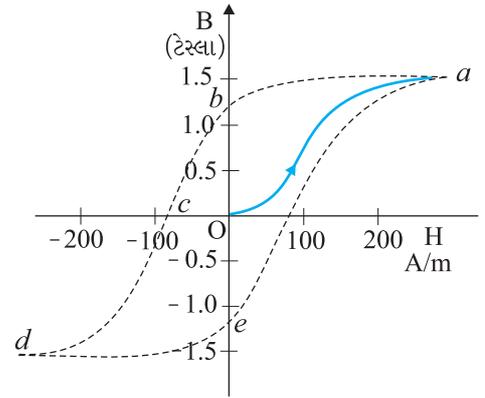
$$m_{\text{max}} = (8.65 \times 10^{10}) \times (9.27 \times 10^{-24}) = 8.0 \times 10^{-13} \text{ Am}^2$$

પરિણામી મેગ્નેટાઇઝેશન

$$M_{\text{max}} = m_{\text{max}} / \text{ડોમેઈનનું કદ}$$

$$= 8.0 \times 10^{-13} \text{ Am}^2 / 10^{-18} \text{ m}^3 = 8.0 \times 10^5 \text{ Am}^{-1}$$

ફેરોમેગ્નેટીક પદાર્થોમાં **B** અને **H** વચ્ચેનો સંબંધ જટિલ છે. તે ઘણીવાર રેખીય નથી હોતો અને તે ફક્ત આપેલ (ફેરોમેગ્નેટીક) નમૂનાના ચુંબકીય ભૂતકાળ (તે સમય પહેલાં કેવું અને કેટલું ચુંબકત્વ ધરાવતો હતો તેના) પર આધાર રાખે છે. આકૃતિ 5.14માં આવા દ્રવ્ય મેગ્નેટાઇઝ કરવાના એક ચક્ર દરમિયાન તેની વર્તણૂક દર્શાવી છે. ધારોકે શરૂઆતમાં આ દ્રવ્ય મેગ્નેટાઇઝડ નથી. આપણે આ દ્રવ્યને સોલેનોઇડમાં મુકીએ અને સોલેનોઇડમાં વિદ્યુતપ્રવાહ વધારીએ. આ દ્રવ્યમાં ચુંબકીય ક્ષેત્ર **B** વધવા લાગશે અને વક્ર **Oa**માં દર્શાવ્યા મુજબ સંતૃપ્ત થશે. આ વર્તણૂક દર્શાવે છે કે ડોમેઈન એક રેખસ્થ થતા જાય છે અને જ્યાં સુધી વધવું શક્ય હોય ત્યાં સુધી એકબીજામાં ભળતા જાય છે. આનાથી આગળ વિદ્યુતપ્રવાહ (અને તેથી ચુંબકીય (મેગ્નેટીક) તીવ્રતા **H** પણ) વધારવાનો કંઈ અર્થ નથી. ત્યારબાદ, આપણે **H** ઘટાડી અને શૂન્ય સુધી લઈ જઈએ. **H=0** પાસે **B ≠ 0** જે વક્ર **ab** વડે દર્શાવ્યું છે. **H=0** પાસે **B**ના મૂલ્યને રિટેન્ટિવિટી (Retentivity કે Remanence) કહે છે. આકૃતિ 5.14માં,  $B_R \sim 1.2 \text{ T}$ , જ્યાં **R** રિટેન્ટિવિટી દર્શાવે છે. બાહ્ય ચાલક ક્ષેત્ર દૂર કર્યું (શૂન્ય) હોવા છતાં ડોમેઈન સંપૂર્ણપણે અસ્તવ્યસ્ત થઈ જતા નથી. ત્યાર બાદ, સોલેનોઇડમાં વિદ્યુતપ્રવાહ (ની દિશા) ઉલટાવવામાં આવે છે અને ધીમે ધીમે વધારવામાં આવે છે. જ્યાં સુધી અંદરનું પરિણામી ક્ષેત્ર શૂન્ય ન થાય ત્યાં સુધી કેટલાક ડોમેઈન ઉલટાઈ જાય છે. આ હકીકત વક્ર **bc** વડે દર્શાવી છે. **c** પાસે **H**નું આ મૂલ્ય કોર્સિવિટી (Coercivity) કહેવાય છે. આકૃતિ 5.14માં  $H_c \sim 90 \text{ Am}^{-1}$ . ઉલટાવેલા (વિરુદ્ધ દિશાના) વિદ્યુતપ્રવાહનું મૂલ્ય વધતું જાય ત્યારે ફરીથી સંતૃપ્ત સ્થિતિ મળે છે. આ સ્થિતિ વક્ર **cd** વડે દર્શાવી છે. સંતૃપ્ત ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B_s \sim 1.5 \text{ T}$  છે. ત્યાર બાદ, વિદ્યુતપ્રવાહ ઘટાડવામાં આવે છે (વક્ર **de**) અને (ત્યારબાદ) ઉલટાવવામાં આવે છે (વક્ર **ea**). આ ચક્ર ફરીથી પુનરાવર્તન પામે છે. નોંધો કે **H** ઘટાડીએ તો પણ વક્ર **Oa** ફરીથી રચાતો નથી. **H**ના આપેલ મૂલ્ય માટે **B**નું મૂલ્ય અનન્ય મળતું નથી પરંતુ તે પદાર્થના અગાઉના ઇતિહાસ (આગળના મૂલ્ય **B**) પર આધાર રાખે છે. આ ઘટના હિસ્ટરીસિસ કહેવાય છે. હિસ્ટરીસિસ શબ્દનો અર્થ પાછળ પડવું (ઇતિહાસ નહીં).

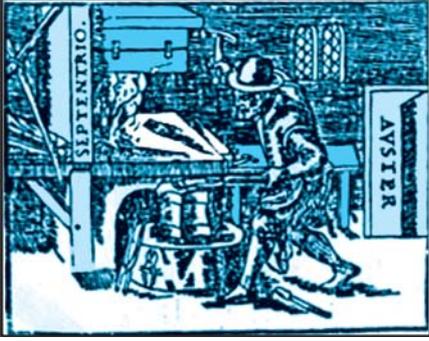


આકૃતિ 5.14 ફેરોમેગ્નેટિક પદાર્થો માટે મેગ્નેટીક હિસ્ટરીસિસ લૂપ એ B-H વક્ર છે.

## 5.7 કાયમી ચુંબકો અને વિદ્યુતચુંબકો

### (PERMANENT MAGNETS AND ELECTROMAGNETS)

જે દ્રવ્યો ઓરડાના તાપમાને લાંબા સમય ગાળા સુધી ફેરોમેગ્નેટીક ગુણધર્મ જાળવી રાખતા હોય તે કાયમી ચુંબકો કહેવાય છે. કાયમી ચુંબકો ઘણી રીતે બનાવી શકાય છે. કોઈ આયર્ન (લોખંડ)ના સળીયાને



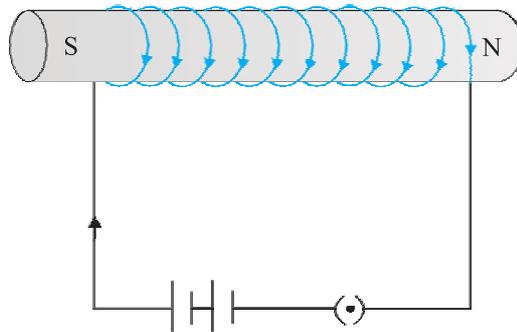
**આકૃતિ 5.15** એક લુહાર ઉત્તર-દક્ષિણ દિશામાં રાખેલ લાલઘુમ (ગરમ) લોખંડને હથોડીથી વારંવાર ઠપકારીને કાયમી ચુંબક બનાવી રહ્યો છે. આ આકૃતિ વિલિયમ ગિલ્બર્ટ નામના લેખક દ્વારા ડી-મેગનેટ નામના ઈ.સ. 1600માં પ્રસિદ્ધ કરેલ લેખમાં આપેલ ઉદાહરણ પરથી લેવામાં આવેલ છે, જે ઈંગ્લેન્ડના રાણી એલિઝાબેથના વડા ડૉક્ટર (Court Physician) હતા.

ઉત્તર-દક્ષિણ દિશામાં રાખીને વારંવાર ઠપકારે તો કાયમી ચુંબક બને. આ પદ્ધતિ આકૃતિ 5.15માં દર્શાવી છે. આ ઉદાહરણ 400 વર્ષ જૂના પુસ્તકમાંથી એમ દર્શાવવા માટે લીધું છે કે કાયમી ચુંબકો બનાવવા એ બહુ જુની કળા (કારીગરી) છે. જો કોઈ લોખંડના ટુકડાને પકડી રાખવામાં આવે અને તેના એક છેડા પર ગજિયા ચુંબકને ઘણી વખત એક જ દિશામાં ઘસવામાં આવે તો કાયમી ચુંબક બને.

કાયમી ચુંબક બનાવવાનો એક કાર્યક્ષમ (ઉત્તમ) ઉપાય એ છે કે, ફેરોમેગ્નેટીક સળીયાને સૉલેનોઈડમાં મુકીને વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરવો. સૉલેનોઈડનું ચુંબકીયક્ષેત્ર સળીયાને ચુંબકીત કરે છે.

હિસ્ટરિસિસ વક્ર (આકૃતિ 5.14) પરથી આપણને કાયમી ચુંબકો બનાવવા માટે યોગ્ય દ્રવ્યો શોધવામાં અનુકુળતા થાય. આવા દ્રવ્યને વધુ (ઊંચી) રીટેન્ટિવિટી હોવી જોઈએ કે જેથી ચુંબક પ્રબળ બને અને વધુ (મોટી) કોઅર્સિવિટી હોવી જોઈએ કે જેથી બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રોના ફેરફારો, તાપમાનના ફેરફારો કે નાના યાંત્રિક ભંગાણના કારણે તેનું મેગ્નેટાઈઝેશન (મૂંસાઈ (નાબૂદ) ન થઈ જાય. ઉપરાંત આ દ્રવ્યને મોટી પારગમ્યતા (પરમિએબિલિટી) હોવી જોઈએ. સ્ટીલ એક જાણીતો અનુકુળ વિકલ્પ છે. નરમ લોખંડની સરખામણીમાં તેની રીટેન્ટિવિટી થોડીક જ ઓછી છે પરંતુ તે નરમ લોખંડની ખૂબ નાની કોઅર્સિવિટીની સરખામણીમાં ખૂબ મોટી કોઅર્સિવિટી ધરાવે છે. કાયમી ચુંબકો બનાવવા માટે બીજા યોગ્ય દ્રવ્યો અલ્નિકો (Alnico), કોબાલ્ટ સ્ટીલ અને ટીકોનાલ (Ticonal) છે.

વિદ્યુત ચુંબકોના ગર્ભ (કોર) ફેરોમેગ્નેટીક દ્રવ્યોના બનેલા હોય છે, જે મોટી પરમિએબિલિટી અને ઓછી રીટેન્ટિવિટી ધરાવે છે. વિદ્યુત ચુંબક માટે નરમ લોખંડ યોગ્ય દ્રવ્ય છે. સૉલેનોઈડમાં નરમ લોખંડનો સળીયો મુકી અને વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર કરતાં આપણે સૉલેનોઈડનું ચુંબકત્વ હજાર ગણું વધારી શકીએ. જ્યારે આપણે સૉલેનોઈડમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ બંધ કરી દઈએ ત્યારે તેનું ચુંબકત્વ પણ શૂન્ય થઈ જાય છે. કારણ કે નરમ લોખંડને ઓછી રીટેન્ટિવિટી હોય છે. આ વ્યવસ્થા આકૃતિ 5.16માં દર્શાવી છે.



**આકૃતિ 5.16** સૉલેનોઈડના કોરમાં આવેલું નરમ લોખંડ વિદ્યુત ચુંબક તરીકે વર્તે છે.

કેટલાક ઉપયોગોમાં, દ્રવ્ય લાંબા સમય સુધી ચુંબકીકરણના ac ચક્રમાંથી પસાર થાય છે. આવું ટ્રાન્સફોર્મરના ગર્ભમાં (કોરમાં) અને ટેલીફોનના ડાયાફ્રામમાં થાય છે. આવા દ્રવ્યોના હિસ્ટરિસિસ વક્ર સાંકડા હોવા જોઈએ, પરિણામે ઊર્જાનો વ્યય અને તાપમાનનો વધારો ઓછો થાય છે. દ્રવ્યને વધુ (મોટી) અવરોધકતા (Resistivity) હોવી જોઈએ કે જેથી ઘૂમરી પ્રવાહ (Eddy Current)ને લીધે વ્યય ઓછો થાય. ઘૂમરી પ્રવાહ વિશે તમે પ્રકરણ-6માં ભણશો.

વિદ્યુત ચુંબકો વિદ્યુત બેલ (ઘંટડી)માં, લાઉડસ્પીકરમાં અને ટેલિફોન ડાયાફ્રામમાં વપરાય છે. મોટા ઈલેક્ટ્રો મેગ્નેટસ, કેઈનમાં મોટા યંત્રો તથા મોટા જથ્થામાં લોખંડ અને સ્ટીલ ઊંચકવા માટે વપરાય છે.

## ભારતના ચુંબકીયક્ષેત્રનો નકશો બનાવવો (MAPPING INDIA'S MAGNETIC FIELD)

ધરતીમાં ખનિજની ખાણની શોધખોળ માટે, દૂર સંચાર (સંદેશાવ્યવહાર) અને વહાણના દિશા સૂચનમાં ઉપયોગી હોવાથી મોટા ભાગના દેશો દ્વારા પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનો નકશો બનાવવાનું કામ ભૌગોલિક નકશાના કામ જેટલી ચોકસાઈથી કરવામાં આવે છે. ભારતમાં દક્ષિણમાં ત્રિવેન્દ્રમ (અત્યારનું તિરુવનન્તપુરમ) થી શરૂ કરીને ઉત્તરમાં ગુલમર્ગ સુધી લગભગ ડઝન જેટલી વેધશાળાઓ કાર્યરત છે. આ વેધશાળાઓ (Observatories) કોલાબા, મુંબઈમાં આવેલા ઈન્ડિયન ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઓફ જીઓમેગ્નેટીઝમ (IIG)નાં તાબા હેઠળ કામ કરે છે. IIG એ કોલાબા અને અલીબાગ વેધશાળાઓમાંથી વિકસી હતી અને 1971માં વિધિવત્ સ્થપાઈ હતી. જમીન પર, સમુદ્રમાં અને અવકાશમાં ભૂચુંબકીયક્ષેત્રો અને તેમના ફેરફારોની સતત દેખરેખ રાખવાનું કાર્ય IIG (દિશભરમાં ફેલાયેલી વેધશાળાઓ મારફતે) કરે છે. ઓઈલ એન્ડ નેચરલ ગેસ કોર્પોરેશન (ONGC), નેશનલ ઈન્સ્ટીટ્યુટ ઓફ ઓસનોલોજી (NIO) અને ઈન્ડિયન સ્પેસ રીસર્ચ ઓર્ગેનાઈઝેશન (ISRO)ને તે સેવા પૂરી પાડે છે. તે વૈશ્વિક નેટવર્કનો એક ભાગ છે. જે સતત ભૂચુંબકીય માહિતી સાથે અદ્યતન (Update) રહે છે. હવે ભારત પાસે એક કાયમી સ્થળ ગંગોત્રી છે.

### સારાંશ

1. ચુંબકત્વનું વિજ્ઞાન ઘણું જૂનું છે. જુના જમાનાથી એ જાણીતું છે કે ચુંબકીય પદાર્થો ઉત્તર-દક્ષિણ દિશા બતાવે છે; સજાતીય ચુંબકીય-ધ્રુવો અપાકર્ષે છે અને વિજાતીય આકર્ષે છે; તથા ગજિયા ચુંબકના બે ટુકડા કરતાં, આપણને બે નાના સ્વતંત્ર ચુંબક મળે છે. ચુંબકીય ધ્રુવો જુદા પાડી શકાતા નથી.
2. જ્યારે દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (ડાયપોલ મોમેન્ટ)  $\mathbf{m}$  ધરાવતા ગજિયા ચુંબકને નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ માં મુકવામાં આવે છે ત્યારે,
  - (a) તેના પર લાગતું બળ શૂન્ય હોય છે,
  - (b) તેના પર લાગતું ટોર્ક  $\mathbf{m} \times \mathbf{B}$  હોય છે,
  - (c) તેની સ્થિતિઊર્જા  $-\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$  હોય છે, જ્યાં આપણે એવું નક્કી કર્યું છે કે  $\mathbf{m}$  એ  $\mathbf{B}$ ને લંબરૂપે ગોઠવાયેલ હોય ત્યારે ઊર્જા શૂન્ય છે.
3.  $l$  લંબાઈ અને દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (મેગ્નેટિક મોમેન્ટ)  $\mathbf{m}$  ધરાવતો ગજિયો ચુંબક ધારો. તેના મધ્યબિંદુથી  $r$  અંતરે, જ્યાં  $r \gg l$ , ગજિયા ચુંબક વડે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mathbf{m}}{2\pi r^3} \quad (\text{અક્ષ પર})$$

$$= -\frac{\mu_0 \mathbf{m}}{4\pi r^3} \quad (\text{વિષુવરેખા પર})$$

4. ચુંબકત્વ માટે ગૉસનો નિયમ દર્શાવે છે કે કોઈ પણ બંધ પૃષ્ઠમાંથી પસાર થતું ચોખ્ખું ફ્લક્સ શૂન્ય હોય છે.

$$\phi_B = \sum_{\substack{\text{બંધા ક્ષેત્રફળ} \\ \text{ખંડે } \Delta S \text{ પર}}} \mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{S} = 0$$

5. પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર, તેના કેન્દ્રમાં રહેલા (કાલ્પનિક) ચુંબકીય દ્વિ-ધ્રુવી (ડાયપોલ)ના ક્ષેત્ર જેવું હોય છે. ભૌગોલિક ઉત્તરધ્રુવ પાસે આવેલા (ચુંબકીય) ધ્રુવને ઉત્તર ચુંબકીય ધ્રુવ કહે છે. તે જ રીતે, ભૌગોલિક દક્ષિણધ્રુવ પાસે આવેલા (ચુંબકીય) ધ્રુવને દક્ષિણ ચુંબકીય ધ્રુવ કહે છે. આ ડાયપોલ પૃથ્વીની ભ્રમણ અક્ષ સાથે નાનો ખૂણો બનાવતી દિશામાં ગોઠવાયેલો છે. પૃથ્વીની સપાટી પર ચુંબકીયક્ષેત્રનું માન  $\approx 4 \times 10^{-5}$  T છે.

6. પૃથ્વીની સપાટી પાસે ચુંબકીયક્ષેત્ર દર્શાવવા ત્રણ રાશિઓની જરૂર પડે છે – સમક્ષિતિજ ઘટક, ચુંબકીય ડેક્લીનેશન, અને ચુંબકીય ડીપ (નમનકોણ). આ બધા પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રના તત્વો (ઘટકો) કહેવાય છે.
7. બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}_0$ માં મુકેલ એક પદાર્થ ધારો. ચુંબકીય તિવ્રતા આ રીતે વ્યાખ્યાયિત થાય છે.  

$$\mathbf{H} = \mathbf{B}_0/\mu_0$$
 પદાર્થનું મેગ્નેટાઈઝેશન  $\mathbf{M}$  એટલે એકમ કદ દીઠ દ્વિ-ધ્રુવી ચાકમાત્રા (ડાયપોલ મોમેન્ટ). પદાર્થમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$   

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$$
 છે.
8. રેખીય દ્રવ્ય માટે  $\mathbf{M} = \chi\mathbf{H}$ . આથી  $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$  અને  $\chi$ ને દ્રવ્યની ચુંબકીય સસેપ્ટિબિલિટી કહે છે. ત્રણ રાશિઓ  $\chi$ , સાપેક્ષ ચુંબકીય પારગમ્યતા (પરમિએબિલિટી)  $\mu_r$ , અને ચુંબકીય પરમિએબિલિટી  $\mu$ , આ રીતે સંકળાયેલા છે :  

$$\mu = \mu_0\mu_r$$
  

$$\mu_r = 1 + \chi$$
9. ચુંબકીય પદાર્થોને સામાન્ય રીતે ત્રણ ભાગમાં વહેંચવામાં આવે છે : ડાયમેગ્નેટીક, પેરામેગ્નેટીક અને ફેરોમેગ્નેટીક.  
 ડાયમેગ્નેટીક પદાર્થો માટે  $\chi$  ઋણ અને નાનું હોય છે જ્યારે પેરામેગ્નેટીક પદાર્થો માટે તે ધન અને નાનું હોય છે. ફેરોમેગ્નેટીક પદાર્થો માટે  $\chi$ નું મૂલ્ય મોટું હોય છે અને  $\mathbf{B}$  અને  $\mathbf{H}$  વચ્ચેના અરેખીય સંબંધ વડે તેમની વિલક્ષણતા રજૂ થાય છે.
10. જે દ્રવ્યો, ઓરડાના તાપમાને, તેમના ફેરોમેગ્નેટીક ગુણધર્મને લાંબા સમયગાળા સુધી જાળવી રાખે તેમને કાયમી ચુંબકો કહેવાય.

ભૌતિક રાશિ	સંજ્ઞા	પ્રકાર	પરિમાણ	એકમ	નોંધ
મુક્ત અવકાશની પારગમ્યતા (પરમિએબિલિટી)	$\mu_0$	અદિશ	$[\text{MLT}^{-2}\text{A}^{-2}]$	$\text{T m A}^{-1}$	$\mu_0/4\pi = 10^{-7}$
ચુંબકીયક્ષેત્ર, ચુંબકીય ઈન્ડક્શન (પ્રેરણ) ચુંબકીય ફ્લક્સ ઘનતા	$\mathbf{B}$	સદિશ	$[\text{MT}^{-2}\text{A}^{-1}]$	T (tesla)	$10^4 \text{ G (gauss)} = 1 \text{ T}$
ચુંબકીય ચાકમાત્રા	$\mathbf{m}$	સદિશ	$[\text{L}^2 \text{ A}]$	$\text{A m}^2$	
ચુંબકીય ફ્લક્સ	$\phi_B$	અદિશ	$[\text{ML}^2\text{T}^{-2}\text{A}^{-1}]$	Wb(weber)	$\text{Wb} = \text{T m}^2$
મેગ્નેટાઈઝેશન	$\mathbf{M}$	સદિશ	$[\text{L}^{-1} \text{ A}]$	$\text{A m}^{-1}$	$\frac{\text{ચુંબકીય ચાકમાત્રા}}{\text{કદ}}$
ચુંબકીય તીવ્રતા, ચુંબકીયક્ષેત્ર પ્રબળતા	$\mathbf{H}$	સદિશ	$[\text{L}^{-1} \text{ A}]$	$\text{A m}^{-1}$	$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$
ચુંબકીય સસેપ્ટિબિલિટી	$\chi$	અદિશ	-	-	$\mathbf{M} = \chi\mathbf{H}$
સાપેક્ષ ચુંબકીય પારગમ્યતા (પરમિએબિલિટી)	$\mu_r$	અદિશ	-	-	$\mathbf{B} = \mu_0\mu_r\mathbf{H}$
ચુંબકીય પારગમ્યતા (પરમિએબિલિટી)	$\mu$	અદિશ	$[\text{MLT}^{-2}\text{A}^{-2}]$	$\text{T m A}^{-1}$ $\text{N A}^{-2}$	$\mu = \mu_0\mu_r$ $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$

ગહન વિચારણાના મુદ્દાઓ

1. ઈ.સ. 1800 પછી ગતિ કરતા વિદ્યુતભારો/વિદ્યુતપ્રવાહોના પદમાં ચુંબકીય ઘટના વિશે સંતોષજનક સમજણ મળી હતી. પરંતુ ચુંબકોના દ્વિશા સૂચક ગુણધર્મનો ઉપયોગ તો વૈજ્ઞાનિક સમજણ સ્થાપિત થઈ તેના પહેલાં 2000 વર્ષથી થતો હતો. આમ ઈજનેરી ઉપયોગો માટે વૈજ્ઞાનિક સમજણ હોવી જ જોઈએ એમ જરૂરી નથી. આદર્શ રીતે, વિજ્ઞાન અને એન્જિનિયરીંગ (ઈજનેરી), એક બીજાથી આગળ રહી મદદ કરતા એમ સાથે-સાથે જ ચાલે છે.
2. ચુંબકીય એક ધ્રુવી અસ્તિત્વ ધરાવતી નથી. જો તમે ચુંબકના બે અડધા ભાગ કરો, તો તમને બે નાના ચુંબકો મળે, બીજી બાજુ, અલગ કરેલા ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારો અસ્તિત્વ ધરાવે છે. વિદ્યુતભારનો નાનામાં નાનો એકમ અસ્તિત્વ ધરાવે છે, જે ઇલેક્ટ્રોનનો વિદ્યુતભાર છે જેનું મૂલ્ય  $|e| = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  છે. બીજા બધા વિદ્યુતભારો આ નાનામાં નાના એકમ વિદ્યુતભારના પૂર્ણાંક ગુણકના રૂપમાં હોય છે. બીજા શબ્દોમાં વિદ્યુતભાર ક્વોન્ટમીકૃત છે. આપણે જાણતા નથી કે શા માટે ચુંબકીય એકધ્રુવીઓ અસ્તિત્વ ધરાવતી નથી અથવા શા માટે વિદ્યુતભાર ક્વોન્ટાઈઝ્ડ હોય છે.
3. ચુંબકીય એક ધ્રુવી અસ્તિત્વ ધરાવતી ન હોવાની હકીકતનું એક પરિણામ એ છે કે ચુંબકીય ક્ષેત્રરેખાઓ સતત હોય છે અને બંધ ગાળા રચે છે. આની વિરુદ્ધ, સ્થિત વિદ્યુતની બળ રેખાઓ ધન વિદ્યુતભારમાંથી નીકળે છે અને ઋણ વિદ્યુતભારમાં અંત પામે છે. (અથવા અનંત તરફ જતાં ક્ષય પામતી જાય છે.)
4. પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર તેમાં રહેલા ખૂબ મોટા ગર્જિયા ચુંબકના કારણે નથી. પૃથ્વીનું અંદરનું ગર્ભ (કોર) ગરમ અને પિગળેલું છે. કદાચ આ કોરમાં સંવાહી પ્રવાહો પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્ર માટે કારણભૂત હોઈ શકે. કઈ ‘ડાઈનેમો’ અસર આ પ્રવાહોને જાળવી રાખે છે, અને શા માટે પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર લાખો વર્ષોના ગાળામાં ઉલટાઈ જતું હોય છે તે આપણે જાણતા નથી.
5. મેગ્નેટિક સસેપ્ટિબિલીટી  $\chi$ ના મૂલ્યમાં બહુ થોડો તફાવત, પણ સંપૂર્ણ રીતે અલગ પ્રકારની વર્તણૂક ઉપજાવે છે : ડાયામેગ્નેટિક વિરુદ્ધ પેરામેગ્નેટિક. ડાયામેગ્નેટિક પદાર્થો માટે  $\chi = -10^{-5}$  જ્યારે પેરામેગ્નેટિક પદાર્થો માટે  $\chi = +10^{-5}$ .
6. સંપૂર્ણ ડાયામેગ્નેટનું અસ્તિત્વ છે, જેને સુપર કંડક્ટર્સ કહે છે. આ બહુ નીચા તાપમાનોએ રહેલી ધાતુઓ છે. આ કિસ્સામાં  $\chi = -1$ ,  $\mu_r = 0$ ,  $\mu = 0$ . બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર સંપૂર્ણ રીતે બહાર ધકેલાય છે. રસપ્રદ વાત એ છે કે આ પદાર્થ સંપૂર્ણ વાહક છે. આમ છતાં કોઈ પ્રચલિત સિદ્ધાંત અસ્તિત્વમાં નથી કે જે આ બંને ગુણધર્મોને સાંકળતો હોય. બાર્ડીન, કુપર અને શ્રીફર (Bardeen, Copper and Schriffner (BCS Theory)) એ આપેલો ક્વોન્ટમ યંત્રશાસ્ત્રનો સિદ્ધાંત આ અસરોને સમજાવે છે. BCS સિદ્ધાંત 1957માં રજૂ કરવામાં આવ્યો હતો જેને 1970માં ભૌતિકવિજ્ઞાનના નોબેલ પારિતોષિક દ્વારા સન્માન પ્રાપ્ત થયું હતું.
7. મેગ્નેટિક હિસ્ટરીસિસની ઘટના, પદાર્થોના તે જ પ્રકારના સ્થિતિસ્થાપક ગુણધર્મોને લગતી વર્તણૂકને મળતી આવે છે. વિકૃતિ (સ્ટ્રેઈન) એ પ્રતિબળ (સ્ટ્રેસને) સપ્રમાણ ન પણ હોઈ શકે : અહીં,  $\mathbf{H}$  અને  $\mathbf{B}$  (કે  $\mathbf{M}$ ) રેખીય રીતે સંકળાયેલા નથી. પ્રતિબળ-વિકૃતિ (સ્ટ્રેસ-સ્ટ્રેઈન) વક્ર હિસ્ટરિસિસની ઘટના દર્શાવે છે અને તેના વડે ઘેરાયેલું ક્ષેત્રફળ એકમ કદ દીઠ ઊર્જાનો વ્યય દર્શાવે છે. તે જ પ્રકારનું અર્થઘટન B-H મેગ્નેટિક હિસ્ટરિસિસ વક્ર માટે આપી શકાય.
8. ડાયામેગ્નેટીઝમ સાર્વત્રિક છે. તે બધા પદાર્થોમાં હાજર હોય છે. પરંતુ જો પદાર્થ પેરા-કે ફેરોમેગ્નેટિક પ્રકારનો હોય તો તે નબળું અને પરખવું (Detect) અઘરું હોય છે.
9. આપણે પદાર્થોને ડાયામેગ્નેટિક, પેરામેગ્નેટિક અને ફેરોમેગ્નેટિક એમ વર્ગીકૃત કર્યા છે. આમ છતાં, બીજા અનેક પ્રકારના મેગ્નેટિક પદાર્થો પણ અસ્તિત્વ ધરાવે છે જેમકે ફેરીમેગ્નેટિક, એન્ટી-ફેરોમેગ્નેટિક, સ્પીન ગ્લાસ વગેરે, જેમના ગુણધર્મો વિચિત્ર અને ગહન (ગૂઢ) છે.

## સ્વાધ્યાય

- 5.1** પૃથ્વીના ચુંબકત્વ અંગે નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :
- સદિશને સંપૂર્ણ રીતે દર્શાવવા માટે ત્રણ રાશિઓ (મૂલ્યો)ની જરૂર પડે છે. પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રને દર્શાવવા રૂઢિગત રીતે વપરાતી ત્રણ સ્વતંત્ર રાશિઓના નામ આપો.
  - દક્ષિણ ભારતમાં આવેલા એક સ્થળ પાસે ડીપ કોણ (નમનકોણ) લગભગ  $18^\circ$  છે. બ્રિટનમાં ડીપ કોણ મોટો કે નાનો હશે ?
  - જો તમે ઓસ્ટ્રેલિયાના મેલબોર્ન પાસે ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓનો નકશો બનાવો તો શું ત્યાં આ રેખાઓ જમીનમાં જતી કે બહાર નીકળતી હશે ?
  - ભૂચુંબકીય ઉત્તર કે દક્ષિણ ધ્રુવ પર જ ઉર્ધ્વ સમતલમાં મુક્ત રીતે ફરી શકતી ચુંબકીય સોય રાખીએ તો તે કઈ દિશામાં રહેશે ?
  - એવું માનવામાં આવે છે કે પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર, તેના કેન્દ્ર પર મુકેલા  $8 \times 10^{22} \text{ J T}^{-1}$  જેટલી મેગ્નેટીક મોમેન્ટ ધરાવતા ડાયપોલ વડે મળતા ક્ષેત્ર જેટલું છે. આ સંખ્યાના માપક્રમની કોઈ રીતે ખરાઈ (Check) કરો.
  - ભૂવિજ્ઞાનીઓ દર્શાવે છે કે મુખ્ય ચુંબકીય N-S ધ્રુવો સિવાય, પૃથ્વીની સપાટી પર જુદી જુદી દિશામાં રહેલા બીજા બધા સ્થાનિક ધ્રુવો પણ અસ્તિત્વ ધરાવે છે. આવું કેવી રીતે શક્ય બને ?
- 5.2** નીચેના સવાલોના જવાબ આપો :
- અવકાશમાં જુદા જુદા બિંદુઓએ પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર જુદું જુદું હોય છે. શું તે સમય સાથે પણ બદલાય છે ? જો તેમ હોય, તો કયા સમય અંતરાલમાં તેમાં ગણના પાત્ર ફેરફાર થાય છે ?
  - પૃથ્વીના કોર (ગર્ભ)માં લોખંડ (આયર્ન) છે તે જાણીએ છીએ. આમ છતાં ભૂસ્તરશાસ્ત્રીઓ તેને પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનું ઉદ્દગમ માનતા નથી. શા માટે ?
  - પૃથ્વીના કોરની બહારના વાહક વિસ્તારમાંના વિદ્યુતપ્રવાહો પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્ર માટે જવાબદાર માનવામાં આવે છે. આ પ્રવાહોને જાળવી રાખવા કઈ 'બેટરી' (એટલે કે ઊર્જા સ્રોત) હશે ?
  - પૃથ્વીએ તેના ક્ષેત્રની દિશા 4થી 5 અબજ ( $= 10^9$ ) વર્ષના તેના ઈતિહાસ દરમિયાન કેટલીય વખત ઉલટાવી હશે. ભૂસ્તરશાસ્ત્રીઓ પૃથ્વીના ક્ષેત્રના આવા દૂરના ભૂતકાળ વિશે કેવી રીતે જાણી શક્યા હશે ?
  - પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર ઘણા લાંબા અંતરે (આશરે 30000 kmથી વધુ), તેના ડાયપોલ આકારથી ઘણું જુદું પડે છે. કયા કારણો આ ફેરફારો માટે જવાબદાર છે ?
  - તારાઓ વચ્ચેના અવકાશમાં  $10^{-12} \text{ T}$ ના ક્રમનું ઘણું નબળું ચુંબકીયક્ષેત્ર હોય છે. શું આ નબળું ક્ષેત્ર કોઈ અર્થપૂર્ણ પરિણામ આપી શકે ? સમજાવો.
- [નોંધ : સ્વાધ્યાય 5.2નો ઉદ્દેશ્ય ફક્ત તમારી ઉત્સુકતા વધારવાનો છે. ઉપરના ઘણા પ્રશ્નોના જવાબો કામચલાઉ અને અજ્ઞાત છે. જ્યાં શક્ય છે ત્યાં અંતમાં જવાબો આપ્યા છે. વધુ માહિતી માટે તમે ભૂચુંબકત્વના કોઈ સારા પુસ્તકનો અભ્યાસ કરી શકો.]
- 5.3** એક નાના ગજિયા ચુંબકને તેની અક્ષ,  $0.25 \text{ T}$ ના નિયમિત બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે  $30^\circ$  કોણ બનાવે તે રીતે મુકતાં તે  $4.5 \times 10^{-2} \text{ J}$  જેટલું ટોર્ક અનુભવે છે. ચુંબકની મેગ્નેટીક મોમેન્ટનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?
- 5.4** મેગ્નેટીક મોમેન્ટ  $m = 0.32 \text{ J T}^{-1}$  ધરાવતા નાના ગજિયા ચુંબકને  $0.15 \text{ T}$ ના નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મુક્યો છે. જો ગજિયો ચુંબક આ ક્ષેત્રના સમતલમાં મુક્ત ભ્રમણ કરી શકે તેમ હોય તો તેની કઈ દિશામાંની ગોઠવણી,
- સ્થિર, અને
  - અસ્થિર સંતુલન દર્શાવશે ? દરેક કિસ્સામાં આ ચુંબકની સ્થિતિઊર્જા કેટલી હશે ?

- 5.5** ખૂબ નજીક વીંટાળેલા 800 આંટા વાળા અને  $2.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા સૉલેનોઇડમાંથી 3.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે. સૉલેનોઇડ કઈ રીતે ગજિયા ચુંબકની જેમ વર્તશે તે સમજાવો. તેની સાથે સંકળાયેલી મેગ્નેટીક મોમેન્ટ કેટલી હશે ?
- 5.6** સ્વાધ્યાય 5.5માં દર્શાવેલ સૉલેનોઇડ શિરોલંબ દિશામાં મુક્ત ભ્રમણ કરી શકે તેમ હોય અને સમક્ષિતિજ દિશામાં 0.25 T જેટલું નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર લગાડવામાં આવે, તો જ્યારે સૉલેનોઇડની અક્ષ, આપેલ ક્ષેત્ર સાથે  $30^\circ$  કોણ બનાવતી હોય ત્યારે તેના પર કેટલું ટોર્ક લાગતું હશે ?
- 5.7** મેગ્નેટીક મોમેન્ટ  $1.5 \text{ J T}^{-1}$  ધરાવતો એક ગજિયો ચુંબક નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્ર 0.22 T સાથે એક રેખસ્થ રહેલો છે.
- (a) બાહ્ય ટોર્ક દ્વારા કેટલું કાર્ય કરવું પડે કે જેથી તેની મેગ્નેટીક મોમેન્ટ (i) ક્ષેત્રને લંબ દિશામાં, (ii) ક્ષેત્રની દિશાથી વિરુદ્ધ, ગોઠવાય ?
- (b) કિસ્સાઓ (i) અને (ii)માં ચુંબક પર લાગતું ટોર્ક કેટલું હશે ?
- 5.8** 2000 આંટા અને  $1.6 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  જેટલું આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા એક સૉલેનોઇડમાંથી 4.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ પસાર થાય છે, અને તેને કેન્દ્રમાંથી એવી રીતે લટકાવેલ છે કે જેથી તે સમક્ષિતિજ સમતલમાં ભ્રમણ કરી શકે.
- (a) સૉલેનોઇડ સાથે સંકળાયેલી મેગ્નેટીક મોમેન્ટ કેટલી હશે ?
- (b) જો સૉલેનોઇડની અક્ષ સાથે  $30^\circ$  કોણ બનાવતી દિશામાં  $7.5 \times 10^{-2} \text{ T}$  જેટલું નિયમિત સમક્ષિતિજ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરવામાં આવે તો સૉલેનોઇડ પર લાગતા બળ અને ટોર્કના મૂલ્ય કેટલા હશે ?
- 5.9** 16 આંટા અને 10 cm ત્રિજ્યા ધરાવતું એક વર્તુળાકાર ગૂંચળુ 0.75 A વિદ્યુતપ્રવાહ ધરાવે છે અને  $5.0 \times 10^{-2} \text{ T}$  મૂલ્ય ધરાવતા બાહ્ય ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબરૂપે સ્થિર રહેલું છે. ક્ષેત્રની દિશાને લંબ અને ગૂંચળાના સમતલમાં રહેલી અક્ષને અનુલક્ષીને ગૂંચળુ મુક્ત ભ્રમણ કરી શકે છે. જ્યારે ગૂંચળાને થોડુંક ઘુમાવીને છોડી દેવામાં આવે, ત્યારે તે તેની સ્થિર સંતુલિત સ્થિતિની આસપાસ  $2.0 \text{ s}^{-1}$  આવૃત્તિથી આંદોલન કરે છે. ગૂંચળાની તેની ભ્રમણ અક્ષને અનુલક્ષીને જડત્વની ચાકમાત્રા કેટલી હશે ?
- 5.10** મેગ્નેટીક મેરીડીયનને સમાંતર ઉર્ધ્વ સમતલમાં મુક્ત ભ્રમણ કરી શકે તેવી એક ચુંબકીય સોયની અણી સમક્ષિતિજ સાથે નીચે તરફ  $22^\circ$  કોણ બનાવતી દિશામાં છે. આ સ્થળે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક 0.35 G જેટલો આપેલ છે. આ સ્થળે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનું માન શોધો.
- 5.11** આફ્રિકામાં કોઈ સ્થળે, ચુંબકીય કંપાસ ભૌગોલિક ઉત્તરથી  $12^\circ$  પશ્ચિમ તરફ (દિશા) દર્શાવે છે. નમન વર્તુળની (ડીપ દર્શાવતી) ચુંબકીય સોયના ઉત્તરધ્રુવની અણીને મેગ્નેટીક મેરીડીયનના સમતલમાં રાખતાં તે સમક્ષિતિજ સાથે ઉત્તર તરફ  $60^\circ$  કોણ દર્શાવે છે. પૃથ્વીના ક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક આ સ્થળે 0.16 G છે. આ સ્થળે પૃથ્વીના (ચુંબકીય) ક્ષેત્રની દિશા અને મૂલ્ય દર્શાવો.
- 5.12** એક નાના ગજિયા ચુંબકની મેગ્નેટીક મોમેન્ટ  $0.48 \text{ J T}^{-1}$  છે. ચુંબકના કેન્દ્રથી 10 cm અંતરે
- (a) ચુંબકની અક્ષ પર,
- (b) તેની વિષ્ટવરેખા (લંબ દ્વિભાજક) પર, ચુંબક વડે ઉત્પન્ન થયેલા ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશા અને મૂલ્ય શોધો.
- 5.13** સમક્ષિતિજ સમતલમાં મુકેલા એક નાના ગજિયા ચુંબકની અક્ષ ચુંબકીય ઉત્તર-દક્ષિણ દિશા સાથે એક રેખસ્થ છે. ચુંબકની અક્ષ પર તેના કેન્દ્રથી 14 cm અંતરે તટસ્થ બિંદુઓ (Null Points) મળે છે. આ સ્થળે પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર 0.36 G છે અને ડીપ કોણ શૂન્ય છે. ચુંબકના કેન્દ્રથી તેના લંબ દ્વિભાજક પર આટલા જ અંતરે (એટલે કે, 14 cm) કુલ ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય કેટલું હશે ? (તટસ્થ બિંદુએ ચુંબક વડે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રના સમક્ષિતિજ ઘટક જેટલું જ અને વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે.)
- 5.14** જો સ્વાધ્યાય 5.13ના ગજિયા ચુંબકને  $180^\circ$  જેટલો ઘુમાવવામાં આવે તો હવે નવા તટસ્થ બિંદુઓ ક્યાં (કેટલા અંતરે) મળશે ?

- 5.15**  $5.25 \times 10^{-2} \text{ J T}^{-1}$  મેગ્નેટિક મોમેન્ટ ધરાવતા નાના ગજિયા ચુંબકને તેની અક્ષ પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશાને લંબ રહે તે રીતે રાખવામાં આવ્યો છે. ચુંબકના કેન્દ્રથી
- તેના લંબ દ્વિભાજક પર, અને
  - તેની અક્ષ પર, કેટલા અંતરે પરિણામી ક્ષેત્ર પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે  $45^\circ$  કોણ બનાવતું હશે ? આ સ્થળે પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર  $0.42 \text{ G}$  છે. અહીં ગણતરીમાં આવતા અંતરોની સરખામણીમાં ચુંબકની લંબાઈ અવગણો.

### વધારાના સ્વાધ્યાય

- 5.16** નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :
- જ્યારે પેરામેગ્નેટિક પદાર્થને ઠંડો પાડવામાં આવે ત્યારે (તે જ ચુંબકીયક્ષેત્ર માટે) શા માટે તે વધુ મેગ્નેટાઈઝેશન દર્શાવે છે ?
  - તેથી વિરુદ્ધ, શા માટે ડાયામેગ્નેટીઝમ તાપમાનથી લગભગ સ્વતંત્ર છે ?
  - જો ટોરોઈડના કોર (ગર્ભ) માટે બિસ્મથનો ઉપયોગ કરવામાં આવે તો આ કોરમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર, ખાલી કોરની સરખામણીમાં (થોડુંક) વધારે કે (થોડુંક) ઓછું હશે ?
  - શું ફેરોમેગ્નેટિક પદાર્થની પરમિએબિલિટી (પારગમ્યતા) ચુંબકીય ક્ષેત્રથી સ્વતંત્ર છે ? જો ના, તો ઓછા કે વધારે કયા ક્ષેત્ર માટે તે વધુ હોય છે ?
  - ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓ હંમેશાં ફેરોમેગ્નેટની સપાટી પર દરેક બિંદુએ લંબરૂપે હોય છે. [આ હકીકત સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્રરેખાઓ સાથે સામ્યતા ધરાવે છે જે દરેક બિંદુએ વાહકની સપાટીને લંબરૂપે હોય છે.] શા માટે ?
  - શું પેરામેગ્નેટિક પદાર્થના મહત્તમ શક્ય મેગ્નેટાઈઝેશનનું મૂલ્ય ફેરોમેગ્નેટિક પદાર્થના મહત્તમ મેગ્નેટાઈઝેશન જેટલા માનના ક્રમનું હોય છે ?
- 5.17** નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :
- ફેરોમેગ્નેટના મેગ્નેટાઈઝેશન વક્રમાં અપ્રતિવર્તીપણું ડોમેઈન ચિત્રના આધારે ગુણાત્મક રીતે સમજાવો.
  - નરમ લોખંડના ટુકડાના હિસ્ટરીસીસ લૂપનું ક્ષેત્રફળ તેટલા જ કાર્બન સ્ટીલના ટુકડા કરતાં ઘણું નાનું હોય છે. જો આ પદાર્થને મેગ્નેટાઈઝેશનના ચક્રમાંથી વારે ઘડીએ પસાર કરવામાં આવે તો કયો ટુકડો વધુ ઉષ્મા ઊર્જાનો વ્યય (Dissipate) કરશે ?
  - ‘હિસ્ટરીસીસ લૂપ દર્શાવતું ફેરોમેગ્નેટ જેવું તંત્ર, એ મેમરી (સ્મૃતિ) સંગ્રહ કરવાનું સાધન છે’ આ વિધાનનો અર્થ સમજાવો.
  - કેસેટ પ્લેયરની મેગ્નેટિક ટેપના કોર્ટીંગ (આવરણ) માટે, કે આધુનિક કોમ્પ્યુટરના મેમરી (સ્મૃતિ) સંગ્રહ માટે કયા પ્રકારના ફેરોમેગ્નેટિક પદાર્થ વપરાય છે ?
  - અવકાશના અમુક વિસ્તારને મેગ્નેટિક ક્ષેત્રથી અલગ (Shield) કરવો છે. કોઈ પદ્ધતિ જણાવો.
- 5.18** એક લાંબો સીધો તાર પશ્ચિમથી દક્ષિણ તરફ  $10^\circ$ થી, પૂર્વથી ઉત્તર તરફ  $10^\circ$ ની દિશામાં  $2.5 \text{ A}$  વિદ્યુતપ્રવાહનું વહન કરે છે. આ સ્થળે મેગ્નેટિક મેરીડીયન ભૌગોલિક મેરીડીયનથી  $10^\circ$  પશ્ચિમ તરફ છે. આ સ્થળે પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર  $0.33 \text{ G}$  છે, અને ડીપ કોણ શૂન્ય છે. તટસ્થ બિંદુઓ (Neutral Point) દર્શાવતી રેખાનું સ્થાન શોધો. (તારની જાડાઈ અવગણો) ? [તટસ્થ બિંદુઓએ, વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત તાર વડે ઉદ્ભવતું ચુંબકીયક્ષેત્ર પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રના સમક્ષિતિજ ઘટક જેટલું જ અને વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે.]

- 5.19** એક સ્થળે આવેલ ટેલીફોનના કેબલમાં ચાર લાંબા સીધા અને સમક્ષિતિજ તાર જે (દરેક)માંથી એક જ દિશામાં 1.0 A વિદ્યુતપ્રવાહ પૂર્વથી પશ્ચિમ વહે છે. આ સ્થળે પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર 0.39 G છે, અને ડીપ કોણ 35° છે. મેગ્નેટીક ડેકલિનેશન લગભગ શૂન્ય છે. આ કેબલની નીચે 4.0 cm અંતરે પરિણામી ચુંબકીયક્ષેત્રના મૂલ્ય કેટલા હશે ?
- 5.20** સમક્ષિતિજ સમતલમાં મુક્ત રીતે ભ્રમણ કરી શકે તેવી ચુંબકીય સોયના કંપાસને 30 આંટા અને 12 cm ત્રિજ્યા ધરાવતા વર્તુળાકાર ગૂંચળાની મધ્યમાં મૂકેલ છે. આ ગૂંચળુ શિરોલંબ સમતલમાં મેગ્નેટીક મેરીડિયન સાથે 45° કોણ બનાવતી દિશામાં રાખેલું છે. જ્યારે ગૂંચળામાં પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ 0.35 A હોય, ત્યારે આ સોય પશ્ચિમથી પૂર્વ તરફ રહે છે.
- (a) આ સ્થળે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક શોધો.
- (b) ગૂંચળામાં વહેતો પ્રવાહ ઉલટાવવામાં આવે છે અને ગૂંચળાને શિરોલંબ અક્ષની સાપેક્ષે ઉપરથી જોતાં વિષમ ઘડી દિશામાં 90° કોણે ઘુમાવવામાં આવે છે. ચુંબકીય સોયની દિશા શોધો. આ સ્થળે મેગ્નેટીક ડેકલિનેશન શૂન્ય ધારો.
- 5.21** એક મેગ્નેટીક ડાયપોલ બે ચુંબકીયક્ષેત્રોની અસર હેઠળ રહેલો છે. આ ક્ષેત્રોની રેખાઓ વચ્ચેનો કોણ 60° છે અને તેમાંથી એક ક્ષેત્રનું મૂલ્ય  $1.2 \times 10^{-2}$  T છે. જો ડાયપોલ આ ક્ષેત્ર સાથે 15° કોણ બનાવતી દિશામાં સ્થિર સંતુલનમાં આવે, તો બીજા ક્ષેત્રનું મૂલ્ય કેટલું હશે ?
- 5.22** સમક્ષિતિજ દિશામાં ગતિ કરતો અને એક સરખી ઊર્જા (18 keV – Monoenergetic) ધરાવતો ઇલેક્ટ્રોન બીમ (કિરણપૂંજ) તેની (ગતિની) દિશાને લંબરૂપે સમક્ષિતિજ સમતલમાં 0.4 G જેટલું ચુંબકીયક્ષેત્ર અનુભવે છે. 30 cm પછી આ બીમનું ઉપર કે નીચે તરફનું કોણાવર્તન શોધો ( $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$  kg). [નોંધ : આ સ્વાધ્યાયના મૂલ્યો, એ ધ્યાનમાં રાખીને આપવામાં આવ્યા છે કે તમને TVમાં ઇલેક્ટ્રોન ગનમાંથી ઉત્સર્જિત થઈને તેના સ્ક્રિન પર આપાત થતા ઇલેક્ટ્રોન પર થતી પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રની અસર સમજાવે]
- 5.23** પેરામેગ્નેટીક મીઠા (Salt)નો એક ટુકડો  $2.0 \times 10^{24}$  પરમાણ્વીક ડાયપોલ ધરાવે છે. જે દરેકની ડાયપોલ મોમેન્ટ  $1.5 \times 10^{-23}$  J T<sup>-1</sup> છે. આ ટુકડાને 0.84 T જેટલા નિયમિત (સમાંગ) ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મુકેલો છે અને તેને 4.2 K સુધી ઠંડો પાડવામાં આવે છે. તેમાં 15 % જેટલું મેગ્નેટીક સેચ્યુરેશન (સંતૃપ્તતા) મળે છે. 2.8 K તાપમાને 0.98 T જેટલા ચુંબકીયક્ષેત્ર માટે આ ટુકડાની કુલ ડાયપોલ મોમેન્ટ કેટલી હશે ? (ક્યુરીનો નિયમ ધારો)
- 5.24** 15 cm જેટલી સરેરાશ ત્રિજ્યાની રોલેન્ડ (Rowland) રીંગના, 800 જેટલી સાપેક્ષ પરમિએબિલીટી ધરાવતા કોર પર તારના 3500 આંટા વિંટાળવામાં આવેલ છે. 1.2 A જેટલા મેગ્નેટાઈઝીંગ વિદ્યુતપ્રવાહ માટે કોરમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર B કેટલું હશે ?
- 5.25** એક ઇલેક્ટ્રોનના સ્પિન કોણીય વેગમાન S અને કક્ષિય (Orbital) કોણીય વેગમાન I સાથે સંકળાયેલા મેગ્નેટીક મોમેન્ટ સદિશો અનુક્રમે  $\mu_s$  અને  $\mu_l$  ક્વોન્ટમ સિદ્ધાંત દ્વારા અનુમાનીત કરાય છે (અને પ્રાયોગિક રીતે ઊંચી ચોકસાઈથી ચકાસેલ પણ છે) જેમના સૂત્રો આ મુજબ છે :
- $$\mu_s = -(e/m)S,$$
- $$\mu_l = -(e/2m)I$$
- આ બેમાંથી કયું પરિણામ પ્રચલિત ભૌતિકશાસ્ત્ર મુજબ ધારેલ પરિણામને મળતું આવે છે ? પ્રચલિત યંત્રશાસ્ત્રનું પરિણામ સાધિત કરો.

પ્રકરણ ૬



# વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ (ELECTROMAGNETIC INDUCTION)



## 6.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

વિદ્યુત અને ચુંબકત્વને ઘણા લાંબા સમય સુધી અલગ-અલગ અને એકબીજા સાથે સંબંધિત નહોય તેવી ઘટનાઓ ગણવામાં આવતી હતી. ઓગણીસમી સદીના પ્રારંભિક દાયકામાં, ઓર્સ્ટેડ, એમ્પિયર અને અન્ય કેટલીક વ્યક્તિઓએ વિદ્યુતપ્રવાહ પરના પ્રયોગો દ્વારા એ હકીકત પ્રસ્થાપિત કરી કે વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ આંતર-સંબંધી છે. તેમણે શોધી કાઢ્યું કે ગતિમાન વિદ્યુતભારોને લીધે ચુંબકીયક્ષેત્રો ઉત્પન્ન થાય છે. ઉદાહરણ તરીકે, વિદ્યુતપ્રવાહ તેની નજીકમાં મૂકવામાં આવેલ હોકાયંત્રની ચુંબકીય સોયમાં કોણાવર્તન ઉત્પન્ન કરે છે. કુદરતી રીતે જ આ ઘટના કેટલાક પ્રશ્નો ઊભા કરે છે જેવાકે : શું આનાથી ઊલટી પ્રક્રિયા શક્ય છે ? શું ગતિમાન ચુંબકો વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્પન્ન કરી શકે છે ? શું કુદરત (પ્રકૃતિ) વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ વચ્ચેના આવા સંબંધને મંજૂરી આપે છે ? જવાબ હા છે ! 1830ની આસપાસ ઈંગ્લેન્ડમાં માઈકલ ફેરેડે અને USAમાં જોસેફ હેનરી દ્વારા કરવામાં આવેલા પ્રયોગોએ દર્શાવ્યું કે બદલાતા ચુંબકીયક્ષેત્રોની અસર નીચે બંધ ગૂંચળાઓમાં વિદ્યુતપ્રવાહ પ્રેરિત થાય છે. આ પ્રકરણમાં, આપણે બદલાતા ચુંબકીયક્ષેત્રો સાથે સંકળાયેલ ઘટનાઓનો અભ્યાસ કરીશું અને અંતર્ગત સિદ્ધાંતોને સમજાવશું. એ ઘટના કે જેમાં બદલાતા ચુંબકીયક્ષેત્રો દ્વારા વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્પન્ન થાય છે તેને યોગ્ય રીતે વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ (Electromagnetic Induction) કહે છે.

જ્યારે ફેરેડેએ સૌ પ્રથમ તેમની શોધ જાહેર કરી કે ગાજિયો ચુંબક અને વાયર લૂપ (તારનો બંધ ગાળો) વચ્ચેની સાપેક્ષ ગતિ એ બંધ ગાળામાં સૂક્ષ્મ વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્પન્ન કરે છે, ત્યારે તેમને પૂછવામાં આવ્યું કે, “આનો ઉપયોગ શું છે ?” તેમનો જવાબ હતો : “કોઈ નવજાત શિશુનો ઉપયોગ શું છે ?” વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણની ઘટના માત્ર સૈદ્ધાંતિક અથવા શૈક્ષણિક રસ ધરાવવા પૂરતી નથી પરંતુ તેની

વ્યાવહારિક ઉપયોગીતા પણ છે. એવા વિશ્વની કલ્પના કરો કે જ્યાં વીજળી નથી - ના કોઈ વિદ્યુત પ્રકાશ, ના કોઈ ટ્રેન, ના કોઈ ટેલિફોન અને ના કોઈ પર્સનલ કમ્પ્યુટર. ફેરેડે અને હેન્રીના પ્રારંભિક પ્રયોગોનો આધુનિક સમયના જનરેટર્સ અને ટ્રાન્સફોર્મર્સના વિકાસમાં સીધો જ ફાળો રહ્યો છે. આજની સભ્યતાની પ્રગતિમાં વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણની શોધનો મહત્ત્વનો ફાળો છે.

## 6.2 ફેરેડે અને હેન્રીના પ્રયોગો

### (THE EXPERIMENTS OF FARADAY AND HENRY)

વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણની શોધ અને સમજ ફેરેડે અને હેન્રી દ્વારા કરવામાં આવેલ શ્રેણીબદ્ધ પ્રયોગો પર આધારિત છે. હવે આપણે આમાંના કેટલાક પ્રયોગોનું વર્ણન કરીશું.

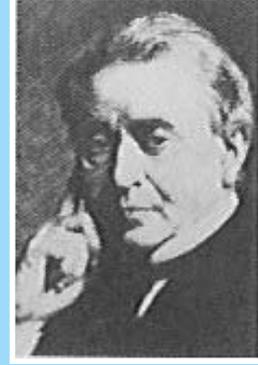
#### પ્રયોગ 6.1

આકૃતિ 6.1 દર્શાવે છે કે, એક ગૂંચળું  $C_1$ \* ગેલ્વેનોમીટર G સાથે જોડાયેલ છે. જ્યારે ગજિયા ચુંબકનો ઉત્તરધ્રુવ ગૂંચળા તરફ ધકેલાય છે, ત્યારે ગેલ્વેનોમીટરમાં દર્શકનું કોણાવર્તન થાય છે, જે ગૂંચળામાં વિદ્યુતપ્રવાહની હાજરી સૂચવે છે. આ કોણાવર્તન જ્યાં સુધી ગજિયો ચુંબક ગતિમાં હોય ત્યાં સુધી જ રહે છે. જ્યારે ચુંબકને સ્થિર રાખવામાં આવે ત્યારે ગેલ્વેનોમીટર કોઈ પણ કોણાવર્તન બતાવતું નથી. જ્યારે ચુંબકને ગૂંચળાથી દૂર લઈ જવામાં આવે છે, ત્યારે ગેલ્વેનોમીટર વિરુદ્ધ દિશામાં કોણાવર્તન દર્શાવે છે, જે પ્રવાહની દિશા ઊલટાઈ હોવાનું સૂચવે છે. વધુમાં જ્યારે ગજિયા ચુંબકનો દક્ષિણધ્રુવ ગૂંચળાની નજીક કે દૂર લઈ જવામાં આવે છે ત્યારે ગેલ્વેનોમીટરમાં મળતાં કોણાવર્તનો ઉત્તરધ્રુવના કિસ્સામાં તેવી જ ગતિ માટે મળતાં અનુરૂપ કોણાવર્તનોની વિરુદ્ધ દિશાના હોય છે. વધુમાં, જ્યારે ચુંબકને ઝડપથી ગૂંચળા તરફ કે તેનાથી દૂર લઈ જવામાં આવે છે, ત્યારે આ કોણાવર્તન (અને તેથી પ્રવાહ) વધુ જોવા મળે છે. આનાથી વિરુદ્ધ જ્યારે

ગજિયા-ચુંબકને સ્થિર રાખવામાં આવે છે અને ગૂંચળા  $C_1$ ને ચુંબક તરફ અથવા દૂર ખસેડવામાં આવે છે, ત્યારે પણ પહેલા જેવી જ સમાન અસરો જોવા મળે છે. આ દર્શાવે છે કે ચુંબક અને ગૂંચળા વચ્ચેની સાપેક્ષ ગતિ એ ગૂંચળામાં વિદ્યુતપ્રવાહના ઉત્પાદન (પ્રેરણ) માટે જવાબદાર છે.

#### પ્રયોગ 6.2

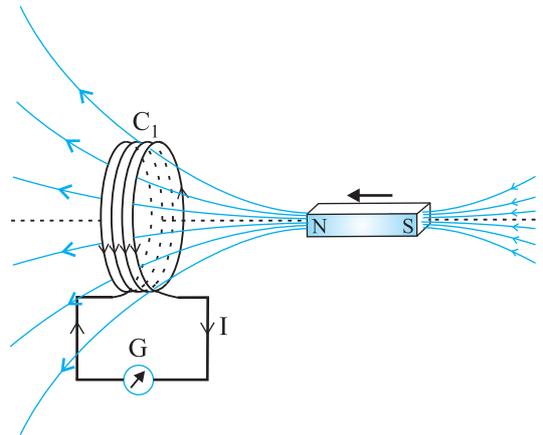
આકૃતિ 6.2માં ગજિયા ચુંબકને સ્થાને બેટરી સાથે જોડાયેલ એક બીજા ગૂંચળા  $C_2$ ને મૂકવામાં આવે છે. ગૂંચળા  $C_2$ માંનો સ્થિર પ્રવાહ સ્થિર ચુંબકીયક્ષેત્ર પેદા કરે છે. ગૂંચળા  $C_2$ ને જ્યારે ગૂંચળા  $C_1$  તરફ લઈ જઈએ, ત્યારે ગેલ્વેનોમીટર કોણાવર્તન દર્શાવે છે. આ સૂચવે છે કે ગૂંચળા  $C_1$ માં વિદ્યુતપ્રવાહ પ્રેરિત થાય છે. જ્યારે  $C_2$ ને દૂર ખસેડવામાં આવે છે ત્યારે ગેલ્વેનોમીટર ફરી કોણાવર્તન દર્શાવે છે, પરંતુ આ વખતે તે વિરુદ્ધ દિશામાં છે. જ્યાં સુધી ગૂંચળું  $C_2$  ગતિમાં હોય ત્યાં સુધી જ આ કોણાવર્તન રહે છે. જ્યારે ગૂંચળા  $C_2$ ને સ્થિર રાખવામાં આવે છે અને  $C_1$ ને ખસેડવામાં આવે છે ત્યારે પણ સમાન અસરો જોવા મળે છે. આમ અહીં પણ, આ



#### જોશેફ હેન્રી [1797-1878]

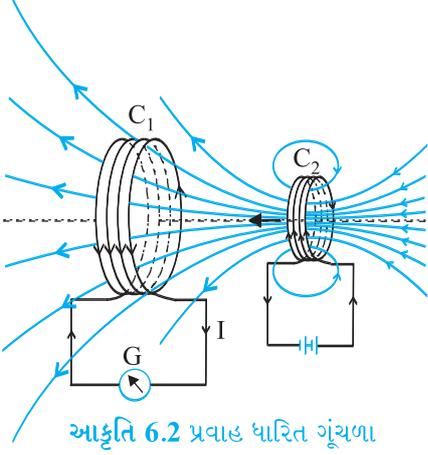
અમેરીકન પ્રાયોગિક ભૌતિકશાસ્ત્રી, પ્રિન્સટન યુનિવર્સિટીના પ્રોફેસર અને સ્મિથસોનિયન ઇન્સ્ટિટ્યુશનના પ્રથમ ડિરેક્ટર, તેમણે લોખંડના ધ્રુવોની આસપાસ અવાહક તારના ગૂંચળાને વીંટાળીને વિદ્યુતચુંબક (Electromagnet)માં સુધારો કર્યો અને વિદ્યુતચુંબકીય (Electromagnetic) મોટરની શોધ કરી તેમજ નવા, કાર્યક્ષમ ટેલિગ્રાફની શોધ કરી. તેમણે આત્મ-પ્રેરણ (Self-Induction)ની શોધ કરી અને શોધ્યું કે કેવી રીતે એક પરિપથ (Circuit) માંના પ્રવાહો બીજા (પરિપથ)માં પ્રવાહો પ્રેરિત કરે છે.

જોશેફ હેન્રી (1797-1878)



આકૃતિ 6.1 જ્યારે ગજિયો ચુંબક ગૂંચળા તરફ ધકેલવામાં આવે છે ત્યારે ગેલ્વેનોમીટર Gનો દર્શક કોણાવર્તન પામે છે.

\* જ્યાં પણ 'ગૂંચળા' અથવા 'લૂપ' શબ્દનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે ત્યાં તેવું ધારવામાં આવે છે કે તે વાહક દ્રવ્યનું બનેલું છે અને તેને અવાહક દ્રવ્યના આવરણ ધરાવતાં તારનો ઉપયોગ કરીને તૈયાર કરવામાં આવેલ છે.



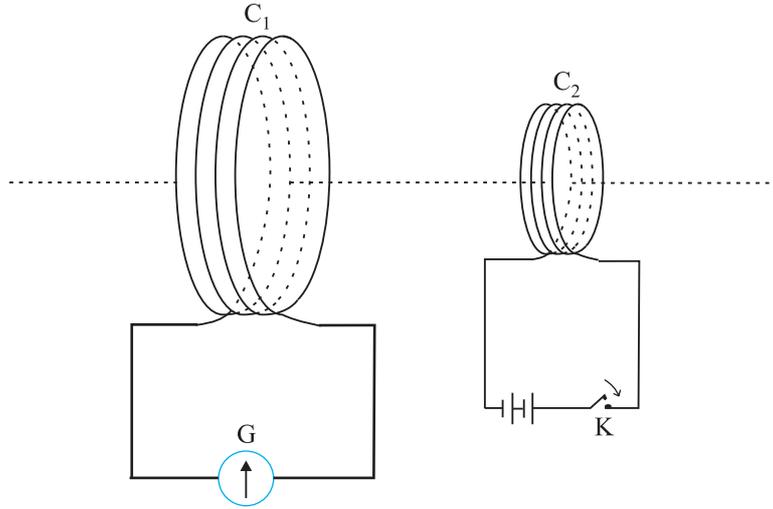
આકૃતિ 6.2 પ્રવાહ ધારિત ગૂંચળા C<sub>2</sub>ની ગતિને કારણે ગૂંચળા C<sub>1</sub>માં પ્રવાહ પ્રેરિત થાય છે.

ગૂંચળાઓ વચ્ચેની જે સાપેક્ષ ગતિ છે તે જ વિદ્યુતપ્રવાહને પ્રેરિત કરે છે.

### પ્રયોગ 6.3

ઉપરોક્ત બંને પ્રયોગો અનુક્રમે ચુંબક અને ગૂંચળા વચ્ચે અને બે ગૂંચળાઓ વચ્ચેની સાપેક્ષ ગતિનો સમાવેશ કરે છે. ફેરેડેએ અન્ય એક પ્રયોગ દ્વારા દર્શાવ્યું હતું કે આ સાપેક્ષ ગતિ એ અનિવાર્ય જરૂરિયાત નથી. આકૃતિ 6.3 એ સ્થિર રાખેલ બે ગૂંચળાઓ C<sub>1</sub> અને C<sub>2</sub>ને દર્શાવે છે. ગૂંચળુ C<sub>1</sub> ગેલ્વેનોમીટર G સાથે જોડાયેલ છે જ્યારે બીજું ગૂંચળુ C<sub>2</sub> ટેપિંગ કી (દાબ-કળ) K દ્વારા બેટરી સાથે જોડાયેલ છે.

એવું જોવા મળ્યું કે, જ્યારે ટેપિંગ કી K દબાવવામાં આવે ત્યારે ગેલ્વેનોમીટર ક્ષણિક કોણાવર્તન દર્શાવે છે અને ત્યારબાદ ગેલ્વેનોમીટરમાં દર્શક તરત જ શૂન્ય પર આવી જાય છે.



આકૃતિ 6.3 પ્રયોગ 6.3 માટેની પ્રાયોગિક ગોઠવણી

જો કળ સતત દબાવી રાખવામાં આવે, તો ગેલ્વેનોમીટરમાં કોઈ કોણાવર્તન થતું નથી. જ્યારે આ કળ મુક્ત કરવામાં આવે છે, ત્યારે ફરીથી, પરંતુ વિરુદ્ધ દિશામાં ક્ષણિક કોણાવર્તન જોવા મળે છે. એવું પણ જોવા મળ્યું કે જ્યારે ગૂંચળાઓમાં તેઓની ધરી પર લોખંડનો એક સળિયો મૂકવામાં આવે છે ત્યારે કોણાવર્તન અકલ્પનિય (નાટ્યાત્મક) રીતે વધે છે.

## 6.3 ચુંબકીય ફ્લક્સ (MAGNETIC FLUX)

વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ પર હાથ ધરવામાં આવેલા શ્રેણીબદ્ધ પ્રયોગોને સમજાવવા માટે એક સરળ ગાણિતિક સંબંધને શોધવામાં ફેરેડેની મોટી આંતરસૂઝ રહેલ છે. જો કે, આપણે તેમના નિયમોને લખીએ અને સચોટ સમજાવે તે પહેલાં, આપણે ચુંબકીય ફ્લક્સ,  $\Phi_B$ ની સંકલ્પનાથી પરિચિત થવું જોઈએ. પ્રકરણ 1માં જેમ વિદ્યુત ફ્લક્સ વ્યાખ્યાયિત થયેલ છે તેવી જ રીતે ચુંબકીય ફ્લક્સને વ્યાખ્યાયિત

Interactive animation on Faraday's experiments and Lenz's law :  
<http://micro.magnet.fsu.edu/electromag/java/faraday/index.html>



કરવામાં આવે છે. સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$  (આકૃતિ 6.4)માં મૂકવામાં આવેલા  $A$  ક્ષેત્રફળ ધરાવતા સમતલમાંથી પસાર થતું ચુંબકીય ફ્લક્સ નીચે પ્રમાણે લખી શકાય

$$\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = BA \cos\theta \quad (6.1)$$

જ્યાં,  $\theta$  એ  $\mathbf{B}$  અને  $\mathbf{A}$  વચ્ચેનો ખૂણો છે. ક્ષેત્રફળની એક સદિશ તરીકેની સંકલ્પનાને અગાઉ પ્રકરણ 1માં ચર્ચવામાં આવી છે. સમીકરણ (6.1)ને વક્ર સપાટી અને અનિયમિત ક્ષેત્રો માટે પણ વિસ્તારી શકાય છે.

આકૃતિ 6.5માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે જો ચુંબકીયક્ષેત્રને સપાટી પરના વિવિધ ભાગોમાં અલગ અલગ માન અને દિશાઓ હોય, તો સપાટીમાંથી પસાર થતાં ચુંબકીય ફ્લક્સને

$$\Phi_B = \mathbf{B}_1 \cdot d\mathbf{A}_1 + \mathbf{B}_2 \cdot d\mathbf{A}_2 + \dots = \sum_{all} \mathbf{B}_i \cdot d\mathbf{A}_i \quad (6.2)$$

વડે આપવામાં આવે છે. જ્યાં, ‘all’ એ સપાટીના સમાવિષ્ટ તમામ પૃષ્ઠખંડ  $dA_i$  પરનો સરવાળો દર્શાવે છે અને  $\mathbf{B}_i$  એ પૃષ્ઠખંડ  $dA_i$  પરનું ચુંબકીયક્ષેત્ર છે. ચુંબકીય ફ્લક્સનો SI એકમ વેબર (Wb) અથવા ટેસ્લા મીટર વર્ગ ( $Tm^2$ ) છે. ચુંબકીય ફ્લક્સ એ એક અદિશ રાશિ છે.

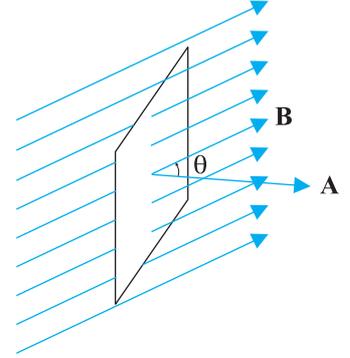
#### 6.4 ફેરેડેનો પ્રેરણનો નિયમ (FARADAY'S LAW OF INDUCTION)

પ્રાયોગિક નિરીક્ષણો પરથી, ફેરેડે એવા નિષ્કર્ષ પર પહોંચ્યા હતા કે જ્યારે ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ સમય સાથે બદલાય છે, ત્યારે ગૂંચળામાં *emf* પ્રેરિત થાય છે. આ પ્યાલનો ઉપયોગ કરીને પરિચ્છેદ 6.2માંના પ્રાયોગિક અવલોકનોની ચર્ચા કરી શકાય છે.

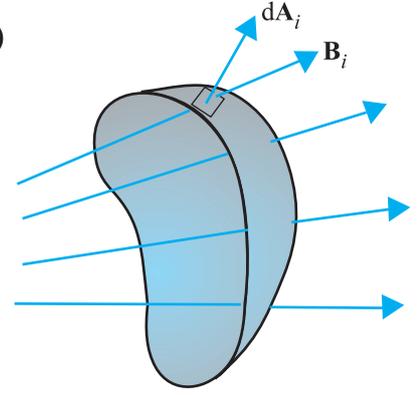
પ્રયોગ 6.1માં ચુંબકની ગૂંચળા  $C_1$  તરફની અથવા તેનાથી દૂરની ગતિ અને પ્રયોગ 6.2માં વિદ્યુતપ્રવાહ ધારિત ગૂંચળા  $C_2$ ની ગૂંચળા  $C_1$  તરફની અથવા તેનાથી દૂરની ગતિ, ગૂંચળા  $C_1$  સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સને બદલે છે. ચુંબકીય ફ્લક્સમાં આ ફેરફાર ગૂંચળા  $C_1$ માં *emf* ને પ્રેરિત કરે છે. આ એ પ્રેરિત *emf* છે, જે ગૂંચળા  $C_1$  અને ગેલ્વેનોમીટરમાં વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્પન્ન કરે છે. પ્રયોગ 6.3ના અવલોકનો માટે ખૂબ સરળ સમજૂતી નીચે પ્રમાણે છે : જ્યારે ટેપીંગ-કી  $K$  દબાવવામાં આવે છે, ત્યારે ગૂંચળા  $C_2$  માં વિદ્યુતપ્રવાહ (અને પરિણામી ચુંબકીયક્ષેત્ર) ટૂંકા સમયગાળામાં શૂન્યથી મહત્તમ મૂલ્ય

સુધી વધે છે. પરિણામે, પાડોશી ગૂંચળા  $C_1$ માં પણ ચુંબકીય ફ્લક્સ વધે છે. ગૂંચળા  $C_1$ નો આ ચુંબકીય ફ્લક્સનો તે ફેરફાર છે, જે ગૂંચળા  $C_1$ માં પ્રેરિત *emf* ઉત્પન્ન કરે છે. જ્યારે આ કળ દબાવી રાખવામાં આવે છે, ત્યારે ગૂંચળા  $C_2$ માં વિદ્યુતપ્રવાહ અચળ હોય છે તેથી, ગૂંચળા  $C_1$ માં ચુંબકીય ફ્લક્સમાં કોઈ ફેરફાર થતો નથી અને ગૂંચળા  $C_1$ માં વિદ્યુતપ્રવાહ શૂન્ય થશે. જ્યારે આ કળ છોડી દેવામાં આવે છે, ત્યારે ટૂંકા સમયગાળામાં  $C_2$ માં વિદ્યુતપ્રવાહ અને પરિણામી ચુંબકીયક્ષેત્ર મહત્તમ મૂલ્યમાંથી શૂન્ય સુધી ઘટે છે. જેના પરિણામે ગૂંચળા  $C_1$  માં ચુંબકીય ફ્લક્સમાં ઘટાડો થાય છે અને તેથી ગૂંચળા  $C_1$ માં ફરીથી વિદ્યુતપ્રવાહ પ્રેરિત કરે છે. આ બધા નિરીક્ષણોમાં સામાન્ય મુદ્દો એ છે કે કોઈ પરિપથમાં ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફારનો સમયદર તેમાં *emf* પ્રેરિત કરે છે. ફેરેડેએ આ પ્રયોગાત્મક અવલોકનોને ફેરેડેના વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણના નિયમ તરીકે ઓળખાતા નિયમમાં રજૂ કરેલ છે. આ નિયમ નીચે દર્શાવેલ છે.

\* નોંધો કે જ્યારે વિદ્યુતચુંબકને ચાલુ કે બંધ કરવામાં આવે છે, ત્યારે વિદ્યુતચુંબકની નજીકમાં રહેલ સંવેદનશીલ વિદ્યુત ઉપકરણોને પ્રેરિત *emf* (અને પરિણામી વિદ્યુતપ્રવાહ)ને કારણે નુકસાન થાય છે.



આકૃતિ 6.4 સપાટીનું ક્ષેત્રફળ  $A$  હોય તેવા એક સમતલને એક સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ માં મૂકવામાં આવેલ છે.



આકૃતિ 6.5  $i$  પૃષ્ઠખંડ પર ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}_i$  છે.  $dA_i$  એ  $i$  પૃષ્ઠખંડનો ક્ષેત્રફળસદિશ દર્શાવે છે.



**માઈકલ ફેરેડે [1791-1867]**  
ફેરેડેએ વિજ્ઞાનમાં સંખ્યાબંધ યોગદાન આપ્યા છે, જેમ કે, વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણની શોધ, વિદ્યુત વિશ્લેષણના નિયમો, બેન્ઝીન અને એ હકીકત કે ધ્રુવીભૂત સમતલ વિદ્યુતક્ષેત્રમાં ધૂર્ણન કરી શકે છે. ઇલેક્ટ્રિક મોટર, ઇલેક્ટ્રિક જનરેટર અને ટ્રાન્સફોર્મરની શોધનો પણ તેમને શ્રેય આપવામાં આવે છે. તેમને ઓગણીસમી સદીના સૌથી મહાન પ્રાયોગિક વૈજ્ઞાનિક તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

માઈકલ ફેરેડે (1791-1867)

પરિપથમાં પ્રેરિત  $emf$  નું માન તે પરિપથમાંના ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફારના સમય દર જેટલું હોય છે.

ગાણિતીક રીતે, આ પ્રેરિત  $emf$  ને

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (6.3)$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે.

ઋણ ચિહ્ન દર્શાવે છે કે વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા પણ સૂચવે છે. આ અંગે વિગતવાર ચર્ચા હવે પછીના પરિચ્છેદમાં કરીશું.

ખૂબજ નજીક વીંટાળેલ  $N$  આંટાઓ ધરાવતા ગૂંચળાના કિસ્સામાં, દરેક આંટા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સનો ફેરફાર પણ એકસમાન છે. તેથી, કુલ પ્રેરિત  $emf$  ને

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (6.4)$$

દ્વારા અભિવ્યક્ત કરવામાં આવે છે.

બંધ ગૂંચળાના આંટાઓની સંખ્યા  $N$ માં વધારો કરીને પ્રેરિત  $emf$  માં વધારો કરી શકાય છે.

સમીકરણો (6.1) અને (6.2) પરથી, આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{A}$  અને  $\theta$  પદોમાંથી કોઈ પણ એક અથવા વધુ પદોને બદલીને ફ્લક્સમાં ફેરફાર કરી શકાય છે. પરિચ્છેદ 6.2માંના પ્રયોગો 6.1 અને 6.2માં,  $\mathbf{B}$  માં ફેરફાર કરીને ફ્લક્સને બદલવામાં આવે છે. ચુંબકીયક્ષેત્રમાં રહેલ ગૂંચળાનું પરિમાણ બદલીને (એટલે કે તેને નાનું કે મોટું કરીને), અથવા ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગૂંચળાને  $\mathbf{B}$  અને  $\mathbf{A}$  વચ્ચેનો કોણ  $\theta$  બદલાવ તે રીતે ફેરવતા આ ફ્લક્સમાં ફેરફાર કરી શકાય છે. આ કિસ્સાઓમાં પણ, જે તે ગૂંચળાઓમાં  $emf$  પ્રેરિત થાય છે.

**ઉદાહરણ 6.1** પ્રયોગ 6.2ને ધ્યાન પર લો. (a) ગેલ્વેનોમીટરમાં મોટું કોણાવર્તન મેળવવા માટે તમે શું કરશો ? (b) ગેલ્વેનોમીટરની ગેરહાજરીમાં તમે પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહની હાજરીને કેવી રીતે દર્શાવશો ?

**ઉકેલ**

- (a) મોટું કોણાવર્તન મેળવવા માટે, નીચેનામાંથી એક કે તેથી વધુ પગલાં લઈ શકાય છે :
- (i) ગૂંચળા  $C_2$ ની અંદર નરમ લોખંડથી બનેલ સળિયાનો ઉપયોગ કરો, (ii) ગૂંચળાને શક્તિશાળી બેટરી સાથે જોડો, અને (iii) આ ગોઠવણને પરિક્ષણ (Test) ગૂંચળા  $C_1$  તરફ ઝડપથી ખસેડો.
- (b) ગેલ્વેનોમીટરને બદલે નાની ટોર્ચ લાઈટમાં હોય તેવો એક નાનો બલ્બ જોડો. બે ગૂંચળા વચ્ચેની સાપેક્ષ ગતિ બલ્બને પ્રકાશિત કરશે અને આમ પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહની હાજરી દર્શાવશે.

પ્રાયોગિક ભૌતિકશાસ્ત્રમાં, દરેકે નવીનતા લાવવાનું શીખવું જોઈએ. માઈકલ ફેરેડેને અત્યાર સુધીના શ્રેષ્ઠ પ્રયોગશાસ્ત્રી પૈકીના એક તરીકે ગણવામાં આવે છે કે જે તેમની નાવિન્ય સભર કુશળતા માટે સુપ્રસિદ્ધ હતા.

ઉદાહરણ 6.1

ઉદાહરણ 6.2

**ઉદાહરણ 6.2** 10 cm બાજુવાળી અને 0.5  $\Omega$  અવરોધ ધરાવતી એક ચોરસ લૂપ પૂર્વ-પશ્ચિમ સમતલમાં ઊભી મૂકવામાં આવેલ છે. 0.10 Tનું એક સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર સમતલ પર ઉત્તર-પૂર્વ દિશામાં લાગુ પાડેલ છે. આ ચુંબકીયક્ષેત્ર 0.70 સેકન્ડમાં અચળ દરે ઘટાડીને શૂન્ય કરવામાં આવે છે. આ સમય-અંતરાલ દરમિયાન પ્રેરિત  $emf$  અને વિદ્યુતપ્રવાહના માન શોધો.

ઉકેલ આ ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે ગૂંચળાના ક્ષેત્ર-સદિશ દ્વારા બનાવવામાં આવેલ કોણ  $45^\circ$  છે. સમીકરણ (6.1) પરથી, પ્રારંભિક ચુંબકીય ફ્લક્સ,

$$\begin{aligned}\Phi &= BA \cos\theta \\ &= \frac{0.1 \times 10^{-2}}{\sqrt{2}} \text{ Wb}\end{aligned}$$

અંતિમ ફ્લક્સ,  $\Phi_{\min} = 0$

ફ્લક્સમાં ફેરફાર 0.70 સેકન્ડમાં કરેલ છે. સમીકરણ (6.3) પરથી, પ્રેરિત  $emf$ નું માન

$$\mathcal{E} = \frac{|\Delta\Phi_B|}{\Delta t} = \frac{|\Phi - 0|}{\Delta t} = \frac{10^{-3}}{\sqrt{2} \times 0.7} = 1.0 \text{ mV}$$

અને વિદ્યુતપ્રવાહનું માન,

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{10^{-3} \text{ V}}{0.5 \Omega} = 2 \text{ mA}$$

નોંધો કે, પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર પણ લૂપમાં ફ્લક્સ ઉત્પન્ન કરે છે. પરંતુ તે એક સ્થિર ક્ષેત્ર છે (જે પ્રયોગના સમય ગાળામાં બદલાતું નથી) અને તેથી તે કોઈ પણ  $emf$  પ્રેરિત નહીં કરે.

ઉદાહરણ 6.2

### ઉદાહરણ 6.3

10 cm ત્રિજ્યા, 500 આંટાઓ અને  $2 \Omega$  અવરોધ ધરાવતા એક ગોળાકાર ગૂંચળાને તેનું સમતલ પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રના સમક્ષિતિજ ઘટકને લંબ રહે તે રીતે મૂકવામાં આવે છે. તેને 0.25 sમાં તેના ઉર્ધ્વ વ્યાસને અનુલક્ષીને  $180^\circ$  ભ્રમણ કરાવવામાં આવે છે. આ ગૂંચળામાં પ્રેરિત  $emf$  અને વિદ્યુતપ્રવાહના માનનો અંદાજ લગાવો. આ સ્થળે પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક  $3.0 \times 10^{-5} \text{ T}$  છે.

ઉકેલ ગૂંચળામાં પ્રારંભિક ફ્લક્સ,

$$\begin{aligned}\Phi_{B(\text{initial})} &= BA \cos\theta \\ &= 3.0 \times 10^{-5} \times (\pi \times 10^{-2}) \times \cos 0^\circ \\ &= 3\pi \times 10^{-7} \text{ Wb}\end{aligned}$$

ભ્રમણ પછી અંતિમ ફ્લક્સ,

$$\begin{aligned}\Phi_{B(\text{final})} &= 3.0 \times 10^{-5} \times (\pi \times 10^{-2}) \times \cos 180^\circ \\ &= -3\pi \times 10^{-7} \text{ Wb}\end{aligned}$$

તેથી, પ્રેરિત  $emf$ નું અંદાજિત માન,

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= N \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \\ &= 500 \times (6\pi \times 10^{-7}) / 0.25 \\ &= 3.8 \times 10^{-3} \text{ V છે.}\end{aligned}$$

$$I = \mathcal{E}/R = 1.9 \times 10^{-3} \text{ A}$$

નોંધ કરો કે,  $\mathcal{E}$  અને  $I$ ના માનના મૂલ્યો અંદાજિત છે. તેમના તત્કાલિન મૂલ્યો અલગ છે અને ચોક્કસ સમયે તે પરિભ્રમણની ગતિ પર આધાર રાખે છે.

ઉદાહરણ 6.3

## 6.5 લેન્ઝનો નિયમ અને ઊર્જા સંરક્ષણ

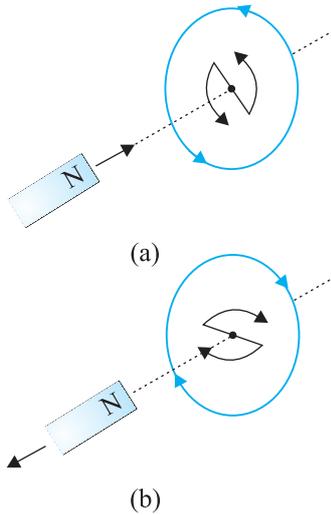
### (LENZ'S LAW AND CONSERVATION OF ENERGY)

1834માં, જર્મન ભૌતિક વિજ્ઞાની હેનરિચ ફેડરિક લેન્ઝે (1804-1865) એક નિયમ તારવ્યો, જેને લેન્ઝના નિયમ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. જે સ્પષ્ટ અને સંક્ષિપ્ત સ્વરૂપમાં પ્રેરિત  $emf$ ની દિશા (સંજ્ઞા) આપે છે. આ નિયમનું કથન આ મુજબ છે :

પ્રેરિત  $emf$ ની દિશા (સંજ્ઞા) એવી હોય છે કે તે એવો વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્પન્ન કરે કે જે તેને ઉત્પન્ન કરતા ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફારનો વિરોધ કરે.

સમીકરણ (6.3)માં દર્શાવેલ ઋણ ચિહ્ન આ અસરને દર્શાવે છે. પરિચ્છેદ 6.2.1માં પ્રયોગ 6.1નું પરિક્ષણ કરીને આપણે લેન્ઝનો નિયમ સમજી શકીએ છીએ. આકૃતિ 6.1માં, આપણે જોયું કે ગજિયા ચુંબકનો ઉત્તર-ધ્રુવ બંધ ગૂંચળા તરફ ધકેલવામાં આવ્યો છે. જેમ જેમ ગજિયા ચુંબકનો ઉત્તર-ધ્રુવ ગૂંચળા તરફ જાય છે, તેમ ગૂંચળામાંનું ચુંબકીય ફ્લક્સ વધે છે. તેથી ગૂંચળામાં વિદ્યુતપ્રવાહ એવી દિશામાં પ્રેરિત થાય છે કે તે ફ્લક્સમાં થતા વધારાનો વિરોધ કરે છે. આ તો જ શક્ય છે, જો ચુંબકની બાજુમાં રહેલ નિરીક્ષકના સંદર્ભમાં, ગૂંચળામાં વિદ્યુતપ્રવાહ વિષમઘડી દિશામાં હોય. નોંધો કે આ વિદ્યુતપ્રવાહ સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ચાકમાત્રાની ઉત્તર-ધ્રુવીયતા તેની નજીક જતાં ચુંબકના ઉત્તર-ધ્રુવ તરફ હોય છે. તેવી જ રીતે, જો ચુંબકના ઉત્તર-ધ્રુવને ગૂંચળાથી દૂર લઈ જવામાં આવે, તો ગૂંચળામાંનું ચુંબકીય ફ્લક્સ ઘટશે. ચુંબકીય ફ્લક્સમાં થતા આ ઘટાડાનો વિરોધ કરવા માટે, ગૂંચળામાં સમઘડી દિશામાં પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહ વહે છે અને તેનો દક્ષિણ-ધ્રુવ દૂર જતા ગજિયો ચુંબકના ઉત્તર-ધ્રુવની દિશામાં હોય છે. આ એક એવા આકર્ષણ બળમાં પરિણમે છે કે જે ચુંબકની ગતિ અને તેને અનુરૂપ ફ્લક્સના ઘટાડાનો વિરોધ કરે છે.

ઉપરોક્ત ઉદાહરણમાં જો બંધ ગૂંચળાના સ્થાને ખૂલ્લા પરિપથ (ઓપન સર્કિટ)નો ઉપયોગ કરવામાં આવે તો શું થશે ? આ કિસ્સામાં પણ, પરિપથના ખૂલ્લા છેડાઓ વચ્ચે  $emf$  પ્રેરિત થશે. આ પ્રેરિત  $emf$ ની દિશા લેન્ઝના નિયમનો ઉપયોગ કરીને શોધી શકાય છે. આકૃતિ 6.6(a) અને (b)નો વિચાર કરો. તેઓ પ્રેરિત પ્રવાહની દિશા સમજવા માટેની સરળ રીત પ્રદાન કરે છે. નોંધો કે  $\vec{N}$  અને  $\vec{S}$  વડે દર્શાવેલ દિશા પ્રેરિત પ્રવાહની દિશાઓ સૂચવે છે.



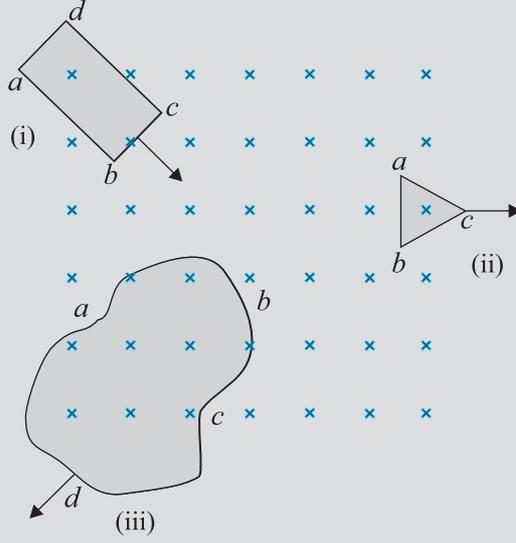
આકૃતિ 6.6  
લેન્ઝના નિયમનું ઉદાહરણ

આ બાબતે થોડું મંથન કરતાં લેન્ઝના નિયમની સચોટતાની આપણને ખાતરી થશે. ધારોકે પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહ આકૃતિ 6.6(a)માં દર્શાવાયેલી દિશાની વિરુદ્ધમાં હતી. તે કિસ્સામાં, પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહને કારણે ઉદ્ભવતા દક્ષિણ-ધ્રુવ ચુંબકના ઉત્તર-ધ્રુવની સામે આવે. ત્યારબાદ ગજિયો ચુંબક ગૂંચળા તરફ સતત વધતા પ્રવેગથી આકર્ષિત થશે. ચુંબક પર હળવો ધક્કો આ પ્રક્રિયાને શરૂ કરશે અને તેનો વેગ તથા ગતિઊર્જા કોઈ ઊર્જાના ખર્ચ વિના સતત વધશે. જો આમ થઈ શકે, તો કોઈ યોગ્ય વ્યવસ્થા દ્વારા શાશ્વત-ગતિવાળું મશીન બનાવી શકાય. આ ઊર્જાના સંરક્ષણના નિયમનું ઉલ્લંઘન કરે છે અને તેથી તે શક્ય નથી.

હવે આકૃતિ 6.6(a)માં બતાવવામાં આવેલ સાચો કિસ્સો ધ્યાનમાં લો. આ પરિસ્થિતિમાં, ગજિયો ચુંબક પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહને કારણે અપાકર્ષણ બળ અનુભવે છે. તેથી, આ ચુંબકને ખસેડવા માટે કોઈ વ્યક્તિને કાર્ય કરવું પડે છે. વ્યક્તિ દ્વારા જે ઊર્જા ખર્ચવામાં આવે છે તે ક્યાં જાય છે ? આ ઊર્જાનો પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહ દ્વારા જૂલ-હિટીંગ વડે વ્યય થાય છે.

ઉદાહરણ 6.4

આકૃતિ 6.7માં જુદા જુદા આકારના સમતલ ગાળાઓ દર્શાવેલ છે, જે લૂપના સમતલને લંબ અને વાંચકથી દૂર તરફની દિશામાંના ચુંબકીયક્ષેત્રમાંથી બહારની તરફ કે અંદરની તરફ ગતિ કરે છે. લેન્ઝના નિયમનો ઉપયોગ કરીને દરેક ગાળામાં પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા નિર્ધારિત કરો.



આકૃતિ 6.7

ઉકેલ

- ચુંબકીયક્ષેત્રના વિસ્તારમાં ગાળાની ગતિને લીધે લંબચોરસ ગાળા  $abcd$ માં ચુંબકીય ફ્લક્સ વધે છે. પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહ માર્ગ  $bcadb$  પર જ વહેતો હોવો જોઈએ જેથી તે વધતા ફ્લક્સનો વિરોધ કરે.
  - (ક્ષેત્રમાંથી) બહાર તરફની ગતિને કારણે, ત્રિકોણાકાર ગાળા  $abc$ માં ચુંબકીય ફ્લક્સ ઘટે છે, જેના કારણે પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહ  $bacb$  દિશામાં વહે છે, જેથી ફ્લક્સના ફેરફારનો વિરોધ કરી શકે છે.
  - ચુંબકીયક્ષેત્રના વિસ્તારમાં અનિયમિત આકારના ગાળા  $abcd$ ની ગતિને કારણે ચુંબકીય ફ્લક્સ ઘટે છે. પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહ  $cdabc$  દિશામાં વહે જેથી ફ્લક્સના ફેરફારનો વિરોધ કરી શકાય છે.
- નોંધો કે, જ્યાં સુધી ગાળાઓ ચુંબકીયક્ષેત્રના વિસ્તારની સંપૂર્ણ અંદર અથવા સંપૂર્ણ બહાર હોય ત્યાં સુધી કોઈ પ્રવાહ પ્રેરિત થશે નહીં.

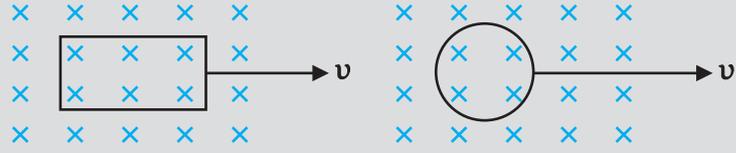
ઉદાહરણ 6.4

ઉદાહરણ 6.5

- જડિત રાખેલ બે કાયમી ચુંબકના ઉત્તર અને દક્ષિણપ્રુવો વચ્ચેના ચુંબકીયક્ષેત્રમાં એક બંધ ગાળાને સ્થિર રાખેલ છે. શું આપણે ખૂબ જ શક્તિશાળી ચુંબકનો ઉપયોગ કરીને આ ગાળામાં વિદ્યુતપ્રવાહ ઉત્પન્ન કરવાની આશા રાખી શકીએ ?
- એક બંધ ગાળો એક મોટા કેપેસિટરની તક્તીઓ (Plates) વચ્ચે અચળ વિદ્યુતક્ષેત્રને લંબ ગતિ કરે છે. શું આ ગાળામાં (i) જ્યારે તે સંપૂર્ણ રીતે કેપેસિટર પ્લેટ્સની વચ્ચે હોય કે (ii) જ્યારે તે આંશિક રીતે કેપેસિટરની તક્તીની બહાર હોય ત્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ પ્રેરિત થશે ? આ વિદ્યુતક્ષેત્ર ગાળાના સમતલને લંબ છે.
- એક લંબચોરસ ગાળો અને એક વર્તુળાકાર ગાળો એક સમાન ચુંબકીયક્ષેત્રવાળા વિસ્તારમાંથી બહારની તરફ એક ક્ષેત્ર-મુક્ત વિસ્તાર તરફ અચળ વેગ  $v$  સાથે ગતિ

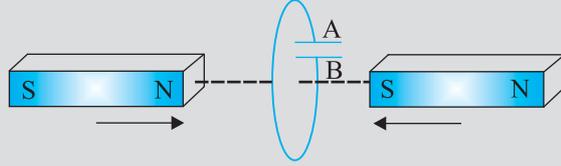
ઉદાહરણ 6.5

કરે છે (આકૃતિ 6.8). ક્ષેત્ર પ્રદેશથી બહારની તરફના માર્ગમાં કયા ગાળામાં તમે અપેક્ષા કરી શકો કે પ્રેરિત  $emf$  અચળ રહેશે ? આ વિદ્યુતક્ષેત્ર ગાળાના સમતલને લંબ છે.



આકૃતિ 6.8

(d) આકૃતિ 6.9 દ્વારા વર્ણવેલ પરિસ્થિતિમાં કેપેસિટરની ધ્રુવત્વ (Polarity-ધન કે ઋણ)નું અનુમાન કરો.



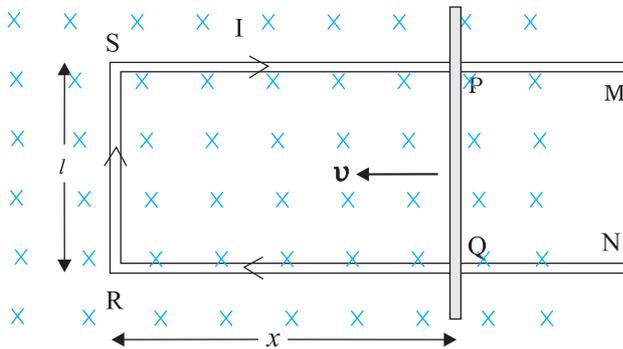
આકૃતિ 6.9

ઉકેલ

- ના. ખૂબ જ શક્તિશાળી ચુંબક હોય તો પણ ગાળામાં વિદ્યુતપ્રવાહ ફક્ત ચુંબકીય ફ્લક્સ બદલીને જ પ્રેરિત કરી શકાય છે.
- કોઈ પણ કિસ્સામાં પ્રવાહ પ્રેરિત થતો નથી. વિદ્યુત ફ્લક્સને બદલીને વિદ્યુતપ્રવાહ પ્રેરિત કરી શકાતો નથી.
- માત્ર લંબચોરસ ગાળાના કિસ્સામાં જ પ્રેરિત  $emf$  અચળ રહેવાની ધારણા છે. ગોળાકાર ગાળાના કિસ્સામાં, ક્ષેત્રના વિસ્તારમાંથી બહાર નીકળતા ગાળાના વિસ્તારના ફેરફારનો દર અચળ નથી, તેથી પ્રેરિત  $emf$  તેને અનુરૂપ બદલાશે.
- કેપેસિટરમાં પ્લેટ 'A'નું ધ્રુવત્વ પ્લેટ 'B'ના સંદર્ભમાં ધન હશે.

## 6.6 ગતિકીય વિદ્યુતચાલક બળ (MOTIONAL ELECTROMOTIVE FORCE)

ચાલો આપણે એક સીધા વાહકને નિયમિત અને સમય-સ્વતંત્ર ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ કરતો વિચારીએ. આકૃતિ 6.10માં લંબચોરસ વાહક PQRS દર્શાવે છે, જેમાં વાહક PQ ગતિ કરવા માટે મુક્ત છે.



આકૃતિ 6.10 ભુજા PQને ડાબી બાજુએ ખસેડવામાં આવે છે, તેથી, લંબચોરસ ગાળાનું ક્ષેત્રફળ ઘટતું જાય છે. આ ગતિવિધિ અત્રે દર્શાવ્યા મુજબ વિદ્યુતપ્રવાહ I પ્રેરિત કરે છે.

આ સળિયા PQને આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ અચળ વેગ  $v$  થી ડાબી તરફ ગતિ કરાવવામાં આવે છે. ધારોકે, ઘર્ષણને કારણે ઊર્જાનો કોઈ વ્યય થતો નથી. PQRS એક બંધ પરિપથ બનાવે છે જેના વડે ઘેરાયેલ ક્ષેત્રફળ PQની ગતિ સાથે બદલાય છે. તેને આ ગોઠવણના સમતલને લંબ એવા એક સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$ માં મૂકવામાં આવેલ છે. જો લંબાઈ  $RQ = x$  અને  $RS = l$  હોય તો, ગાળા PQRS દ્વારા ઘેરાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ

$$\Phi_B = Blx \text{ હશે.}$$

$x$  સમય સાથે બદલાતું હોવાથી ફ્લક્સ  $\Phi_B$ ના ફેરફારનો દર  $emf$  પ્રેરિત કરશે, જેને નીચે મુજબ આપી શકાય :

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{-d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(Blx) \\ &= -Bl \frac{dx}{dt} = Blv\end{aligned}\quad (6.5)$$

જ્યાં, આપણે  $dx/dt = v$  ઉપયોગ કર્યો છે, તે વાહક PQની ઝડપ છે. પ્રેરિત *emf*,  $Blv$ ને ગતિકીય *emf* કહેવામાં આવે છે. આમ, આપણે ચુંબકીયક્ષેત્રને બદલ્યા વગર વાહકને ખસેડીને અર્થાત, પરિપથ દ્વારા ઘેરાયેલા ચુંબકીય ફ્લક્સને બદલીને પ્રેરિત *emf* ઉત્પન્ન કરી શકીએ છીએ.

વાહક PQના મુક્ત વિદ્યુતભાર વાહક કણો પર લાગતા લોરેન્ઝ બળને ધ્યાનમાં લઈને પણ સમીકરણ (6.5) માં અભિવ્યક્ત કરેલ ગતિકીય *emf*ને સમજાવી શકાય છે. આ વાહક PQમાં કોઈપણ યથેચ્છ વિદ્યુતભાર  $q$  લો. જ્યારે આ સળિયો  $v$  ઝડપથી ગતિ કરે છે, ત્યારે આ વિદ્યુતભાર પણ ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$ માં  $v$  ઝડપ સાથે ગતિ કરશે. આ વિદ્યુતભાર પર  $qvB$  મૂલ્યનું લોરેન્ઝ બળ લાગે છે અને તેની દિશા  $Q$  તરફની છે. સળિયા PQ પર તેમના સ્થાનથી સ્વતંત્ર તમામ વિદ્યુતભારો આ જ મૂલ્ય અને દિશાના બળનો અનુભવ કરે છે. વિદ્યુતભારને  $P$ થી  $Q$  સુધી ખસેડવા માટે થતું કાર્ય

$$W = qvBl \text{ છે.}$$

*emf* એ એકમ વિદ્યુતભાર દીઠ થતું કાર્ય હોવાથી

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{W}{q} \\ &= Blv\end{aligned}$$

આ સમીકરણ સળિયાના બે છેડા વચ્ચે પ્રેરિત *emf* આપે છે અને સમીકરણ (6.5)ને સમતૂલ્ય છે. અમે અહીં એ વાત પર ભાર મુકીએ છીએ કે અમારી આ રજૂઆત સંપૂર્ણરૂપે પરિપૂર્ણ નથી, પરંતુ જ્યારે એક વાહક સમાન અને સમય-સ્વતંત્ર ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ કરતો હોય ત્યારે આ આપણને ફેરેડેના નિયમના આધારને સમજવામાં મદદ કરે છે.

બીજી તરફ, તે સ્પષ્ટ નથી કે જ્યારે વાહક સ્થિર હોય અને ચુંબકીયક્ષેત્ર બદલાતું હોય ત્યારે *emf* કેવી રીતે પ્રેરિત થાય છે – આ એ હકીકત છે, કે જે ફેરેડેએ ઘણા પ્રયોગો દ્વારા ચકાસી હતી. એક સ્થિર વાહકના કિસ્સામાં, તેના વિદ્યુતભારો પરનું બળ

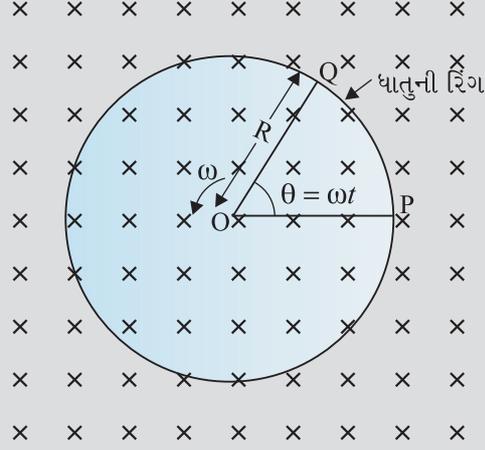
$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = q\mathbf{E}\quad (6.6)$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે કારણ કે,  $\mathbf{v} = 0$  છે. તેથી, વિદ્યુતભાર પર લાગતું કોઈ પણ બળ માત્ર વિદ્યુતક્ષેત્રના પદ  $\mathbf{E}$ માંથી ઉદ્ભવશે. તેથી, પ્રેરિત *emf* અથવા પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહના અસ્તિત્વને સમજાવવા માટે, આપણે એવું ધારવું જ પડે કે સમય સાથે બદલાતું ચુંબકીયક્ષેત્ર વિદ્યુતક્ષેત્રને ઉત્પન્ન કરે છે. જો કે, આપણે એ માનવા માટે ઉતાવળ કરીએ છીએ કે, સ્થિર વિદ્યુતભાર દ્વારા ઉત્પાદિત વિદ્યુતક્ષેત્ર અને સમય સાથે બદલાતા ચુંબકીયક્ષેત્રો દ્વારા ઉત્પાદિત વિદ્યુતક્ષેત્રને અલગ અલગ ગુણધર્મો હોય છે. પ્રકરણ-4માં, આપણે શીખ્યા કે ગતિમાન વિદ્યુતભાર (વિદ્યુતપ્રવાહ) સ્થિર ચુંબક પર બળ/બળયુગ્મ (ટોર્ક) લગાવી શકે છે. તેથી ઉલટું, ગતિમાન ગજિયો ચુંબક (અથવા વધુ વ્યાપક રીતે, બદલાતું ચુંબકીયક્ષેત્ર) સ્થિર વિદ્યુતભાર પર બળ લગાડી શકે છે. ફેરેડેની શોધનું આ મૂળભૂત મહત્ત્વ છે. વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ સંબંધિત છે.

**ઉદાહરણ 6.6** જેનો એક છેડો 1 m ત્રિજ્યાના ગોળાકાર ધાતુની રિંગ (વલય)ના કેન્દ્રમાં લટકાવેલ અને બીજો છેડો પરિઘ પર હોય તેવા 1 m ની લંબાઈના ધાતુના એક સળિયાને 50 rev/s આવૃત્તિ સાથે કેન્દ્રમાંથી પસાર થતી અને રિંગના સમતલને લંબ અક્ષને અનુલક્ષીને ભ્રમણ કરાવવામાં આવે છે (આકૃતિ 6.11). અક્ષને સમાંતર 1 Tનું અચળ અને એકસમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર બધે જ પ્રવર્તીત છે. આ કેન્દ્ર અને ધાતુની રિંગ વચ્ચે કેટલું *emf* હશે ?



Interactive animation on motional emf :  
<http://ngsir.netfirms.com/englishhtm/induction.htm>  
[http://webphysics.davidson.edu/physlet\\_resources/bu\\_semester2/index.html](http://webphysics.davidson.edu/physlet_resources/bu_semester2/index.html)



આકૃતિ 6.11

ઉકેલ

રીત - I

જેમ સળિયો ફરે છે તેમ, લોરેન્ઝ બળને કારણે સળિયાના મુક્ત ઇલેક્ટ્રોન બાહ્ય છેડા તરફ ગતિ કરે છે અને રિંગ પર વિતરીત થાય છે. આ રીતે, વિદ્યુતભારોના અલગ થવાના પરિણામે સળિયાના છેડા વચ્ચે  $emf$  ઉત્પન્ન થાય છે.  $emf$  ના કોઈ એક ચોક્કસ મૂલ્ય માટે આનાથી વધુ ઇલેક્ટ્રોનનું વહન નથી હોતું અને એક સ્થિર સ્થિતિ પ્રાપ્ત થાય છે. સમીકરણ (6.5)નો ઉપયોગ કરીને, સળિયો ચુંબકીયક્ષેત્રને કાટખૂણે ગતિ કરતો હોવાથી તેની લંબાઈ  $dr$  માં ઉત્પન્ન થતાં  $emf$ નું મૂલ્ય નીચે મુજબ આપવામાં આવે છે,

$$d\varepsilon = Bvdr. \text{ તેથી}$$

$$\varepsilon = \int d\varepsilon = \int_0^R Bvdr = \int_0^R B\omega r dr = \frac{B\omega R^2}{2}$$

નોંધો કે આપણે  $v = \omega r$ નો ઉપયોગ કર્યો છે. આ પરથી

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{2} \times 1.0 \times 2\pi \times 50 \times (1^2) \\ &= 157 \text{ V} \end{aligned}$$

રીત - II

આ  $emf$ ની ગણતરી કરવા માટે, આપણે બંધ ગાળો OPQની કલ્પના કરી શકીએ છીએ, જેમાં બિંદુ O અને P, અવરોધ R સાથે જોડાયેલા છે અને OQ ભ્રમણ કરતો સળિયો છે. અવરોધના બે છેડા વચ્ચેનો વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત એ પ્રેરિત  $emf$  ની બરાબર છે અને  $B \times$  (ગાળાના ક્ષેત્રફળના ફેરફારનો દર) જેટલો છે. જો  $t$  સમયે સળિયા અને P પર વર્તુળની ત્રિજ્યા વચ્ચેનો ખૂણો  $\theta$  હોય તો તે OPQ વિભાગનું ક્ષેત્રફળ

$$\pi R^2 \times \frac{\theta}{2\pi} = \frac{1}{2} R^2 \theta \text{ દ્વારા આપવામાં આવે છે.}$$

જ્યાં R એ વર્તુળની ત્રિજ્યા છે. તેથી, પ્રેરિત  $emf$

$$\varepsilon = B \times \frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{2} R^2 \theta \right] = \frac{1}{2} BR^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{B\omega R^2}{2}$$

$$[\text{નોંધો : } \frac{d\theta}{dt} = \omega = 2\pi\nu]$$

આ સમીકરણ રીત I દ્વારા મેળવાયેલ સમીકરણને સમાન છે અને આપણને દેના સમાન મૂલ્ય મળે છે.

**ઉદાહરણ 6.7** 0.5 mના લંબાઈના ધાતુના 10 આરા (Spoke) ધરાવતું એક વ્હીલ એક સ્થળ પર પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રના સમક્ષિતિજ ઘટક  $H_E$ ને લંબ એવા એક સમતલમાં 120 rev/minની ઝડપે ફરે છે. જો આ સ્થાન પર  $H_E = 0.4 \text{ G}$ , હોય તો ધરી (Axle) અને વ્હીલના રિમ વચ્ચે પ્રેરિત  $emf$  શું હશે? નોંધો કે  $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$ .

**ઉકેલ**

$$\begin{aligned} \text{પ્રેરિત } emf &= (1/2) \omega BR^2 \\ &= (1/2) \times 4\pi \times 0.4 \times 10^{-4} \times (0.5)^2 \\ &= 6.28 \times 10^{-5} \text{ V} \end{aligned}$$

અહીં, આરાની સંખ્યા અગત્યની નથી કારણકે આરામાનું  $emf$  સમાંતર છે.

## 6.7 ઊર્જાની વિચારણા : એક માત્રાત્મક અભ્યાસ

### (ENERGY CONSIDERATION : A QUANTITATIVE STUDY)

પરિચ્છેદ 6.5માં, આપણે ગુણાત્મક રીતે ચર્ચા કરી કે લેન્ઝનો નિયમ ઊર્જા સંરક્ષણના નિયમ સાથે સુસંગત છે. હવે આપણે આ પાસાને નક્કર ઉદાહરણ સાથે સમજવાનો પ્રયત્ન કરીશું.

આકૃતિ 6.10માં બતાવ્યા પ્રમાણે, લંબચોરસ સુવાહક લો કે જેની સરકી શકે તેવી PQ બાજુનો અવરોધ  $r$  છે. આપણે ધારીએ છીએ કે બાકીની બાજુઓ QR, RS અને SPના અવરોધ એ  $r$ ની તુલનામાં અવગણ્ય છે. આમ, લંબચોરસ લૂપનો સમગ્ર અવરોધ  $r$  છે અને જેમ PQ ખસેડવામાં આવે છે તેમ આ બદલાતો નથી. આ ગાળામાં વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$  છે,

$$\begin{aligned} I &= \frac{\mathcal{E}}{r} \\ &= \frac{Blv}{r} \end{aligned} \quad (6.7)$$

ચુંબકીયક્ષેત્રની હાજરીના લીધે, બાજુ PQ પર એક બળ હશે. આ બળ  $I(\mathbf{l} \times \mathbf{B})$ , બહારની તરફ સળિયાના વેગથી વિરુદ્ધ દિશામાં લાગે છે. આ બળનું મૂલ્ય,

$$F = I l B = \frac{B^2 l^2 v}{r}$$

છે અહીં, આપણે સમીકરણ (6.7)નો ઉપયોગ કર્યો છે. નોંધો કે, આ બળ સળિયાની દિશામાં વિદ્યુતભારો (વિદ્યુતપ્રવાહ માટે જવાબદાર)ના ડ્રિફ્ટ વેગ અને પરિણામે તેમના પર લાગતાં લોરેન્ઝ બળના કારણે છે.

વૈકલ્પિક રીતે, બાજુ PQને અચળ ઝડપ  $v$  સાથે ગતિ કરાવવામાં આવે, આમ કરવા માટે જરૂરી પાવર

$$\begin{aligned} P &= Fv \\ &= \frac{B^2 l^2 v^2}{r} \end{aligned} \quad (6.8)$$

છે. અત્રે, આમ કરવા જરૂરી પરિબળ એ યાંત્રિક છે. આ યાંત્રિક ઊર્જા ક્યાં જાય છે? જવાબ છે : તે જૂલ ઉષ્મા (Joule Heat) તરીકે વ્યય પામે છે, અને તેને

$$P_J = I^2 r = \left(\frac{Blv}{r}\right)^2 r = \frac{B^2 l^2 v^2}{r}$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે. જે સમીકરણ (6.8) ને સમાન છે.

આમ, યાંત્રિકઊર્જા કે જે ભુજા PQને ખસેડવા માટે જરૂરી હતી તે વિદ્યુતઊર્જા (પ્રેરિત  $emf$ ) અને પછી ઉષ્મા ઊર્જામાં રૂપાંતરિત થાય છે.

પરિપથમાંથી વહન પામતા વિદ્યુતભાર અને ચુંબકીય ફ્લક્સમાં થતા ફેરફાર વચ્ચે એક રસપ્રદ સંબંધ છે. ફેરેડેના નિયમ પરથી, આપણે શીખ્યા છીએ કે પ્રેરિત  $emf$ નું મૂલ્ય

$$|\mathcal{E}| = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \text{ છે.}$$

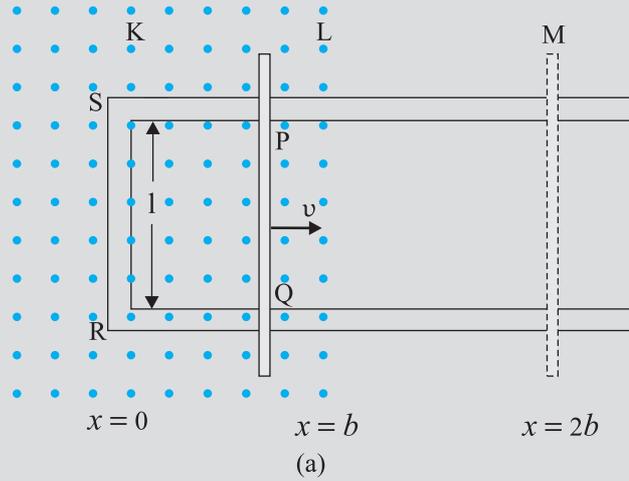
જો કે,

$$|\mathcal{E}| = Ir = \frac{\Delta Q}{\Delta t} r$$

આમ,

$$\Delta Q = \frac{\Delta\Phi_B}{r}$$

**ઉદાહરણ 6.8** આકૃતિ 6.12 (a)નો સંદર્ભ લો. લંબચોરસ વાહકની ભુજા PQને  $x=0$ થી બહારની તરફ ગતિ કરાવવામાં આવે છે. એકસમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર સમતલને લંબ છે અને  $x=0$  થી  $x=b$  સુધી વિસ્તરેલ છે અને  $x > b$  માટે શૂન્ય છે. માત્ર ભુજા PQ જ નોંધપાત્ર અવરોધ  $r$  ધરાવે છે. જ્યારે PQને અચળ ઝડપ  $v$  સાથે  $x=0$  થી  $x=2b$  સુધી બહારની તરફ ખેંચવામાં આવે અને ત્યારબાદ  $x=0$  પર પરત ખસેડવામાં આવે તે સ્થિતિનો વિચાર કરો. ફ્લક્સ, પ્રેરિત  $emf$ , ભુજાને ખેંચવા માટે જરૂરી બળ અને જૂલ ઉષ્મા તરીકે વ્યય થતા પાવર માટેના સૂત્રો મેળવો. અંતર સાથે આ રાશિઓના બદલાવને રેખાંકિત કરો.



આકૃતિ 6.12

**ઉકેલ**

પહેલા આપણે  $x=0$  થી  $x=2b$  આગળની ગતિ માટે વિચાર કરીએ. આ પરિપથ SPQR સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ  $\Phi_B$  છે.

$$\begin{aligned} \Phi_B &= Blx & 0 \leq x < b \\ &= Blb & b \leq x < 2b \end{aligned}$$

પ્રેરિત  $emf$

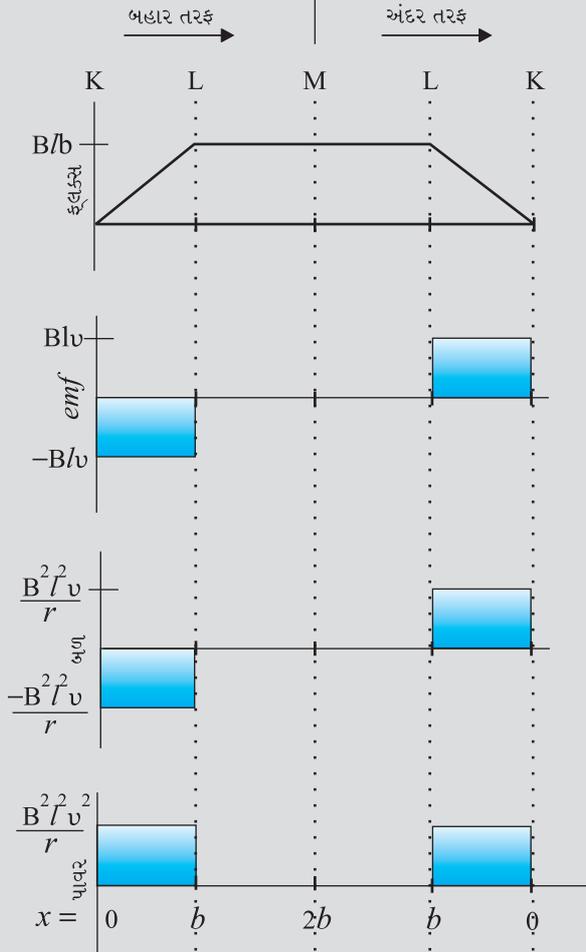
$$\mathcal{E} = \frac{-d\Phi_B}{dt}$$

$$= -Blv \quad 0 \leq x < b$$

$$= 0 \quad b \leq x < 2b$$

જ્યારે પ્રેરિત  $emf$  શૂન્ય ના હોય, ત્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ  $I$  (મૂલ્યમાં)

$$I = \frac{Blv}{r}$$



(b)  
આકૃતિ 6.12

$I/B$  એ ભુજા  $PQ$ ને સતત અચળ ગતિમાં રાખવા માટે જરૂરી બળ છે. તેની દિશા ડાબી તરફની છે. આ બળનું માન

$$F = \frac{B^2 l^2 v^2}{r} \quad 0 \leq x < b$$

$$= 0 \quad b \leq x < 2b$$

જૂલ ઉષ્માનો વ્યય

$$P_j = I^2 r$$

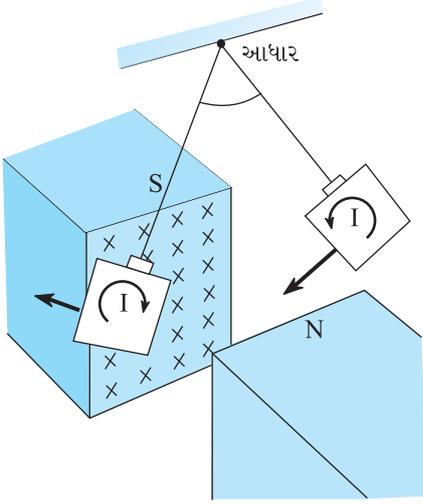
$$= \frac{B^2 l^2 v^2}{r} \quad 0 \leq x < b$$

$$= 0 \quad b \leq x < 2b \text{ છે.}$$

આમ  $x = 2b$  થી  $x = 0$ ની અંદર ગતિ માટે સમાન સૂત્રો મળે છે. આકૃતિ 6.12(b)માં પ્રદર્શિત વિવિધ રાશિઓના ચિત્રનું અવલોકન કરીને સમગ્ર પ્રક્રિયાને સમજી શકાય છે.

## 6.8 ધૂમરી પ્રવાહો (EDDY CURRENTS)

અત્યાર સુધી આપણે વાહકમાં વર્તુળાકાર ગાળા જેવા સુવ્યાખ્યાયિત પથમાં પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહોનો અભ્યાસ કર્યો છે. વાહકના મોટા ટુકડાઓને પણ જ્યારે બદલાતાં ચુંબકીય ફ્લક્સમાં મૂકવામાં આવે છે, ત્યારે તેમાં પણ પ્રેરિત પ્રવાહો ઉત્પન્ન થાય છે. જો કે, તેમના વહનની પેટર્ન (ભાત, પ્રકાર) પાણીમાં ધૂમરાતાં વમળો જેવી હોય છે. આ અસર ભૌતિકશાસ્ત્રી ફૂકો (1819-1868) દ્વારા શોધવામાં આવી હતી અને આ પ્રવાહોને ધૂમરી પ્રવાહ કહેવામાં આવે છે.

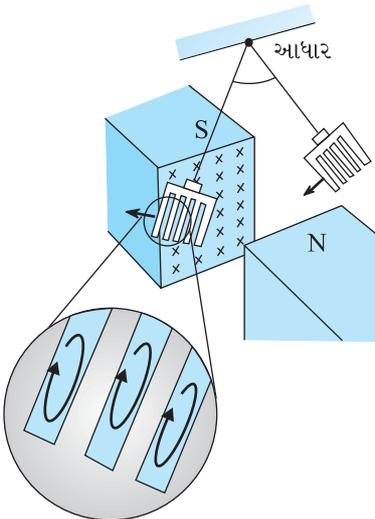


આકૃતિ 6.13 ચુંબકીયક્ષેત્રના વિસ્તારમાં પ્રવેશતા કે તેમાંથી બહાર જતાં, તાંબાની પ્લેટમાં ધૂમરી પ્રવાહો ઉત્પન્ન થાય છે.

આકૃતિ 6.13માં બતાવ્યા પ્રમાણેનું એક ઉપકરણ ધ્યાનમાં લો. એક પ્રબળ ચુંબકના ધ્રુવો વચ્ચે તાંબાની પ્લેટને એક સરળ લોલકની જેમ દોલન કરવા દેવામાં આવે છે. આમાં એવું જોવા મળ્યું કે દોલન ગતિનું અવમંદન થાય છે અને થોડાક સમયમાં પ્લેટ ચુંબકીયક્ષેત્રમાં સ્થિર થઈ જાય છે. આપણે વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણના આધારે આ ઘટનાને સમજાવી શકીએ છીએ. જ્યારે પ્લેટ ચુંબકીય ધ્રુવો વચ્ચેના વિસ્તારમાં પ્રવેશ કરે અને બહાર નીકળે છે, ત્યારે આ પ્લેટ સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ સતત બદલાતું રહે છે. આ ફ્લક્સનો ફેરફાર પ્લેટમાં ધૂમરી પ્રવાહ પ્રેરિત કરે છે. જ્યારે પ્લેટ, ધ્રુવો વચ્ચેના વિસ્તારમાં પ્રવેશે છે ત્યારે અને જ્યારે તે આ વિસ્તારમાંથી બહાર જાય છે, ત્યારે ધૂમરી પ્રવાહોની દિશા વિરુદ્ધ હોય છે.

આકૃતિ 6.14માં બતાવ્યા પ્રમાણે જો કોપર પ્લેટમાં લંબચોરસ ખાંચા પાડવામાં આવે તો ધૂમરી પ્રવાહોના વહન માટે ઉપલબ્ધ વિસ્તાર ઓછો થાય છે. આમ, ઇંદ્ર અથવા ખાંચા ધરાવતી લોલકની પ્લેટ વિદ્યુતચુંબકીય અવમંદન ઘટાડે છે અને પ્લેટ વધુ મુક્તપણે જૂલે છે. નોંધો કે પ્રેરિત પ્રવાહોની ચુંબકીય ચાકમાત્રાઓ (જે ગતિનો વિરોધ કરે છે) પ્રવાહો દ્વારા ઘેરાતા ક્ષેત્રફળ પર આધાર રાખે છે (પ્રકરણ-4માંનું સમીકરણ  $m = IA$  યાદ કરો).

આ હકીકત ટ્રાન્સફોર્મરના ધાતુના ગર્ભ (Cores)માં ધૂમરી પ્રવાહ ઘટાડવામાં મદદરૂપ થાય છે. ઈલેક્ટ્રીક મોટર અને આવા અન્ય ઉપકરણોમાં ગૂંચળું ધાતુના ગર્ભ પર વીંટાળેલ હોય છે. ધૂમરી પ્રવાહો અનિચ્છનીય છે કારણ કે તેઓ ગર્ભને ગરમ કરે છે અને ઉષ્માના સ્વરૂપમાં વિદ્યુતઊર્જાનો વ્યય કરે છે. ધાતુનો ગર્ભ બનાવવા માટે ધાતુના આવરણો (સૂક્ષ્મ પડ) (Laminations)નો ઉપયોગ કરીને ધૂમરી પ્રવાહોને ઘટાડી શકાય છે. આ આવરણો એ વાર્નિશ (Lacquer) જેવા અવાહક પદાર્થથી અલગ પાડેલ હોય છે. આ આવરણોનું સમતલ ચુંબકીયક્ષેત્રને સમાંતર જ ગોઠવવું જોઈએ, જેથી તેઓ ધૂમરી પ્રવાહના પથો કાપી શકે. આવી રચના ધૂમરી પ્રવાહની તીવ્રતા ઘટાડે છે. વિદ્યુત ઊર્જાનું ઉષ્મામાં વ્યય એ વિદ્યુતપ્રવાહની તીવ્રતાના વર્ગ પર આધાર રાખે છે. તેથી ઉષ્માના પ્રમાણમાં નોંધપાત્ર ઘટાડો થાય છે.



આકૃતિ 6.14 તાંબાની પ્લેટમાં કાપેલા ખાંચાઓ ધૂમરી પ્રવાહોની અસર ઘટાડે છે.

ધૂમરી પ્રવાહો કેટલીક રચનાઓના ઉપયોગોમાં લાભકારક છે જેમ કે :

- ટ્રેનમાં મેગ્નેટિક બ્રેકીંગ : પ્રબળ (શક્તિશાળી) વિદ્યુતચુંબકો કેટલીક વિદ્યુત સંચાલિત ટ્રેનમાં પાટાઓની ઉપર સ્થિત હોય છે. જ્યારે વિદ્યુતચુંબકો સક્રિય થાય છે, ત્યારે ટ્રેનમાં પ્રેરિત ધૂમરી પ્રવાહ ટ્રેનની ગતિનો વિરોધ કરે છે. આમાં કોઈ યાંત્રિક જોડાણો ન હોવાથી બ્રેકીંગ અસર ઝટકા રહિત છે.
- વિદ્યુતચુંબકીય અવમંદન (Electromagnetic Damping) : કેટલાંક ગેલ્વેનોમીટરમાં બિનચુંબકીય ધાતુની સામગ્રીમાંથી બનેલો સ્થિર ગર્ભ (કોર) હોય છે. જ્યારે ગૂંચળું દોલન કરે છે, ત્યારે ગર્ભમાં ઉત્પન્ન થયેલ ધૂમરી પ્રવાહો ગતિનો વિરોધ કરે છે અને ગૂંચળાને ઝડપથી સ્થિર સ્થિતિમાં લાવે છે.

- (iii) પ્રેરણ-ભઠ્ઠી (Induction Furnace) : ઈન્ડક્શન ફર્નેસના ઉપયોગથી ઉચ્ચ તાપમાન ઉત્પન્ન કરીને ઘટક ધાતુઓને પિગાળીને મિશ્રધાતુ તૈયાર કરી શકાય છે. જે ધાતુઓને ઓગાળવાની હોય તેની આસપાસ વીંટાળેલ ગૂંચળામાંથી એક ઉચ્ચ આવૃત્તિવાળો ઓલ્ટર્નેટીંગ પ્રવાહ (ac) પસાર કરવામાં આવે છે. ધાતુઓમાં ઉત્પન્ન થતા ધૂમરી પ્રવાહો તેને પીગાળી શકે તેટલા ઊંચા તાપમાનો ઉત્પન્ન કરે છે.
- (iv) ઈલેક્ટ્રીક પાવર મીટર : ઈલેક્ટ્રીક પાવર મીટર (એનાલોગ ટાઈપ)માં ચમકતી ધાતુની તક્તી (Disc), ધૂમરી પ્રવાહોને કારણે ફરે છે. ગૂંચળામાં જ્યાવર્તી (Sinusoidally) બદલાતાં પ્રવાહો દ્વારા ઉત્પન્ન ચુંબકીયક્ષેત્રો દ્વારા તક્તીમાં વિદ્યુતપ્રવાહો પ્રેરિત કરવામાં આવે છે. તમે તમારા ઘરના પાવર મીટરમાં ફરતી ચળકતી તક્તીને જોઈ શકો છો.

### વિદ્યુતચુંબકીય અવમંદન (ELECTROMAGNETIC DAMPING)

એલ્યુમિનિયમ અને પીવીસીના બનેલા સમાન આંતરિક વ્યાસના બે પોલા પાતળા નળાકાર પાઈપ લો. રિટોર્ટ સ્ટેન્ડસ પર કલેમ્પ વડે તેમને ઊભી રાખો. પાઈપના આંતરિક વ્યાસ કરતા નાના વ્યાસનું નળાકાર ચુંબક લો અને તેને દરેક પાઈપમાં એવી રીતે પડવા દો કે ચુંબક તેના પતન દરમિયાન પાઈપોની બાજુઓને ન સ્પર્શે. તમે જોશો કે પીવીસી પાઈપમાં છોડવામાં આવેલું ચુંબક પાઈપમાંથી બહાર આવવા માટેનો તેટલો જ સમય લે છે, જેટલો પાઈપ વગર તે જ ઊંચાઈથી છોડવામાં આવે ત્યારે તે લેશે. દરેક કિસ્સામાં પાઈપમાંથી બહાર આવવા માટે તે જે સમય લે છે તે નોંધો. તમે જોશો કે ચુંબક એલ્યુમિનિયમ પાઈપના કિસ્સામાં વધારે સમય લે છે. આમ શા માટે છે ? તે ધૂમરી પ્રવાહોને કારણે છે કે જે એલ્યુમિનિયમ પાઈપમાં પેદા થાય છે, જે ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફારનો એટલે કે, ચુંબકની ગતિનો વિરોધ કરે છે. ધૂમરી પ્રવાહને કારણે ગતિરોધક બળ ચુંબકની ગતિને અવરોધે છે. આવી ઘટનાઓને વિદ્યુતચુંબકીય અવમંદન (ઇલેક્ટ્રોમેગ્નેટિક ડેમ્પિંગ) તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. નોંધો કે, પીવીસી પાઈપમાં ધૂમરી પ્રવાહો પેદા થતા નથી કારણ કે તેનું દ્રવ્ય એક અવાહક છે જ્યારે એલ્યુમિનિયમ એક વાહક છે.

## 6.9 પ્રેરકત્વ (INDUCTANCE)

કોઈ એક ગૂંચળામાં તેના નજીક રહેલ અન્ય ગૂંચળા દ્વારા ફ્લક્સમાં ફેરફાર ઉત્પન્ન કરીને અથવા તે જ ગૂંચળા દ્વારા ફ્લક્સમાં ફેરફાર કરીને વિદ્યુતપ્રવાહ પ્રેરિત કરી શકાય છે. આ બે પરિસ્થિતિઓને હવે પછીના બે પેટા-વિભાગોમાં અલગથી વર્ણવવામાં આવેલ છે. જો કે, આ બંને કિસ્સાઓમાં, ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ વિદ્યુતપ્રવાહના સમપ્રમાણમાં છે. એટલે કે,  $\Phi_B \propto I$ . વધુમાં, જો ગૂંચળાનો આકાર (ભૂમિતિ) સમય સાથે બદલાતો ન હોય તો,

$$\frac{d\Phi_B}{dt} \propto \frac{dI}{dt}$$

ખૂબ જ નજીક વીંટાળેલ N આંટાવાળા ગૂંચળા માટે, બધા આંટા સાથે સમાન ચુંબકીય ફ્લક્સ સંકળાયેલ હોય છે. જ્યારે ગૂંચળાને સંલગ્ન ફ્લક્સ  $\Phi_B$  માં ફેરફારો થાય છે, ત્યારે દરેક આંટો પ્રેરિત  $emf$  માં ફાળો આપે છે. તેથી, સંલગ્ન ફ્લક્સ (Flux Linkage) તરીકે ઓળખાતું એક પદ વપરાય છે. જે ખૂબ જ નજીક વીંટાળેલ આંટાવાળા ગૂંચળા માટે  $N\Phi_B$  બરાબર હોય છે અને આવા કિસ્સામાં

$$N\Phi_B \propto I$$

આ સંબંધમાં સમપ્રમાણતા અચળાંકને પ્રેરકત્વ કહેવાય છે. આપણે જોઈશું કે, પ્રેરકત્વ ગૂંચળાની ભૂમિતિ (આકાર) અને દ્રવ્યના આંતરિક ગુણધર્મો પર જ આધાર રાખે છે. આ બાબત કેપેસિટન્સના જેવી છે, જે

સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટર માટે પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ અને પ્લેટ વચ્ચેના અંતર (ભૂમિતિ) અને વચ્ચે રહેલા માધ્યમના પરાવિદ્યુત (ડાઇઇલેક્ટ્રિક) અચળાંક  $K$  (દ્રવ્યનો આંતરિક ગુણધર્મ) પર આધારિત છે.

પ્રેરકત્વ એક અદિશ રાશિ છે. તેના પરિમાણો  $[ML^2T^{-2}A^{-2}]$  છે, જે ફ્લક્સના પરિમાણોને પ્રવાહના પરિમાણો વડે ભાગીને (ભાગાકાર કરીને) આપવામાં આવે છે. પ્રેરકત્વનો SI એકમ હેર્ની (Henry) છે અને તેને  $H$  દ્વારા દર્શાવવામાં આવે છે. જોસેફ હેર્ની કે જેમણે USAમાં વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ શોધ્યું હતું, તેમના માનમાં આ નામ આપવામાં આવ્યું હતું, જે ઈંગ્લેન્ડમાં ફેરેડેની શોધથી સ્વતંત્ર હતું.

### 6.9.1 અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ (Mutual Inductance)

આકૃતિ 6.15નો વિચાર કરો, જે 1 લંબાઈના લાંબા બે સમઅક્ષીય સોલેનોઇડ્સ દર્શાવે છે. આપણે અંદરના સોલેનોઇડ  $S_1$ ની ત્રિજ્યાને  $r_1$  અને એકમ લંબાઈ દીઠ આંટાની સંખ્યાને  $n_1$ થી દર્શાવીએ છીએ. બાહ્ય સોલેનોઇડ  $S_2$  માટે આ રાશિઓ અનુક્રમે  $r_2$  અને  $n_2$  છે.  $N_1$  અને  $N_2$  અનુક્રમે  $S_1$  અને  $S_2$  ગૂંચળાઓના કુલ આંટાઓની સંખ્યા દર્શાવે છે.

જ્યારે  $S_2$ માં વિદ્યુતપ્રવાહ  $I_2$ ને પસાર કરવામાં આવે છે, ત્યારે તે  $S_1$ માં ચુંબકીય ફ્લક્સ પ્રસ્થાપિત કરે છે. ચાલો તેને (આંટાદીઠ ફ્લક્સને)  $\Phi_1$  દ્વારા દર્શાવીએ. આને અનુરૂપ સોલેનોઇડ  $S_1$  સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ

$$N_1\Phi_1 = M_{12}I_2 \quad (6.9)$$

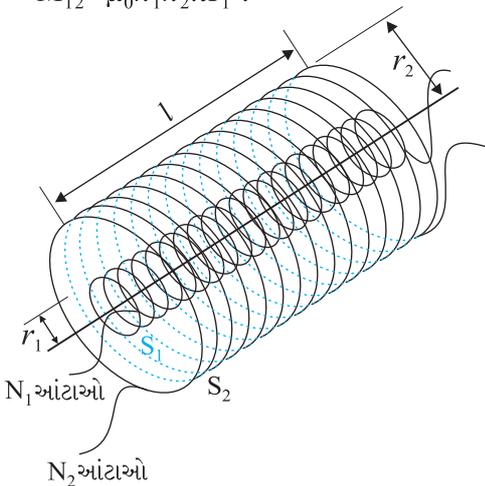
છે.  $M_{12}$ ને સોલેનોઇડ  $S_1$ ના સોલેનોઇડ  $S_2$ ની સાપેક્ષે અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. તેને અન્યોન્ય પ્રેરણ અચળાંક તરીકે પણ ઓળખવામાં આવે છે.

આ સાદા સમઅક્ષીય સોલેનોઇડ્સ માટે  $M_{12}$ ની ગણતરી કરવી શક્ય છે. વિદ્યુતપ્રવાહ  $I_2$ ને કારણે  $S_2$ માં ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mu_0 n_2 I_2$  છે. પરિણામે ગૂંચળા  $S_1$  સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ

$$\begin{aligned} N_1\Phi_1 &= (n_1 l) (\pi r_1^2) (\mu_0 n_2 I_2) \\ &= \mu_0 n_1 n_2 \pi r_1^2 l I_2 \end{aligned} \quad (6.10)$$

છે. જ્યાં,  $n_1 l$  એ સોલેનોઇડ  $S_1$ માંના કુલ આંટાઓની સંખ્યા છે. આમ, સમીકરણ (6.9) અને સમીકરણ (6.10) પરથી,

$$M_{12} = \mu_0 n_1 n_2 \pi r_1^2 l \quad (6.11)$$



આકૃતિ 6.15 સમાન લંબાઈ  $l$  ના બે લાંબા સમઅક્ષીય સોલેનોઇડ

નોંધો કે, આપણે ધાર (છેડા)ની અસરોને અવગણી છે અને ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mu_0 n_2 I_2$ ને સોલેનોઇડ  $S_2$ ની લંબાઈ અને પહોળાઈ પર એક સમાન લેવામાં આવેલ છે. સોલેનોઇડ લાંબો છે એટલે કે  $l \gg r_2$  છે તે ધ્યાનમાં રાખતાં આ એક સારી સંનિકટતા છે.

આપણે હવે વિરુદ્ધ કિસ્સો ધ્યાનમાં લઈશું. એક વિદ્યુતપ્રવાહ  $I_1$  સોલેનોઇડ  $S_1$ માંથી પસાર થાય છે અને ગૂંચળા  $S_2$  સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ

$$N_2\Phi_2 = M_{21}I_1 \quad (6.12)$$

છે. સોલેનોઇડ  $S_1$ ના સાપેક્ષમાં  $M_{21}$ ને સોલેનોઇડ  $S_2$ નું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ કહેવામાં આવે છે.

વિદ્યુતપ્રવાહ  $I_1$ ને કારણે  $S_1$ માંના ફ્લક્સને સંપૂર્ણપણે  $S_1$ ની અંદર જ મર્યાદિત થયેલ ધારી શકાય છે, કારણ કે સોલેનોઇડ ખૂબ જ લાંબો છે. આમ, સોલેનોઇડ  $S_2$  સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ

$$N_2\Phi_2 = (n_2 l) (\pi r_2^2) (\mu_0 n_1 I_1)$$

છે. જ્યાં,  $n_2 l$  એ  $S_2$ ના કુલ આંટાઓની સંખ્યા છે. સમીકરણ (6.12) પરથી,

$$M_{21} = \mu_0 n_1 n_2 \pi r_1^2 l \quad (6.13)$$

સમીકરણ (6.11) અને સમીકરણ (6.12)નો ઉપયોગ કરતાં આપણને

$$M_{12} = M_{21} = M \text{ (ધારો)} \quad (6.14)$$

મળશે. આપણે લાંબા સમઅક્ષીય સોલેનોઇડ્સ માટે આ સમાનતા દર્શાવી છે. જો કે, આ સંબંધ વધુ વ્યાપક છે, નોંધો કે, જો આંતરિક સોલેનોઇડ એ બાહ્ય સોલેનોઇડ કરતાં ખૂબ ટૂંકા હોય (અને ખૂબ જ અંદર રાખવામાં આવેલ હોય), તો પણ હજુ આપણે સંકળાયેલ ફ્લક્સ  $N_1 \Phi_1$  ગણી શકીએ છીએ, કારણ કે અંદરનો સોલેનોઇડ બાહ્ય સોલેનોઇડના કારણે ઉદ્ભવતા સમાન ચુંબકીયક્ષેત્રમાં અસરકારક રીતે સંપૂર્ણપણે રહેલ છે. આ કિસ્સામાં  $M_{12}$ ની ગણતરી સરળ હશે. જો કે, બાહ્ય સોલેનોઇડ સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સની ગણતરી કરવી અત્યંત મુશ્કેલ હશે કારણ કે અંદરના સોલેનોઇડને લીધે બાહ્ય સોલેનોઇડની લંબાઈ પર તેમજ આડછેદમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર બદલાય છે. તેથી, આ  $M_{21}$ ની ગણતરી પણ આ કિસ્સામાં અત્યંત મુશ્કેલ હશે. આવી પરિસ્થિતિઓમાં સમાનતા  $M_{12} = M_{21}$  ખૂબ ઉપયોગી છે.

આપણે ઉપરના ઉદાહરણમાં સોલેનોઇડની અંદરના માધ્યમને હવા ગણીને સમજાવ્યું છે. તેના બદલે, જો કોઈ સાપેક્ષ પરમીએબિલિટી  $\mu_r$ વાળું માધ્યમ હાજર હોત, તો અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ

$$M = \mu_r \mu_0 n_1 n_2 \pi r_1^2 l$$

હશે. એ જાણવું પણ મહત્ત્વનું છે કે ગૂંચળા, સોલેનોઇડ્સ, વગેરેની એક જોડીનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ, તેમની વચ્ચેના અંતર તેમજ તેમના સાપેક્ષ નમન પર આધારિત છે.

**ઉદાહરણ 6.9** બે સમકેન્દ્રિત ગોળાકાર ગૂંચળા, એક નાની ત્રિજ્યા  $r_1$ નું અને બીજું મોટી ત્રિજ્યા  $r_2$ નું કે જ્યાં,  $r_1 \ll r_2$ ને કેન્દ્રો સંપાત થાય તેમ સમઅક્ષીય મૂકવામાં આવેલ છે. આ ગોઠવણનું અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ મેળવો.

**ઉકેલ**

બાહ્ય ગોળાકાર ગૂંચળામાં વિદ્યુતપ્રવાહ  $I_2$  વહે છે તેમ લો. આ ગૂંચળાના કેન્દ્રમાં ક્ષેત્ર  $B_2 = \mu_0 I_2 / 2r_2$  છે. બીજું સમઅક્ષીય ગૂંચળું ખૂબ નાની ત્રિજ્યાનું હોવાના કારણે,  $B_2$ ને તેના આડછેદના ક્ષેત્રફળ પર સમાન ગણી શકાય. તેથી,

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \pi r_1^2 B_2 \\ &= \frac{\mu_0 \pi r_1^2}{2r_2} I_2 \\ &= M_{12} I_2 \end{aligned}$$

આમ,

$$M_{12} = \frac{\mu_0 \pi r_1^2}{2r_2}$$

સમીકરણ (6.14) પરથી

$$M_{12} = M_{21} = \frac{\mu_0 \pi r_1^2}{2r_2}$$

નોંધો કે, આપણે ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B_2$ ને  $\pi r_1^2$  ક્ષેત્રફળ પર સમાન ધારીને  $\Phi_1$ ની આશરે કિંમતથી  $M_{12}$ ની ગણતરી કરી છે. તેમ છતાં, આપણે આ મૂલ્ય સ્વીકારી શકીએ છીએ કારણ કે  $r_1 \ll r_2$ .

હવે, આપણે પરિચ્છેદ 6.2નો પ્રયોગ-6.3 યાદ કરીએ. તે પ્રયોગમાં, જ્યારે ગૂંચળા  $C_2$ માંથી વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહમાં કોઈ ફેરફાર થતો હતો ત્યારે ગૂંચળા  $C_1$ માં  $emf$  પ્રેરિત થતું હતું. જ્યારે ગૂંચળા  $C_2$ માં પ્રવાહ  $I_2$  વહેતો હોય ત્યારે ગૂંચળા  $C_1$  ( $N_1$  આંટાવાળું માનો) સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ  $\Phi_1$  લો.

સમીકરણ (6.9) પરથી,

$$N_1\Phi_1 = MI_2$$

મળે. સમય સાથે બદલાતાં પ્રવાહ માટે,

$$\frac{d(N_1\Phi_1)}{dt} = \frac{d(MI_2)}{dt}$$

ગૂંચળા  $C_1$ માં પ્રેરિત  $emf$

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d(N_1\Phi_1)}{dt}$$

હોવાથી આપણને

$$\mathcal{E}_1 = -M \frac{dI_2}{dt} \text{ મળશે.}$$

આ દર્શાવે છે કે ગૂંચળામાં બદલાતો વિદ્યુતપ્રવાહ નજીકમાં રહેલ ગૂંચળામાં  $emf$  પ્રેરિત કરી શકે છે. આ પ્રેરિત  $emf$ નું મૂલ્ય વિદ્યુતપ્રવાહના ફેરફારના દર અને આ બે ગૂંચળાના અન્યોન્ય પ્રેરકત્વ પર આધારિત છે.

### 6.9.2 આત્મ-પ્રેરકત્વ (Self-Inductance)

અગાઉના પેટા-વિભાગમાં, આપણે એક સોલેનોઇડમાં બીજા સોલેનોઇડના વિદ્યુતપ્રવાહને કારણે ઉત્પન્ન થતું ફ્લક્સ લીધું હતું. એ પણ શક્ય છે કે કોઈ એક અલગ કરેલાં ગૂંચળામાં, તેમાંથી જ વહેતા પ્રવાહમાં ફેરફાર કરીને થતા ફ્લક્સના ફેરફારથી પણ તેમાં  $emf$  પ્રેરિત થાય. આ ઘટનાને આત્મ-પ્રેરણ કહેવામાં આવે છે. આ કિસ્સામાં,  $N$  આંટાવાળા ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ એ ગૂંચળામાંના વિદ્યુતપ્રવાહના સમપ્રમાણમાં હોય છે અને તેને

$$N\Phi_B \propto I$$

$$N\Phi_B = LI$$

$$(6.15)$$

વડે દર્શાવવામાં આવે છે. જ્યાં, સમપ્રમાણ અચળાંક  $L$ ને ગૂંચળાનું આત્મ-પ્રેરકત્વ કહેવામાં આવે છે. તેને ગૂંચળાનો આત્મ-પ્રેરણ અચળાંક પણ કહેવાય છે. જ્યારે વિદ્યુતપ્રવાહ બદલાય છે ત્યારે ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ પણ બદલાય છે અને ગૂંચળામાં  $emf$  પ્રેરિત થાય છે. સમીકરણ (6.15)નો ઉપયોગ કરીને, પ્રેરિત  $emf$ ને

$$\mathcal{E} = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$(6.16)$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે.

આમ, આત્મ-પ્રેરિત  $emf$  ગૂંચળામાં વિદ્યુતપ્રવાહના કોઈ પણ ફેરફાર (વધારો અથવા ઘટાડો)નો હંમેશાં વિરોધ કરે છે.

સરળ ભૂમિતિ સાથેના પરિપથો માટે આત્મ-પ્રેરકત્વની ગણતરી કરવી શક્ય છે. આપણે આડછેદનું ક્ષેત્રફળ  $A$ , લંબાઈ  $l$  અને એકમ લંબાઈ દીઠ  $n$  આંટા ધરાવતા એક લાંબા સોલેનોઇડના આત્મ-પ્રેરકત્વની ગણતરી કરીએ. આ સોલેનોઇડમાં વહેતા પ્રવાહ  $I$ ના કારણે ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B = \mu_0 nI$  (અગાઉની જેમ ધાર (છેડા)ની અસરોની અવગણના કરતાં) છે. આ સોલેનોઇડ સાથે સંકળાયેલ કુલ ફ્લક્સ,

$$N\Phi_B = (nl)(\mu_0 nI)(A)$$

$$= \mu_0 n^2 A l I$$

છે જ્યાં,  $n$  એ આંટાઓની કુલ સંખ્યા છે. આમ, આત્મ-પ્રેરકત્વ

$$\begin{aligned} L &= \frac{N\Phi_B}{I} \\ &= \mu_0 n^2 A l \end{aligned} \quad (6.17)$$

છે. જો આપણે સોલેનોઇડની અંદર સાપેક્ષ પરમીએબિલિટી  $\mu_r$  વાળું દ્રવ્ય ભરીએ (ઉદાહરણ તરીકે, નરમ લોખંડ, જે સાપેક્ષ પરમીએબિલિટીનું ઉચ્ચ મૂલ્ય ધરાવે છે), તો

$$L = \mu_r \mu_0 n^2 A l \quad (6.18)$$

આમ ગૂંચળાનું આત્મ-પ્રેરકત્વ તેની ભૂમિતિ પર અને માધ્યમની પરમીએબિલિટી પર આધારીત છે.

આત્મ-પ્રેરિત emf ને Back emf (પ્રતિ emf) તરીકે પણ ઓળખવામાં આવે છે, કારણ કે તે પરિપથમાં પ્રવાહમાં થતાં કોઈ પણ ફેરફારનો વિરોધ કરે છે. ભૌતિક રીતે, આત્મ-પ્રેરકત્વએ જડત્વની ભૂમિકા ભજવે છે. તે યંત્રશાસ્ત્રમાંના દ્રવ્યમાનનું વિદ્યુતચુંબકીય સમતુલ્ય છે. તેથી, પ્રવાહ પ્રસ્થાપિત કરવા માટે બેક emf ( $\mathcal{E}$ ) વિરુદ્ધ કાર્ય કરવાની જરૂર પડે છે. આ રીતે કરવામાં આવેલ કાર્ય એ ચુંબકીય સ્થિતિઊર્જા તરીકે સંગ્રહિત થાય છે. કોઈ પણ ક્ષણે પરિપથમાં પ્રવાહ  $I$  માટે, કાર્ય થવાનો દર

$$\frac{dW}{dt} = |\mathcal{E}|I$$

છે. જો આપણે અવરોધકીય વ્યયની અવગણના કરીએ અને માત્ર પ્રેરણની (Inductive) અસરને જ ધ્યાનમાં લઈએ, તો સમીકરણ (6.16)નો ઉપયોગ કરીને,

$$\frac{dW}{dt} = LI \frac{dI}{dt}$$

પ્રવાહ  $I$  ને પ્રસ્થાપિત કરવા માટે કરવામાં આવેલ કાર્યનો કુલ જથ્થો

$$W = \int dW = \int_0^I LI dI$$

છે. આમ, પ્રવાહ  $I$  પ્રસ્થાપિત કરવા માટે જરૂરી ઊર્જા

$$W = \frac{1}{2} LI^2 \quad (6.19)$$

છે. આ સૂત્ર આપણને  $m$  દ્રવ્યમાન ધરાવતા કણની (યાંત્રિક) ગતિઊર્જા માટે  $mv^2/2$ ની યાદ અપાવે છે અને દર્શાવે છે કે  $L$  એ  $m$ ને સમતુલ્ય છે (એટલે કે,  $L$  એ વિદ્યુત જડત્વ છે અને પરિપથમાં પ્રવાહની વૃદ્ધિ (વધારા) અને ક્ષયનો (ઘટાડાનો) વિરોધ કરે છે).

નજીક રહેલ બે ગૂંચળામાં કોઈ એક સમયે વહેતા પ્રવાહોનો એક સામાન્ય કિસ્સો ધ્યાનમાં લો. એક ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ સ્વતંત્ર રીતે અસ્તિત્વ ધરાવતાં બે ફ્લક્સના સરવાળા જેટલું હશે.

આમ, સમીકરણ (6.9)

$$N_1 \Phi_1 = M_{11} I_1 + M_{12} I_2$$

પ્રમાણે બદલાશે. જ્યાં  $M_{11}$  તે જ ગૂંચળાને કારણે પ્રેરકત્વ રજૂ કરે છે.

તેથી ફેરેડેના નિયમનો ઉપયોગ કરીને,

$$\mathcal{E}_1 = -M_{11} \frac{dI_1}{dt} - M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

અહીં  $M_{11}$  આત્મ-પ્રેરકત્વ છે અને તે  $L_1$  તરીકે લખાય છે. તેથી,

$$\varepsilon_1 = -L_1 \frac{dI_1}{dt} - M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

**ઉદાહરણ 6.10** (a) ચુંબકીયક્ષેત્ર  $B$ , ક્ષેત્રફળ  $A$  અને સોલેનોઇડની લંબાઈ  $l$  ના પદમાં સોલેનોઇડમાં સંગ્રહિત ચુંબકીય ઊર્જા માટેનું સૂત્ર મેળવો. (b) આ ચુંબકીય ઊર્જાને કેપેસિટરમાં સંગ્રહિત સ્થિત વિદ્યુત (Electrostatic) ઊર્જાની સાથે કેવી રીતે સરખાવી શકાય છે ?

**ઉકેલ**

(a) સમીકરણ (6.19) પરથી, ચુંબકીય ઊર્જા

$$\begin{aligned} U_B &= \frac{1}{2} LI^2 \\ &= \frac{1}{2} L \left( \frac{B}{\mu_0 n} \right)^2 && \text{(કારણ કે સોલેનોઇડ માટે } B = \mu_0 nI \text{)} \\ &= \frac{1}{2} (\mu_0 n^2 Al) \left( \frac{B}{\mu_0 n} \right)^2 && \text{(સમીકરણ (6.17) પરથી)} \\ &= \frac{1}{2\mu_0} B^2 Al \end{aligned}$$

(b) એકમ કદ દીઠ ચુંબકીય ઊર્જા

$$\begin{aligned} u_B &= \frac{U_B}{V} && \text{(જ્યાં } V \text{ એ ફ્લક્સ ધરાવતું કદ છે.)} \\ &= \frac{U_B}{Al} \\ &= \frac{B^2}{2\mu_0} && \text{(6.20)} \end{aligned}$$

આપણે અગાઉ સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટરમાં એકમ કદ દીઠ સંગ્રહિત સ્થિતવિદ્યુત (ઇલેક્ટ્રોસ્ટેટિક) ઊર્જાનું સૂત્ર મેળવેલ છે. (પ્રકરણ-2, સમીકરણ 2.77નો સંદર્ભ લો).

$$u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \quad (2.77)$$

આ બંને કિસ્સાઓમાં ઊર્જા એ ક્ષેત્રની તીવ્રતાના વર્ગના સમપ્રમાણ છે. સમીકરણો (6.20) અને (2.77)એ અનુક્રમે સોલેનોઇડ અને સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટરના વિશિષ્ટ કિસ્સાઓ માટે તારવવામાં આવ્યા છે. પરંતુ તે અવકાશના કોઈ પણ વિસ્તાર માટે વ્યાપક અને સત્ય છે કે જેમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર અથવા/અને વિદ્યુતક્ષેત્ર અસ્તિત્વ ધરાવે છે.

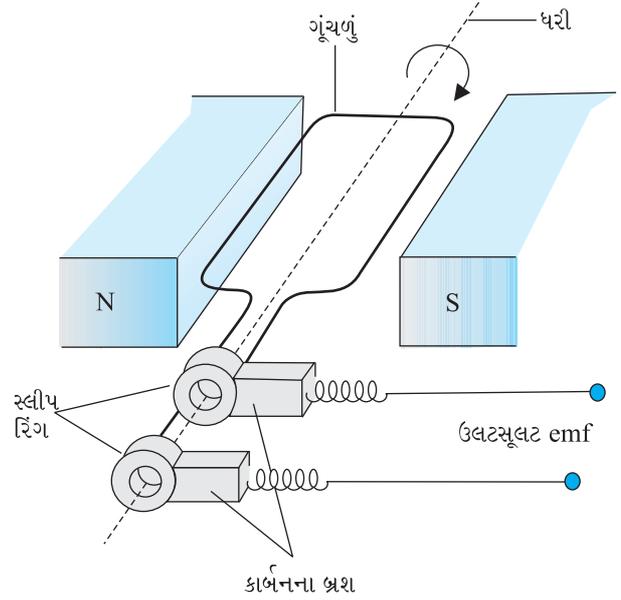
## 6.10 AC જનરેટર (AC GENERATOR)

વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણની ઘટનાને તકનીકી રીતે ઘણી બધી રીતે ઉપયોગમાં લેવામાં આવી છે. અત્યંત મહત્વપૂર્ણ ઉપયોગ એ ઓલ્ટરનેટિંગ કરંટ (ac)નું ઉત્પાદન છે. 100 MWની લાક્ષણિક ઉત્પાદન ક્ષમતા ધરાવતા આધુનિક ac જનરેટર અત્યંત વિકસિત યંત્ર છે. આ પરિચ્છેદમાં, આપણે આ યંત્ર પાછળના મૂળભૂત સિદ્ધાંતોનું વર્ણન કરીશું. યુગોસ્લાવિયાના શોધક નિકોલા ટેસ્લાને આ યંત્રના વિકાસનો શ્રેય આપવામાં આવે છે. પરિચ્છેદ 6.3માં જેમ નિર્દેશ કરવામાં આવ્યો છે, કે *emf* પ્રેરિત કરવા માટે ગાળાના નમનમાં ફેરફાર અથવા તેના અસરકારક ક્ષેત્રફળમાં ફેરફાર કરવો એ

## વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ

એક પદ્ધતિ છે. ગૂંચળું ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**માં ભ્રમણ કરે છે, ત્યારે આ ગાળાનું અસરકારક ક્ષેત્રફળ (ક્ષેત્રને લંબ સપાટી)  $A \cos\theta$  છે, જ્યાં  $\theta$  એ **A** અને **B** વચ્ચેનો ખૂણો છે. ફ્લક્સ ફેરફાર ઉત્પન્ન કરવાની આ પદ્ધતિ એ સરળ ac જનરેટરના કાર્યનો સિદ્ધાંત છે. ac જનરેટરએ યાંત્રિક ઊર્જાને વિદ્યુત ઊર્જામાં રૂપાંતરિત કરે છે.

ac જનરેટરના મૂળભૂત ભાગો આકૃતિ 6.16માં દર્શાવવામાં આવ્યા છે. તે રોટર શાફ્ટ પર જડિત એક ગૂંચળું ધરાવે છે. આ ગૂંચળાના પરિભ્રમણની અક્ષ ચુંબકીયક્ષેત્રની દિશાને લંબ હોય છે. આ ગૂંચળા (જેને આર્મેચર કહેવાય છે) ને યાંત્રિક રીતે કોઈ બાહ્ય માધ્યમ દ્વારા એકસમાન ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ભ્રમણ કરાવવામાં આવે છે. આ ગૂંચળાનું પરિભ્રમણ એ તેને સંલગ્ન ચુંબકીય ફ્લક્સમાં ફેરફારનું કારણ બને છે, તેથી આ ગૂંચળામાં *emf* પ્રેરિત થાય છે. આ ગૂંચળાના છેડાઓ સ્લીપ રિંગ અને બ્રશ દ્વારા બાહ્ય પરિપથ સાથે જોડાયેલા હોય છે.



આકૃતિ 6.16 AC જનરેટર

જ્યારે આ ગૂંચળાને  $\omega$  જેટલી અચળ કોણીય ઝડપ સાથે ભ્રમણ કરાવવામાં આવે છે ત્યારે, કોઈ પણ  $t$  ક્ષણે ચુંબકીયક્ષેત્ર સદિશ **B**

અને ગૂંચળાના ક્ષેત્રફળ સદિશ **A** વચ્ચેનો કોણ  $\theta = \omega t$  ( $t = 0$  એ  $\theta = 0^\circ$  ધારતાં) છે. પરિણામ રૂપે, ચુંબકીયક્ષેત્ર રેખાઓની સામે રહેતું ગૂંચળાનું અસરકારક ક્ષેત્રફળ સમય સાથે બદલાય છે અને સમીકરણ (6.1) પરથી, કોઈ પણ સમયે ફ્લક્સ

$$\Phi_B = BA \cos\theta = BA \cos \omega t$$

છે. ફેરેડેના નિયમ પરથી, ભ્રમણ કરતાં  $N$  આંટાઓવાળા ગૂંચળા માટે પ્રેરિત *emf*

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -NBA \frac{d}{dt} (\cos \omega t)$$

છે. આમ, *emf*નું તત્કાલિન મૂલ્ય

$$\mathcal{E} = NBA \omega \sin \omega t \quad (6.21)$$

છે. જ્યાં,  $NBA\omega$  એ *emf*નું મહત્તમ મૂલ્ય છે, જે જ્યારે  $\sin \omega t = \pm 1$  થાય ત્યારે મળે છે. જો આપણે  $NBA\omega$ ને  $\mathcal{E}_0$  વડે દર્શાવીએ, તો

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t \quad (6.22)$$

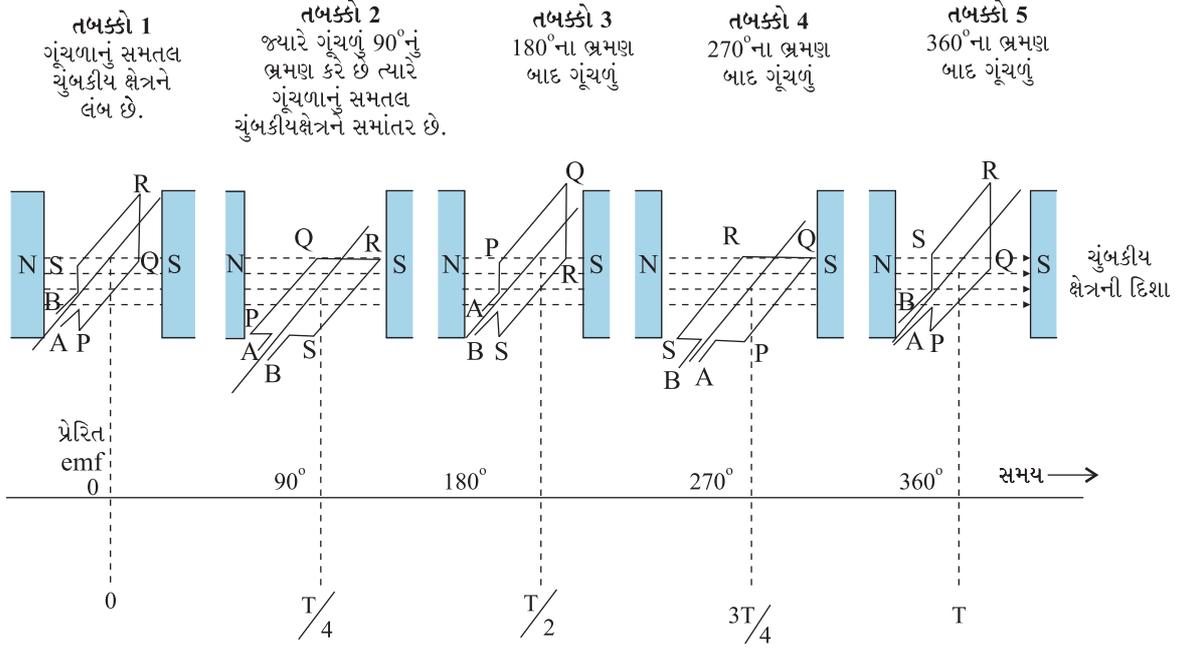
$\sin$  વિધેયનું મૂલ્ય  $+1$  અને  $-1$ ની વચ્ચે બદલાય છે, તેથી *emf*ની સંજ્ઞા કે દિશા (ધ્રુવત્વ, Polarity) પણ સમય સાથે બદલાય છે. આકૃતિ 6.17 પરથી નોંધો કે જ્યારે  $\theta = 90^\circ$  અથવા  $\theta = 270^\circ$  હોય છે ત્યારે તેના *emf*નું મૂલ્ય મહત્તમ પર હોય છે, કારણ કે આ બિંદુઓ આગળ ફ્લક્સમાં ફેરફાર સૌથી મોટો છે.

પ્રવાહની દિશા આવર્ત રીતે બદલાય છે અને તેથી આ વિદ્યુતપ્રવાહને (ઉલટસૂલટ) ઓલ્ટરનેટિંગ પ્રવાહ (ac) કહેવામાં આવે છે.  $\omega = 2\pi v$  છે, તેથી સમીકરણ (6.22) પરથી

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin 2\pi v t \quad (6.23)$$

લખી શકાય છે. જ્યાં,  $v$  જનરેટરના ગૂંચળાના ભ્રમણની આવૃત્તિ છે.

નોંધો કે, સમીકરણ (6.22) અને (6.23)એ *emf*નું તાત્કાલિક મૂલ્ય આપે છે અને  $\mathcal{E}$ નું મૂલ્ય આવર્ત રીતે  $+\mathcal{E}_0$  અને  $-\mathcal{E}_0$ ની વચ્ચે બદલાય છે. આપણે ઓલ્ટરનેટિંગ વોલ્ટેજ અને પ્રવાહના સમય સરેરાશ મૂલ્ય કેવી રીતે નક્કી કરવા તે આગામી પ્રકરણમાં શીખીશું.



આકૃતિ 6.17 ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ભ્રમણ કરતા તારના ગાળા દ્વારા ઓલ્ટરનેટિંગ emfનું ઉત્પાદન થાય છે.

વ્યાવસાયિક જનરેટરમાં આર્મેચરને ભ્રમણ કરાવવા માટે જે યાંત્રિક ઊર્જા જરૂરી છે તે ઊંચાઈ પરથી પડી રહેલા પાણી દ્વારા (દા.ત., ડેમમાંથી) પૂરી પાડવામાં આવે છે. આને હાઈડ્રો-ઇલેક્ટ્રિક જનરેટર કહેવામાં આવે છે. વૈકલ્પિક રીતે, કોલસો અથવા અન્ય સ્ત્રોતોનો ઉપયોગ કરીને પાણી ગરમ કરી વરાળનું ઉત્પાદન કરવામાં આવે છે. ઉચ્ચ દબાણમાં રહેલ આ વરાળ આર્મેચરમાં પરિભ્રમણ ઉત્પન્ન કરે છે. આને થર્મલ જનરેટર કહેવામાં આવે છે. કોલસાની જગ્યાએ, જો અણુ (ન્યુક્લિયર) બળતણનો ઉપયોગ થાય, તો આપણને ન્યુક્લિયર પાવર જનરેટર મળે છે. આધુનિક સમયના જનરેટર 500 MW જેટલો ઉચ્ચ ઇલેક્ટ્રિક પાવર પેદા કરે છે, એટલે કે તે કોઈ 100Wના 50 લાખ બલ્બને પ્રકાશિત કરી શકે છે ! મોટા ભાગના જનરેટર્સમાં, ગૂંચળા સ્થિર રહે છે અને ઇલેક્ટ્રોમેગ્નેટ્સને ભ્રમણ કરાવવામાં આવે છે. આ પરિભ્રમણની આવૃત્તિ ભારતમાં 50 Hzની છે. યુએસએ જેવા અમુક દેશોમાં, તે 60 Hz છે.

ઉદાહરણ 6.11

**ઉદાહરણ 6.11** કમલા એક સ્થિર સાયકલને પેડલ મારે છે. આ સાયકલના પેડલ્સ 100 આંટાઓ અને  $0.10 \text{ m}^2$  ક્ષેત્રફળ ધરાવતા ગૂંચળા સાથે જોડાયેલા છે. આ ગૂંચળું અડધા આંટા પ્રતિ સેકન્ડથી ભ્રમણ કરે છે અને તે ગૂંચળાના પરિભ્રમણની ધરીને લંબરૂપ  $0.01 \text{ T}$ ના ચુંબકીયક્ષેત્રમાં મૂકવામાં આવેલ છે. આ ગૂંચળામાં પેદા થતો મહત્તમ વોલ્ટેજ શું હશે ?

ઉકેલ અહીં  $v = 0.5 \text{ Hz}$ ;  $N = 100$ ,  $A = 0.1 \text{ m}^2$  અને  $B = 0.01 \text{ T}$  છે. સમીકરણ (6.21)નો ઉપયોગ કરીને

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= NBA(2\pi v) \\ &= 100 \times 0.01 \times 0.1 \times 2 \times 3.14 \times 0.5 \\ &= 0.314 \text{ V} \end{aligned}$$

મહત્તમ વોલ્ટેજ  $0.314 \text{ V}$  છે.

અમે તમને વીજ ઉત્પાદન માટેના આવા વૈકલ્પિક વિકલ્પોની શોધ કરવા આહ્વાન કરીએ છીએ.

### પક્ષીઓનું સ્થળાંતર (MIGRATION OF BIRDS)

પક્ષીઓની સ્થળાંતર પદ્ધતિ જીવવિજ્ઞાનના ક્ષેત્રમાંના અને ખરેખર તમામ વિજ્ઞાનના રહસ્યોમાનું એક છે. ઉદાહરણ તરીકે, પ્રત્યેક શિયાળામાં સાઈબિરીયાના પક્ષીઓ ભારતીય ઉપખંડના પાણીના સ્થળો માટે ભૂલ ન થાય તે રીતે ઉડાન ભરે છે. એવું સૂચવવામાં આવ્યું છે કે, વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ આ સ્થળાંતર પેટર્નનો સંકેત આપી શકે છે. પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્ક્રાંતિ ઈતિહાસમાં હર-હંમેશ અસ્તિત્વ ધરાવે છે. દિશા નિર્ધારિત કરવા માટે આ ક્ષેત્રનો ઉપયોગ યાયાવર પક્ષીઓને મહત્તમ લાભદાયી હોઈ શકે છે. જ્યાં સુધી આપણે જાણીએ છીએ ત્યાં સુધી પક્ષીઓમાં કોઈ લોહચુંબકીય પદાર્થ નથી. તેથી વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણ એ દિશા નિર્ધારિત કરવાની એકમાત્ર યોગ્ય પદ્ધતિ જણાય છે. શ્રેષ્ઠ દ્રષ્ટિકોણને ધ્યાનમાં લો કે જ્યાં ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$  પક્ષીનો વેગ  $\mathbf{v}$  અને એના શરીરરચનાના બે સંબંધિત બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર  $l$  એ ત્રણેય પરસ્પર લંબ છે. ગતિકીય  $emf$  માટેના સૂત્ર સમીકરણ (6.5) પરથી,

$$\varepsilon = Blv$$

$$B = 4 \times 10^{-5} \text{ T}, l = 2 \text{ cm પહોળાઈ અને } v = 10 \text{ m/s લેવાથી, આપણને}$$

$$\varepsilon = 4 \times 10^{-5} \times 2 \times 10^{-2} \times 10 \text{ V} = 8 \times 10^{-6} \text{ V}$$

$$= 8 \mu\text{V મળે છે.}$$

આ અત્યંત નાનો સ્થિતિમાન તફાવત સૂચવે છે કે આપણી પૂર્વધારણા શંકાસ્પદ માન્યતા ધરાવે છે. કેટલાંક પ્રકારની માછલીઓ નાના સ્થિતિમાન તફાવતો શોધી શકે છે. જો કે, આ માછલીમાં ખાસ કોશિકાઓ ઓળખી કાઢવામાં આવી છે જે નાના વોલ્ટેજ તફાવતોને શોધે છે. પક્ષીઓમાં આવી કોશિકાઓની ઓળખ થઈ શકી નથી. આમ, પક્ષીઓની સ્થળાંતર પેટર્ન રહસ્યમય છે.

### સારાંશ

1. સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ માં મૂકવામાં આવેલ  $\mathbf{A}$  ક્ષેત્રફળની સપાટી સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ફ્લક્સ

$$\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = BA \cos \theta$$

વડે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે. જ્યાં,  $\theta$  એ  $\mathbf{B}$  અને  $\mathbf{A}$  વચ્ચેનો ખૂણો છે.

2. ફેરેડેના પ્રેરણના નિયમો એમ સૂચવે છે કે,  $N$  આંટાઓવાળા ગૂંચળામાં પ્રેરિત  $emf$  તેમાંના ફ્લક્સના ફેરફારના દર સાથે સીધો સંબંધ ધરાવે છે.

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

અહીં,  $\Phi_B$  એ ગૂંચળાના એક આંટા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ છે. જો પરિપથ બંધ હોય તો, વિદ્યુતપ્રવાહ  $I = \varepsilon/R$  તેમાં પ્રસ્થાપિત થાય છે. જ્યાં,  $R$  એ પરિપથનો અવરોધ છે.

3. લેન્ઝનો નિયમ જણાવે છે કે, પ્રેરિત  $emf$  નું ધ્રુવત્વ (પોલરીટી) એવું હોય છે કે તે એવો વિદ્યુતપ્રવાહ પેદા કરે છે કે જે તેને ઉત્પન્ન કરનારા ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફારનો વિરોધ કરે છે. ફેરેડેના નિયમના સૂત્રમાં ઋણ ચિહ્ન આ હકીકત દર્શાવે છે.

4. જ્યારે  $l$  લંબાઈના ધાતુના એક સળિયાને એક સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ માં લંબ મૂકવામાં આવે છે અને વેગ  $v$  સાથે આ ક્ષેત્રને લંબ ખસેડવામાં આવે છે ત્યારે તેના છેડાઓમાં પ્રેરિત  $emf$  (જે ગતિકીય  $emf$  કહેવાય છે)

$$\varepsilon = Blv \text{ છે.}$$

5. બદલાતાં જતાં ચુંબકીયક્ષેત્રો તેની નજીકના ધાતુ (કોઈપણ વાહક)ના પદાર્થોમાં પ્રવાહ ગાળાઓ પ્રસ્થાપિત કરી શકે છે. તેઓ વિદ્યુત ઊર્જાનો ઉષ્મા તરીકે વ્યય કરે છે. આવા પ્રવાહોને ધૂમરી પ્રવાહો (એડી પ્રવાહો) કહેવામાં આવે છે.

6. પ્રેરકત્વએ સંલગ્ન (સંકળાયેલ) ફ્લક્સ અને પ્રવાહનો ગુણોત્તર છે. તે  $N\Phi/I$ ની બરાબર છે.

7. ગૂંચળા (ગૂંચળા-2)માં બદલાતો પ્રવાહ તેની નજીકના ગૂંચળા (ગૂંચળા-1)માં  $emf$ ને પ્રેરિત કરી શકે છે. આ સંબંધને

$$\mathcal{E}_1 = -M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે. રાશિ  $M_{12}$ ને ગૂંચળા-2ના સાપેક્ષે ગૂંચળા-1નું અન્યોન્ય-પ્રેરકત્વ કહેવામાં આવે છે. આવી જ રીતે તમે  $M_{21}$ ની વ્યાખ્યા પણ કરી શકો છો.  $M_{12} = M_{21}$  એક વ્યાપક સામ્યતા રહેલી છે.

8. જ્યારે કોઈ ગૂંચળામાંના પ્રવાહમાં ફેરફાર થાય છે, ત્યારે તે તેજ ગૂંચળામાં બેક  $emf$  પ્રેરિત કરે છે. આ આત્મ-પ્રેરિત  $emf$

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે.  $L$  એ ગૂંચળાનું આત્મ-પ્રેરકત્વ છે. જે તેમાંથી પસાર થતા પ્રવાહના ફેરફારની વિરુદ્ધમાં ગૂંચળાના જડત્વનું માપ છે.

9. જેનો ગર્ભ સાપેક્ષ પરમીએબિલિટી  $\mu_r$  ધરાવતું ચુંબકીય દ્રવ્ય ધરાવે છે તેવા લંબા સોલેનોઇડનું આત્મ-પ્રેરકત્વ

$$L = \mu_r \mu_0 n^2 A l$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે. જ્યાં,  $A$  એ સોલેનોઇડના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ છે, તેની લંબાઈ  $l$  અને  $n$  એ એકમ લંબાઈમાં આંટાઓની સંખ્યા છે.

10. ac જનરેટરમાં, યાંત્રિક ઊર્જા વિદ્યુતચુંબકીય પ્રેરણની ઘટનાથી વિદ્યુતઊર્જામાં રૂપાંતરિત થાય છે. જો  $N$  આંટાઓ અને  $A$  ક્ષેત્રફળવાળા ગૂંચળાને સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$ માં  $v$  જેટલા પરિભ્રમણ પ્રતિ સેકન્ડ સાથે ઘુમાવવામાં આવે છે, તો ઉત્પન્ન ગતિકીય  $emf$ .  $\mathcal{E} = NBA(2\pi v) \sin(2\pi vt)$  છે.

જ્યાં, આપણે ધારણા કરી છે કે,  $t=0$  s સમયે એ ગૂંચળું ક્ષેત્રને લંબ છે.

રાશિ	પ્રતિક	એકમ	પરિમાણ	સૂત્ર
ચુંબકીય ફ્લક્સ	$\Phi_B$	Wb (weber)	$[ML^2T^{-2}A^{-1}]$	$\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$
$emf$	$\mathcal{E}$	V (volt)	$[ML^2T^{-3}A^{-1}]$	$\mathcal{E} = -d(N\Phi_B)/dt$
અન્યોન્ય-પ્રેરકત્વ (Mutual Inductance)	$M$	H (henry)	$[ML^2T^{-2}A^{-2}]$	$\mathcal{E}_1 = -M_{12}(dI_2/dt)$
આત્મ-પ્રેરકત્વ (Self Inductance)	$L$	H (henry)	$[ML^2T^{-2}A^{-2}]$	$\mathcal{E} = -L(dI/dt)$

### ગહન વિચારણાના મુદ્દાઓ

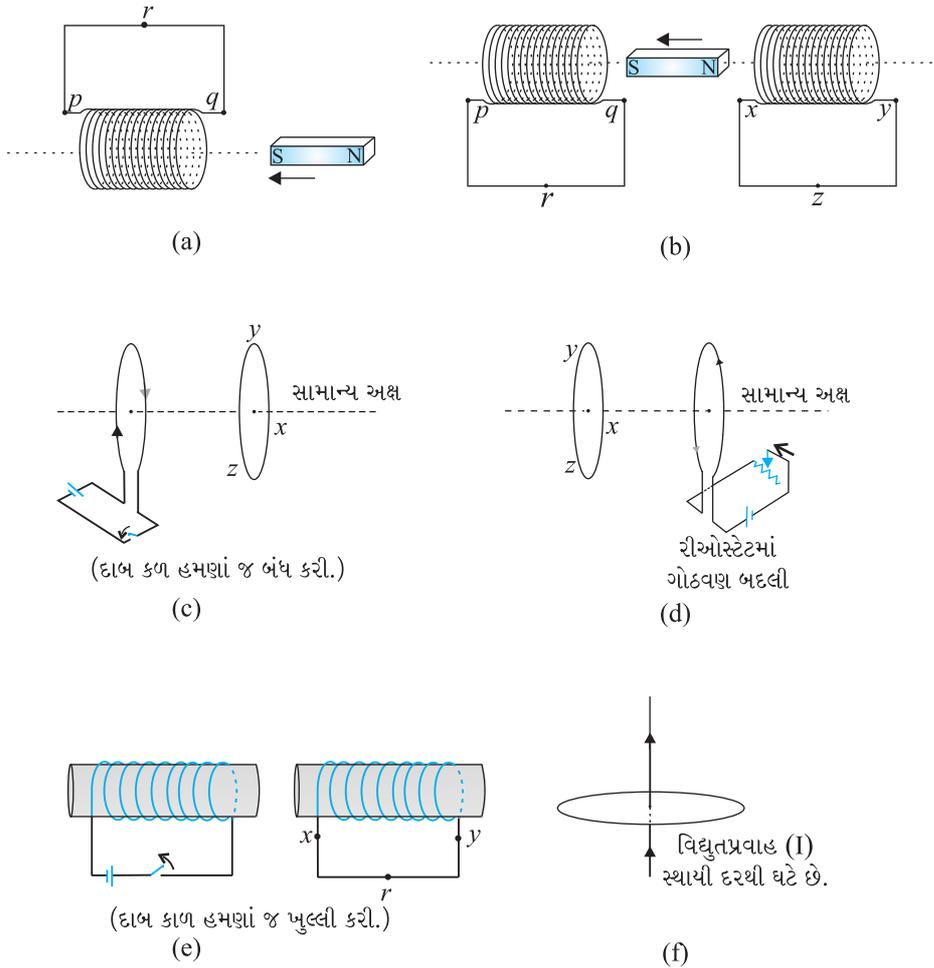
- વિદ્યુત અને ચુંબકત્વ પરસ્પર ગાઢ સંબંધ ધરાવે છે. ઓગણીસમી સદીના પ્રારંભિક ભાગમાં, ઓર્સ્ટેડ, એમ્પિયર અને અન્ય વિજ્ઞાનીઓના પ્રયોગોએ પ્રસ્થાપિત કર્યું કે, ગતિમાન વિદ્યુતભાર (પ્રવાહ) ચુંબકીયક્ષેત્ર પેદા કરે છે. ત્યારબાદ 1830ની આસપાસ, ફેરેડે અને હેન્રીના પ્રયોગોએ દર્શાવ્યું કે ગતિમાન ચુંબક વિદ્યુતપ્રવાહને પ્રેરિત કરી શકે છે.
- બંધ પરિપથમાં, વિદ્યુતપ્રવાહ એવી રીતે પ્રેરિત થાય છે કે જે ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફારનો વિરોધ કરે. તે ઊર્જા સંરક્ષણના નિયમ મુજબ છે. જો કે, ખુલ્લા પરિપથના કિસ્સામાં,  $emf$

તેના છેડાઓ પર પ્રેરિત થાય છે. તે ફ્લક્સના ફેરફાર સાથે કેવી રીતે સંબંધિત છે ?

3. પરિચ્છેદ 6.5માં ચર્ચિત ગતિકીય  $emf$  ની દલીલ ફેરેડેના નિયમથી સ્વતંત્ર રીતે ગતિમાન વિદ્યુતભાર પર લાગતા લોરેન્ઝ બળનો ઉપયોગ કરીને પણ કરી શકાય છે. જો કે, ભલે વિદ્યુતભારો સ્થિર હોય (અને લોરેન્ઝ બળનું પદ  $q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$  કાર્યરત ન હોય તો પણ), સમય-આધારિત ચુંબકીયક્ષેત્રની હાજરીમાં  $emf$  પ્રેરિત થાય છે. આ રીતે, ફેરેડેના નિયમમાં, ગતિમાન વિદ્યુતભારો સ્થિત ક્ષેત્રમાં અને સ્થિત વિદ્યુતભારો સમય સાથે બદલાતાં ક્ષેત્રમાં હોય એ સંમિત (Symmetric) સ્થિતિ હોવાનું જણાય છે. આ ફેરેડેના નિયમ માટે સાપેક્ષતાના સિદ્ધાંતની સુસંગતતા અંગે તટસ્થ સંકેત આપે છે.
4. ચુંબકીય ધ્રુવો વચ્ચે તાંબાની પ્લેટને જ્યારે દોલન કરવા દેવામાં આવે છે, ત્યારે તેની ગતિ અવમંદિત થાય છે. ધૂમરી (એડી) પ્રવાહો દ્વારા અવમંદિત બળ કેવી રીતે ઉત્પન્ન થાય છે ?

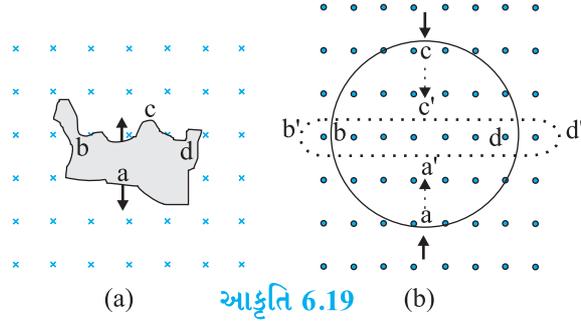
### સ્વાધ્યાય

6.1 નીચેની આકૃતિઓ 6.18 (a) થી (f) દ્વારા વર્ણવેલ પરિસ્થિતિઓમાં પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા જણાવો.



આકૃતિ 6.18

- 6.2 આકૃતિ 6.19 દ્વારા વર્ણવેલ પરિસ્થિતિઓમાં પ્રેરિત વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા નક્કી કરવા માટે લેન્ડના નિયમનો ઉપયોગ કરો.  
 (a) એક અનિયમિત આકારના તાર, વર્તુળાકારમાં ફેરવાય છે.  
 (b) એક વર્તુળાકાર ગાળો એક પાતળા સીધા તારમાં વિરુપિત થાય છે.

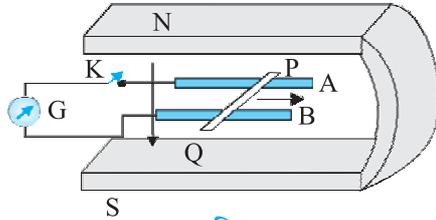


- 6.3 15 આંટાઓ પ્રતિ cm વાળા એક લાંબા સોલેનોઇડમાં, તેની અક્ષને સમાંતર સોલેનોઇડની અંદર  $2.0 \text{ cm}^2$  ક્ષેત્રફળ ધરાવતા એક નાનો ગાળો મુકેલ છે. જો સોલેનોઇડમાં વહેતો વિદ્યુતપ્રવાહ 0.1 s માં 2.0A થી 4.0A સ્થાયી રીતે બદલાય તો વિદ્યુતપ્રવાહમાં ફેરફાર વખતે ગાળામાં પ્રેરિત *emf* કેટલું હશે ?
- 6.4 8 cm અને 2 cm બાજુઓવાળા અને એક નાનો કાપો (Cut) ધરાવતા એક લંબચોરસ તારનો ગાળો 0.3 T ની તીવ્રતાના અને ગાળાને લંબ દિશાના એક સમાન ચુંબકીયક્ષેત્રના વિસ્તારમાંથી બહારની તરફ ગતિ કરી રહ્યો છે. જો ગાળાનો વેગ  $1 \text{ cm s}^{-1}$  (a) લાંબી બાજુને, (b) ગાળાની ટૂંકી બાજુને લંબ દિશા તરફનો હોય, તો આ કાપાના છેડા વચ્ચે ઉત્પન્ન *emf* કેટલું હશે ? પ્રત્યેક કિસ્સામાં પ્રેરિત વોલ્ટેજ કેટલા સમય માટે રહેશે ?
- 6.5 એક 1.0 m લાંબા ધાતુના સળિયાને, સળિયાને લંબ અને તેના કોઈ એક છેડામાંથી પસાર થતી અક્ષને અનુલક્ષીને  $400 \text{ rad s}^{-1}$  ની કોણીય આવૃત્તિ સાથે પરિભ્રમણ કરાવવામાં આવે છે. આ સળિયાનો બીજો છેડો એક વર્તુળાકાર ધાતુની રિંગ સાથે સંપર્કમાં છે. અક્ષને સમાંતરે 0.5 T નું અચળ અને એકસમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર દરેક સ્થળે અસ્તિત્વ ધરાવે છે. આ કેન્દ્ર અને આ રિંગ વચ્ચે ઉત્પન્ન *emf* ની ગણતરી કરો.
- 6.6 8.0 cm ત્રિજ્યાના અને 20 આંટાવાળા ગૂંચળાને તેના ઉર્ધ્વ વ્યાસને અનુલક્ષીને  $3.0 \times 10^{-2} \text{ T}$  મૂલ્યના એક સમાન સમક્ષિતિજ ચુંબકીયક્ષેત્રમાં  $50 \text{ rad s}^{-1}$  ની કોણીય ઝડપથી ઘુમાવવામાં આવે છે. આ ગૂંચળામાં પ્રેરિત મહત્તમ અને સરેરાશ *emf* મેળવો. જો આ ગૂંચળું  $10 \Omega$  અવરોધનો એક બંધ ગાળો રચે, તો ગૂંચળામાંના પ્રવાહના મહત્તમ મૂલ્યની ગણતરી કરો. જૂલ હિટીંગને કારણે સરેરાશ પાવર-વ્યય (Power Loss) ની ગણતરી કરો. આ પાવર ક્યાંથી આવે છે ?
- 6.7 પૂર્વથી પશ્ચિમ સુધી વિસ્તરેલ 10 m લંબાઈનો એક સમક્ષિતિજ સીધો તાર  $5.0 \text{ m s}^{-1}$  ની ઝડપથી પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રના સમક્ષિતિજ ઘટક  $0.30 \times 10^{-4} \text{ Wb m}^{-2}$  ને લંબરૂપે નીચે પડી રહ્યો છે.  
 (a) આ તારમાં પ્રેરિત *emf* નું તાત્કાલિક મૂલ્ય શું છે ?  
 (b) આ *emf* ની દિશા શું છે ?  
 (c) આ તારનો કયો છેડો ઊંચા વિદ્યુત સ્થિતિમાન પર છે ?
- 6.8 એક પરિપથમાં 0.1 s માં વિદ્યુતપ્રવાહમાં 5.0 A થી 0.0 A ઘટાડો થાય છે. જો 200 V સરેરાશ *emf* પ્રેરિત થાય, તો આ પરિપથના આત્મ-પ્રેરકત્વનો અંદાજ આપો.
- 6.9 પાસ-પાસે રહેલ ગૂંચળાની જોડનું અન્યોન્ય-પ્રેરકત્વ 1.5 H છે. જો એક ગૂંચળામાં 0.5 s માં વિદ્યુતપ્રવાહનો ફેરફાર 0 થી 20 A નો છે. તો અન્ય ગૂંચળા સાથે સંકળાયેલ (સંલગ્ન) ફ્લક્સનો ફેરફાર શું છે ?
- 6.10 જેટ વિમાન 1800 km/hr ની ઝડપે પશ્ચિમ તરફ ગતિ કરે છે. જો આ સ્થાને પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનું મૂલ્ય  $5 \times 10^{-4} \text{ T}$  અને ડીપ એંગલ  $30^\circ$  હોય તથા જો પાંખોના છેડાઓ વચ્ચેનો ગાળો 25 m નો હોય તો તેમની વચ્ચે ઉત્પન્ન થતો વોલ્ટેજનો તફાવત શું હશે ?

### વધારાના સ્વાધ્યાય

- 6.11** સ્વાધ્યાય 6.4માં લૂપ સ્થિર છે તેમ ધારો, પરંતુ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરનારો જે પ્રવાહ વિદ્યુતચુંબકને આપવામાં આવે છે તે ધીમે ધીમે ઘટાડવામાં આવે છે જેથી ક્ષેત્ર તેના પ્રારંભિક મૂલ્ય  $0.3 \text{ T}$  થી  $0.02 \text{ T s}^{-1}$  ના દરે ઘટે છે. જો કાપ (Cut) સાંધી દેવામાં આવે અને લૂપનો અવરોધ  $1.6 \Omega$  નો હોય, તો લૂપ દ્વારા ઉષ્મા સ્વરૂપે શક્તિ (પાવર)નો કેટલો વ્યય થાય છે? આ શક્તિ (પાવર)નો સ્ત્રોત શું છે?
- 6.12** ધન  $z$ -દિશામાં ચુંબકીયક્ષેત્ર ધરાવતાં વિસ્તારમાં  $12 \text{ cm}$ ની બાજુઓવાળો એક ચોરસ ગાળો કે જેની બાજુઓ  $X$  અને  $Y$  અક્ષોને સમાંતર છે તેને ધન  $x$ -દિશામાં  $8 \text{ cm s}^{-1}$ ના વેગ સાથે ખસેડવામાં આવે છે. આ ક્ષેત્ર અવકાશમાં એકસમાન નથી કે સમય સાથે અચળ પણ નથી. તેમાં ઋણ  $x$ -દિશા સાથે  $10^{-3} \text{ T cm}^{-1}$ નું પ્રચલન (Gradient) (એટલે કે જેમ ઋણ  $x$ -દિશામાં ગતિ કરીએ તેમ તે  $10^{-3} \text{ T cm}^{-1}$ થી વધે છે) ધરાવે છે અને તે સમય સાથે  $10^{-3} \text{ T s}^{-1}$ ના દરે ઘટતું જાય છે. તેનો અવરોધ  $4.50 \text{ m}\Omega$  હોય તો આ ગાળામાં પ્રેરિત પ્રવાહની દિશા અને મૂલ્ય નક્કી કરો.
- 6.13** એક શક્તિશાળી લાઉડ સ્પીકરના ચુંબકના ધ્રુવો વચ્ચેના ક્ષેત્રના મૂલ્યને માપવું છે. ખૂબ જ નજીક નજીક વીંટાળેલ  $25$  આંટાઓ વાળી એક નાની  $2 \text{ cm}^2$  ક્ષેત્રફળની સપાટ સર્ચ-કોઈલ (ગૂંચળું)ને ક્ષેત્રની દિશામાં લંબ રાખવામાં આવે છે અને તે પછી ક્ષેત્રના વિસ્તારમાંથી ઝડપથી ખેંચી લેવામાં આવે છે. (અથવા સમતુલ્ય રીતે તેના સમતલને ક્ષેત્રની દિશાને સમાંતર લાવવા માટે કોઈ તેને ઝડપી  $90^\circ$ નું ભ્રમણ આપી શકે છે). આ ગૂંચળામાં વહેતો કુલ વિદ્યુતભાર (ગૂંચળા સાથે જોડાયેલ બેલિસ્ટિક ગેલ્વેનોમીટર દ્વારા માપવામાં આવે છે)  $7.5 \text{ mC}$  છે. આ ગૂંચળા અને ગેલ્વેનોમીટરનો સંયુક્ત અવરોધ  $0.50 \Omega$  છે. આ ચુંબકની પ્રબળતાનું અનુમાન કરો.
- 6.14** આકૃતિ 6.20 એ કાયમી ચુંબકના ધ્રુવો વચ્ચે લીસા પાટાઓ  $AB$  પર સ્થિત એક ધાતુના સળિયા  $PQ$ ને દર્શાવે છે. આ પાટાઓ, સળિયો અને ચુંબકીયક્ષેત્ર એ ત્રણેય પરસ્પર લંબ દિશામાં છે. એક ગેલ્વેનોમીટર  $G$ ને કળ  $K$  દ્વારા પાટાઓ સાથે જોડાયેલ છે. આ સળિયાની લંબાઈ  $= 15 \text{ cm}$ ,  $B = 0.50 \text{ T}$ , આ સળિયો ધરાવતા બંધ ગાળાનો અવરોધ  $= 9.0 \text{ m}\Omega$  છે. આ ક્ષેત્ર સમાન છે તેમ ધારો.

- (a) ધારોકે, આ  $K$  ખુલ્લી છે અને સળિયાને  $12 \text{ cm s}^{-1}$ ની ઝડપે દર્શાવેલ દિશામાં ખસેડવામાં આવે છે. પ્રેરિત  $\text{emf}$ નું ધ્રુવત્વ અને મૂલ્ય આપો.



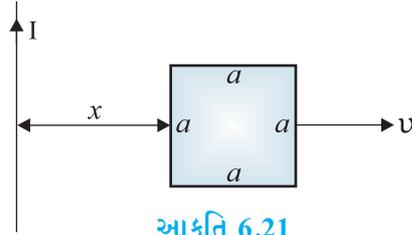
આકૃતિ 6.20

- (b) જ્યારે  $K$  ખુલ્લી હોય ત્યારે સળિયાના છેડાઓ પર કોઈ વધારાનો વિદ્યુતભાર પ્રસ્થાપિત થશે? જો  $K$  બંધ હોય તો શું?
- (c)  $K$  ખુલ્લી હોય અને સળિયો સમાન રીતે ગતિ કરે ત્યારે સળિયાની આ ગતિને કારણે ઈલેક્ટ્રોન ચુંબકીય બળ અનુભવતા હોવા છતાં આ સળિયા  $PQ$ માં ઈલેક્ટ્રોન પર કોઈ ચોખ્ખું બળ નથી. સમજાવો.
- (d) જ્યારે  $K$  બંધ હોય ત્યારે આ સળિયા પર ગતિરોધક બળ કેટલું હશે?

- (e) જ્યારે K બંધ હોય છે ત્યારે આ સળિયાને એ જ ઝડપે ( $= 12 \text{ cm s}^{-1}$ ) ખસેડવા માટે (બાહ્ય એજન્ટ દ્વારા) કેટલો પાવર શક્તિ જરૂરી છે ? જ્યારે K ખુલ્લી હોય ત્યારે કેટલી શક્તિ (પાવર) આવશ્યક છે ?
- (f) આ બંધ પરિપથમાં ઉખારૂપે કેટલી શક્તિ (પાવર)નો વ્યય થાય છે ? આ શક્તિ (પાવર)નો સ્રોત શું છે ?
- (g) ચુંબકીયક્ષેત્ર લંબરૂપે હોવાને બદલે પાટાઓને સમાંતર હોય તો ગતિમાન સળિયામાં પ્રેરિત emf કેટલું થશે ?

**6.15** 30 cm લંબાઈ,  $25 \text{ cm}^2$  આડછેદનું ક્ષેત્રફળ, 500 આંટાઓવાળું અને જેના ગર્ભ ભાગમાં હવા હોય તેવું (એર-કોર્ડ) સૉલેનોઈડ, 2.5 A પ્રવાહનું વહન કરે છે. આ પ્રવાહને અચાનક  $10^{-3}$  s ના ટૂંકા સમયમાં બંધ કરવામાં આવે છે. આ પરિપથમાં ખુલ્લી કળ (સ્વીચ)ના છેડા વચ્ચે પ્રેરિત સરેરાશ બેક emf કેટલું થશે ? આ સૉલેનોઈડના છેડાની નજીક ચુંબકીયક્ષેત્રના ફેરફારને અવગણો.

- 6.16** (a) આકૃતિ 6.21માં બતાવ્યા પ્રમાણે એક લાંબા સુરેખ તાર અને a બાજુવાળા એક ચોરસ ગાળા વચ્ચેના અન્યોન્ય-પ્રેરકત્વ માટેનું સૂત્ર મેળવો.
- (b) હવે ધારોકે સુરેખ તાર 50 A પ્રવાહનું વહન કરે છે અને ગાળાને  $v = 10 \text{ m/s}$  અચળ વેગ સાથે જમણી તરફ ખસેડવામાં આવે છે. જ્યારે  $x = 0.2 \text{ m}$  હોય તે ક્ષણે ગાળામાં પ્રેરિત emfની ગણતરી કરો.  $\mu = 0.1 \text{ m}$  લો અને ધારોકે ગાળો મોટો અવરોધ ધરાવે છે.



આકૃતિ 6.21

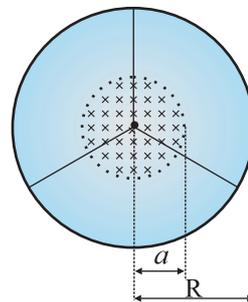
**6.17** એકમ લંબાઈ દીઠ  $\lambda$  જેટલો રેખીય વિદ્યુતભાર, M દ્રવ્યમાન અને R ત્રિજ્યાના વ્હીલની ધાર (રીમ) પર એકસરખી રીતે મૂકવામાં આવેલ છે. આ વ્હીલમાં હલકા અવાહક આરાઓ (Spokes) છે અને તે તેની અક્ષને અનુલક્ષીને ઘર્ષણ વિના ભ્રમણ કરવા મુક્ત છે. એક સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર એ ધારની અંદર વર્તુળાકાર વિભાગમાં વિસ્તરેલ છે. જેને

$$\mathbf{B} = -B_0 \hat{k} \quad (r \leq a; a < R)$$

$$= 0 \quad (\text{અન્યથા})$$

દ્વારા આપવામાં આવે છે.

આ ક્ષેત્ર અચાનક બંધ કર્યા પછી વ્હીલનો કોણીય વેગ શું હશે ?



આકૃતિ 6.22

પ્રકરણ સાત

# પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ

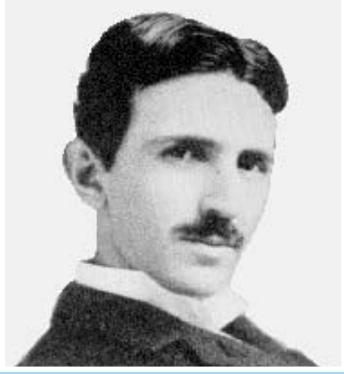
## (ALTERNATING CURRENT)



### 7.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

આપણે અત્યાર સુધીમાં એકદિશ પ્રવાહ (dc)ના સ્રોત અને એકદિશ (dc) સ્રોત સાથેનાં પરિપથોનો વિચાર કર્યો છે. આવા પ્રવાહો સમય સાથે દિશા બદલતા નથી. પરંતુ સમય સાથે બદલાય તેવા વોલ્ટેજ અને પ્રવાહો ખૂબ સામાન્ય છે. આપણા ઘર અને ઓફિસમાં વિદ્યુત મેઈન્સ સપ્લાય એક એવો વોલ્ટેજ છે જે સમય સાથે sine વિધેય મુજબ બદલાય છે. આવા વોલ્ટેજને પ્રત્યાવર્તી વોલ્ટેજ (ac voltage) કહે છે અને તેના વડે પરિપથમાં વહેતા વિદ્યુતપ્રવાહને, પ્રત્યાવર્તી (ઉલટસુલટ) વિદ્યુતપ્રવાહ (ac current)\* કહે છે. આજે આપણે ઉપયોગમાં લેતા મોટાભાગનાં વિદ્યુત ઉપકરણોને એસી વોલ્ટેજની જરૂર પડે છે. આનું મુખ્ય કારણ એ છે કે પાવર કંપનીઓ દ્વારા વેચાતી વિદ્યુતઊર્જાનું પ્રસારણ અને વહેંચણી, પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ સ્વરૂપે થાય છે. ડીસી વોલ્ટેજને બદલે એસી વોલ્ટેજનો ઉપયોગ પસંદ કરવાનું મુખ્ય કારણ એ છે કે બે ટ્રાન્સફોર્મરની મદદથી ac વોલ્ટેજને એક વોલ્ટેજમાંથી બીજા વોલ્ટેજમાં સરળતાથી અને અસરકારક રીતે રૂપાંતર કરી શકાય છે. ઉપરાંત વિદ્યુતઊર્જાનું કરકસર યુક્ત લાંબા અંતર સુધી પ્રસારણ કરી શકાય છે. એસી પરિપથો એવી ઘણી લાક્ષણિકતાઓ ધરાવે છે જેનો ઉપયોગ રોજિંદા જીવનમાં વપરાતા ઘણાં ઉપકરણોમાં થાય છે. ઉદાહરણ તરીકે જ્યારે આપણે આપણા મનપસંદ રેડિયો સ્ટેશન માટે રેડિયો ટ્યુન કરીએ છીએ ત્યારે એસી પરિપથનાં વિશિષ્ટ ગુણધર્મોનો લાભ લઈએ છીએ. તે પૈકીનાં એકનો અભ્યાસ તમે આ પ્રકરણમાં કરશો.

\* એસી વોલ્ટેજ અને એસી પ્રવાહ શબ્દસમૂહ અનુક્રમે વિરોધાત્મક અને અનાવશ્યક છે. કારણ કે તેમના શબ્દશઃ અર્થ પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ વોલ્ટેજ અને પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ પ્રવાહ છે. હજુ પણ ટૂંકાક્ષર ac, સરળ આવર્ત (પ્રસંવાદી) પ્રકારે સમય પરનું અવલંબન (Dependence) દર્શાવતી વિદ્યુતરાશિઓને રજૂ કરવા માટે એટલાં તો સાર્વત્રિક રીતે સ્વીકારાયાં છે કે આપણે તેના ઉપયોગમાં અન્ય સહુને અનુસરીશું. ઉપરાંત, સામાન્યતઃ ઉપયોગમાં લેવાતા બીજા શબ્દ વોલ્ટેજનો અર્થ બે બિંદુઓ વચ્ચેનો વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત થાય છે.



**નિકોલા ટેસ્લા (Nicola Tesla) (1856-1943)** : સર્બિયન-અમેરિકન શોધક (Inventor) અને પ્રતિભાશાળી વૈજ્ઞાનિક હતા. તેમણે ભ્રમણ કરતા ચુંબકીયક્ષેત્રની કલ્પના કરી, જે વ્યાવહારિક રીતે બધી જ પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ મશીનરીનો આધાર બની છે અને તે વિદ્યુતપાવરનાં યુગમાં પ્રવેશ માટે મદદરૂપ થઈ. તેમણે શોધેલી અન્ય વસ્તુઓમાં ઈન્ડક્શન મોટર, ac પાવરની પોલીફેઝ સિસ્ટમ (બહુકળાતંત્ર) રેડિયો અને ટેલિવિઝન સેટ તથા અન્ય ઇલેક્ટ્રોનિક ઉપકરણોમાં વપરાતી ઉચ્ચ આવૃત્તિવાળી ઈન્ડક્શન કોઈલ (ટેસ્લા કોઈલ)નો સમાવેશ થાય છે. ચુંબકીયક્ષેત્રના SI એકમનું નામ તેમનાં માનમાં રાખવામાં આવ્યું છે.

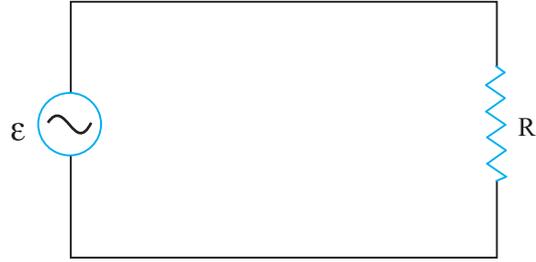
નિકોલા ટેસ્લા (Nicola Tesla) (1856-1943)

## 7.2 અવરોધકને લાગુ પાડેલ AC વોલ્ટેજ (AC VOLTAGE APPLIED TO A RESISTOR)

આકૃતિ 7.1માં અવરોધકને ac વોલ્ટેજ સ્રોત  $\mathcal{E}$  સાથે જોડેલો દર્શાવેલ છે. પરિપથમાં ac સ્રોતની સંજ્ઞા  $\ominus$  છે. આપણે એવો ac સ્રોત ધ્યાનમાં લઈએ છીએ કે જે તેનાં બે છેડા વચ્ચે સાર્થક વિધેય મુજબ બદલાતો જતો વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત ઉત્પન્ન કરે. આવા વિદ્યુતસ્થિતિમાન તફાવતને એસી વોલ્ટેજ પણ કહે છે. જે નીચે મુજબ આપી શકાય છે.

$$v = v_m \sin \omega t \quad (7.1)$$

જ્યાં  $v_m$  દોલન પામતા વિદ્યુતસ્થિતિમાન તફાવતનો કંપવિસ્તાર છે અને  $\omega$  તેની કોણીય આવૃત્તિ છે.



આકૃતિ 7.1 અવરોધકને લાગુ પાડેલ ac વોલ્ટેજ

અવરોધકમાંથી પસાર થતો વિદ્યુતપ્રવાહ શોધવા માટે આકૃતિ 7.1માં દર્શાવેલ પરિપથને કિર્યોફનો બંધગાળા (Loop)નો નિયમ  $\sum \mathcal{E}(t) = 0$  (પરિચ્છેદ 3.13 જુઓ) લાગુ પાડતાં નીચેનું સમીકરણ મળે.

$$v_m \sin \omega t = i R$$

$$\text{અથવા } i = \frac{v_m}{R} \sin \omega t$$

અહીં,  $R$  અચળ હોવાથી આપણે આ સમીકરણને નીચે મુજબ લખી શકીએ.

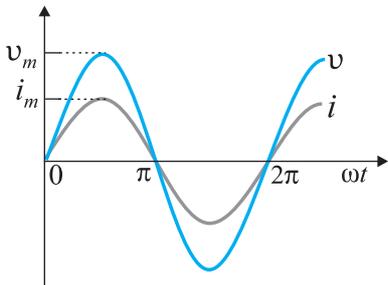
$$i = i_m \sin \omega t \quad (7.2)$$

જ્યાં, પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર  $i_m$  નીચે મુજબ છે.

$$i_m = \frac{v_m}{R} \quad (7.3)$$

સમીકરણ (7.3) માત્ર ઓહ્મનો નિયમ છે જે અવરોધક માટે, ac વોલ્ટેજ અને dc વોલ્ટેજ બંને માટે સમાન રીતે લાગુ પડે છે. સમીકરણ (7.1) અને (7.2) મુજબ શુદ્ધ અવરોધકનાં બે છેડા વચ્ચેનો વોલ્ટેજ અને તેમાંથી પસાર થતા વીજપ્રવાહને સમયનાં વિધેય તરીકે આકૃતિ (7.2) માં દર્શાવેલ છે. એ વાત ખાસ નોંધો કે,  $v$  અને  $i$  બંને એક જ સમયે શૂન્ય, લઘુત્તમ અને મહત્તમ મૂલ્યો ધારણ કરે છે. સ્પષ્ટ છે કે, વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ બંને એકબીજા સાથે સમાન કળામાં છે.

આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજની માફક જ પ્રવાહ સાર્થક વક્ર મુજબ બદલાય છે અને પ્રત્યેક ચક્ર દરમિયાન તેને અનુરૂપ ધન અને ઋણ મૂલ્યો ધારણ કરે છે. આમ, એક પૂર્ણચક્ર દરમિયાન તત્કાલિન પ્રવાહનાં મૂલ્યોનો સરવાળો શૂન્ય છે અને સરેરાશ પ્રવાહ શૂન્ય છે. સરેરાશ પ્રવાહ શૂન્ય છે તે હકીકતનો અર્થ એ નથી કે વપરાતો (વ્યય થતો) સરેરાશ પાવર પણ શૂન્ય છે અને વિદ્યુતઊર્જાનો વ્યય થતો નથી. તમે જાણો છો તે મુજબ,



આકૃતિ 7.2 શુદ્ધ અવરોધકમાં વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ સમાનકળામાં હોય છે. ન્યૂનતમ, શૂન્ય અને મહત્તમ એક જ અનુરૂપ સમયે રચાય છે.

## પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ

જુલ ઉષ્મા  $i^2R$  સૂત્ર વડે અપાય છે અને તે  $i^2$  (જે હંમેશાં ધન હોય છે પછી ભલે  $i$  ધન હોય કે ઋણ ) પર આધારિત છે અને  $i$  પર આધારિત નથી. આમ, અવરોધકમાંથી એસી પ્રવાહ પસાર થાય છે ત્યારે જુલ ઉષ્મા ઉદ્ભવે અને વિદ્યુતઊર્જાનો વ્યય થાય છે.

અવરોધકમાં વ્યય થતો તત્કાલિન પાવર

$$p = i^2R = i_m^2 R \sin^2 \omega t \quad (7.4)$$

એક પૂર્ણ ચક્ર દરમ્યાન સરેરાશ પાવર  $p^*$  નું મૂલ્ય,

$$\bar{p} = \langle i^2R \rangle = \langle i_m^2 R \sin^2 \omega t \rangle \quad [7.5(a)]$$

જ્યાં, અક્ષર પર (અહીં  $p$  પર) બારની નિશાની તેનું સરેરાશ મૂલ્ય સૂચવે છે અને  $\langle \dots \rangle$  કૉસની અંદર રહેલી રાશિનું સરેરાશ મૂલ્ય લેવાનું સૂચવે છે.  $i_m^2$  અને  $R$  અચળ રાશિઓ હોવાથી,

$$\bar{p} = i_m^2 R \langle \sin^2 \omega t \rangle \quad [7.5(b)]$$

ત્રિકોણમિતિય સંમિતિ મુજબ,

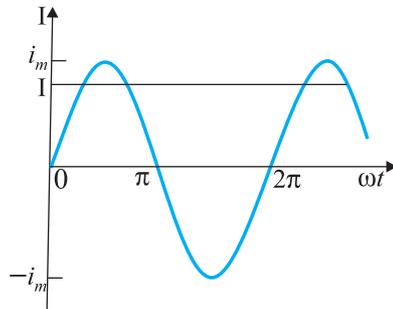
$$\sin^2 \omega t = (1/2)(1 - \cos 2\omega t)$$

નો ઉપયોગ કરતાં આપણને  $\langle \sin^2 \omega t \rangle = (1/2)(1 - \langle \cos 2\omega t \rangle)$  મળે અને  $\langle \cos 2\omega t \rangle^{**} = 0$  હોવાથી

$$\langle \sin^2 \omega t \rangle = (1/2)$$

$$\text{આમ, } \bar{p} = \frac{1}{2} i_m^2 R \quad (7.5)$$

dc પાવર ( $P = I^2R$ )ના સ્વરૂપ જેવા જ સ્વરૂપમાં ac પાવરને રજૂ કરવા માટે પ્રવાહનું એક વિશિષ્ટ મૂલ્ય વ્યાખ્યાયિત કરીને તેનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. તેને સરેરાશ વર્ગિતનું વર્ગમૂળ (rms) અથવા અસરકારક પ્રવાહ કહે છે (આકૃતિ 7.3) તથા તેને  $I_{rms}$  અથવા  $I$  વડે દર્શાવાય છે.

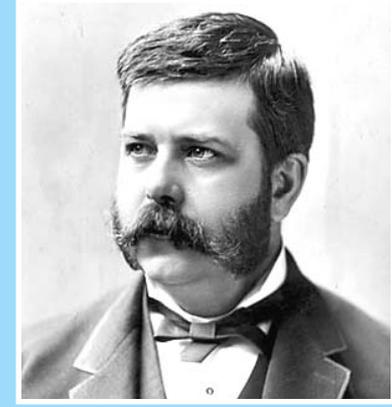


**આકૃતિ 7.3** rms પ્રવાહ  $I$  મહત્તમ પ્રવાહ  $i_m$  સાથે  $I = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 0.707 i_m$  સંબંધ ધરાવે છે.

\* એક આવર્તકાળ (T) પર કોઈ વિધેય  $F(t)$ નું સરેરાશ મૂલ્ય

$$\langle F(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T F(t) dt \text{ સૂત્ર પરથી મળે.}$$

$$** \langle \cos 2\omega t \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \cos 2\omega t dt = \frac{1}{T} \left[ \frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right]_0^T = \frac{1}{2\omega T} [\sin 2\omega T - 0] = 0$$



**જ્યોર્જ વેસ્ટિંગહાઉસ (George Westinghouse) (1846-1914)** dc પ્રવાહને બદલે ac (પ્રત્યાવર્તી) પ્રવાહનાં ઉપયોગ કરવા માટેનાં ટોચનાં પક્ષકાર. આમ તે dc પ્રવાહના સમર્થક થોમસ અલ્વા એડિસન સાથે સંઘર્ષમાં આવ્યા. વેસ્ટિંગહાઉસને એમ સમજાયું હતું કે, પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહની ટેકનોલોજી એ વિદ્યુતના ભવિષ્યની ચાવી છે. તેઓએ પોતાનાં નામે પ્રસિદ્ધ કંપનીની સ્થાપના કરી અને મોટા પાયે અગ્રણી બનવા માટે નિકોલા ટેસ્લા તેમજ અન્ય સંશોધનકારોને પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ મોટરો અને ઊંચા વોલ્ટેજ ધરાવતા પ્રવાહનાં ટ્રાન્સમિશન માટેનાં સાધનોનાં વિકાસ માટે તેમાં નિયુક્ત કર્યા.

જ્યોર્જ વેસ્ટિંગહાઉસ (George Westinghouse) (1846-1914)

તેને નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત કરાય છે.

$$I = \sqrt{i^2} = \sqrt{\frac{1}{2} i_m^2} = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 0.707 i_m \quad (7.6)$$

P વડે દર્શાવાતો સરેરાશ પાવર I નાં પદમાં

$$P = \bar{p} = \frac{1}{2} i_m^2 R = I^2 R \quad (7.7)$$

પરથી મળે. આ જ રીતે, આપણે rms વોલ્ટેજ અથવા અસરકારક વોલ્ટેજ

$$V = \frac{v_m}{\sqrt{2}} = 0.707 v_m \quad (7.8)$$

તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરીએ છીએ. સમીકરણ (7.3) પરથી આપણને

$$\begin{aligned} v_m &= i_m R \\ \text{અથવા } \frac{v_m}{\sqrt{2}} &= \frac{i_m}{\sqrt{2}} R \\ \text{અથવા } V &= IR \end{aligned} \quad (7.9)$$

મળે. સમીકરણ (7.9) ac વોલ્ટેજ અને ac પ્રવાહ વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવે છે અને તે dc વોલ્ટેજ-પ્રવાહ વચ્ચેનાં સંબંધ જેવો જ છે. rms મૂલ્યોનો ખ્યાલ (concept) દાખલ કરવાનો આ ફાયદો દર્શાવે છે. rms મૂલ્યોના પદમાં ac પરિપથમાં વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ વચ્ચેનાં સંબંધો અને પાવરનું સમીકરણ [સમીકરણ (7.7)] dc પરિપથોના કિસ્સામાં મળતાં સંબંધો જેવાં જ છે.

પરંપરાગત રીતે ac રાશિઓનાં rms મૂલ્યો માપવામાં અને રજૂ કરવામાં આવે છે. ઉદાહરણ તરીકે, ઘરવપરાશ માટેનો 220 V એ મહત્તમ વોલ્ટેજ,

$$v_m = \sqrt{2} V = (1.414)(220 \text{ V}) = 311 \text{ V}$$

નું rms મૂલ્ય છે.

હકીકતમાં પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહમાં થતાં સરેરાશ પાવર વ્યય જેટલો જ પાવર વ્યય જે સમતુલ્ય dc પ્રવાહ દ્વારા થાય તેને I અથવા rms પ્રવાહ કહે છે. આમ, સમીકરણ (7.7) નીચે મુજબ પણ લખી શકાય.

$$P = V^2/R = IV \quad (\text{જ્યાં } V = IR)$$

**ઉદાહરણ 7.1** 220 V સપ્લાય માટે એક વિદ્યુત બલ્બ 100 Wનું રેટીંગ ધરાવે છે. (a) બલ્બનો અવરોધ (b) સ્રોત વોલ્ટેજનું મહત્તમ મૂલ્ય અને (c) બલ્બમાંથી વહેતા પ્રવાહનું rms મૂલ્ય શોધો.

**ઉકેલ**

(a) આપણને પાવર  $P = 100 \text{ W}$ ,  $V = 220 \text{ V}$  આપેલ છે.

$$\text{બલ્બનો અવરોધ } R = \frac{V^2}{P} = \frac{(220 \text{ V})^2}{100 \text{ W}} = 484 \Omega$$

(b) સ્રોત વોલ્ટેજનું મહત્તમ મૂલ્ય

$$v_m = \sqrt{2} V = 311 \text{ V}$$

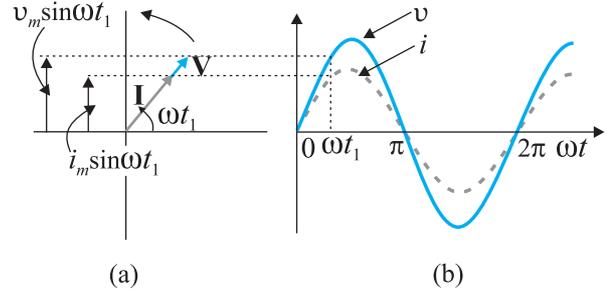
(c)  $P = IV$  પરથી,

$$I = \frac{P}{V} = \frac{100 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 0.454 \text{ A}$$

### 7.3 ઘૂમતા સદિશો (ફેઝર્સ) વડે AC પ્રવાહ અને વોલ્ટેજની રજૂઆત (REPRESENTATION OF AC CURRENT AND VOLTAGE BY ROTATING VECTORS – PHASORS)

અગાઉનાં પરિચ્છેદમાં આપણે શીખ્યા કે અવરોધકમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ ac વોલ્ટેજ સાથે કળામાં હોય છે પરંતુ ઈન્ડક્ટર, કેપેસિટર અથવા આવા પરિપથ ઘટકોનું સંયોજન હોય તેવા કિસ્સાઓમાં આવું હોતું નથી. ac પરિપથમાં પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ વચ્ચેનાં કળા સંબંધો દર્શાવવા માટે આપણે ફેઝરની કલ્પના/ખ્યાલનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. ફેઝર ડાયાગ્રામનાં ઉપયોગથી ac પરિપથોનું વિશ્લેષણ સરળ બને છે.

ફેઝર\* એક સદિશ છે કે જે આકૃતિ 7.4માં દર્શાવ્યા મુજબ ઉગમબિંદુની આસપાસ  $\omega$  કોણીય ઝડપથી ભ્રમણ કરે છે.  $V$  અને  $I$  ફેઝરના ઉર્ધ્વ ઘટકો sine વક્ર અનુસાર બદલતી રાશીઓ  $v$  અને  $i$ ને રજૂ કરે છે.  $V$  અને  $I$  ફેઝરનાં માન આ આંદોલિત રાશીઓના કંપવિસ્તાર અથવા મહત્તમ મૂલ્યો  $v_m$  અને  $i_m$  દર્શાવે છે. આકૃતિ 7.4(a), ac સ્રોત સાથે જોડેલ અવરોધક માટેનાં આકૃતિ 7.1માં દર્શાવેલ પરિપથને અનુરૂપ  $t_1$  સમયે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહનાં ફેઝર અને તેમની વચ્ચેનાં સંબંધ દર્શાવે છે. વોલ્ટેજ અને પ્રવાહનાં ઉર્ધ્વ અક્ષ પરનાં પ્રક્ષેપો એટલે કે  $v_m \sin \omega t$  તથા  $i_m \sin \omega t$  તે ક્ષણે અનુક્રમે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહનાં મૂલ્યો દર્શાવે છે. જેમ તેઓ આવૃત્તિ  $\omega$  સાથે ભ્રમણ કરે છે તેમ આકૃતિ 7.4(b) મુજબનાં વક્રો રચાતા જાય છે. અવરોધકનાં કિસ્સામાં  $V$  અને  $I$ નાં બંને ફેઝર એક જ દિશામાં છે, તેમ આકૃતિ 7.4(a) પરથી જોઈ શકાય છે. આનો અર્થ એ છે કે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ વચ્ચેનો કળા તફાવત શુન્ય છે.



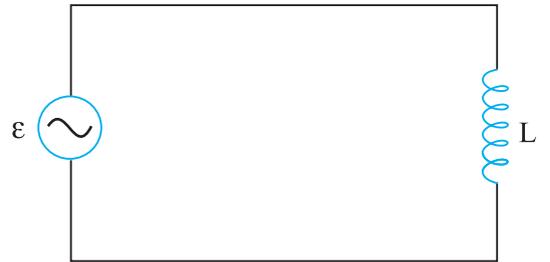
આકૃતિ 7.4 (a) આકૃતિ 7.1માં દર્શાવેલ પરિપથ માટે ફેઝર ડાયાગ્રામ (b)  $v$  અને  $i$  વિરૂદ્ધ  $(\omega t)$ નો આલેખ

### 7.4 ઈન્ડક્ટર (પ્રેરક ગૂંચળા)ને લાગુ પાડેલ AC વોલ્ટેજ (AC VOLTAGE APPLIED TO AN INDUCTOR)

આકૃતિ 7.5માં ઈન્ડક્ટર સાથે ac સ્રોત જોડેલ છે. સામાન્ય રીતે ઈન્ડક્ટરમાં વીંટાળેલ વાહક ગૂંચળા (વાઈન્ડિંગ)ને ગણનાપાત્ર અવરોધ હોય છે, પરંતુ આપણે ધારી લઈશું કે ઈન્ડક્ટરને અવગણી શકાય તેટલો અવરોધ છે. આમ, પરિપથ શુદ્ધ ઈન્ડક્ટીવ ac પરિપથ છે. ધારો કે સ્રોતનાં બે છેડા વચ્ચેનો વોલ્ટેજ  $v = v_m \sin \omega t$  છે. કિર્યોફનાં બંધગાળાનાં નિયમ  $\sum \mathcal{E}(t) = 0$ નો ઉપયોગ કરતાં અને આ પરિપથમાં અવરોધ ન હોવાથી,

$$v - L \frac{di}{dt} = 0 \quad (7.10)$$

જ્યાં, બીજું પદ ઈન્ડક્ટરમાં આત્મપ્રેરિત ફેરેડે  $emf$  છે અને  $L$  ઈન્ડક્ટરનું આત્મપ્રેરકત્વ છે. ઋણ નિશાની લેન્ડના નિયમ (પ્રકરણ-6) પરથી આવે છે.



આકૃતિ 7.5 ઈન્ડક્ટર (પ્રેરકગૂંચળા) સાથે જોડેલ એસી સ્રોત

\* ac પરિપથોમાં વોલ્ટેજ અને પ્રવાહને ઘૂમતા સદિશો - ફેઝર દ્વારા નિરૂપણ કરવામાં આવે છે તેમ છતાં પોતે સદિશ નથી. તેઓ અદિશ રાશીઓ છે. અહીં, આવર્ત રીતે બદલાતા જતા અદિશોની કળાઓ અને કંપવિસ્તારો, ઘૂમતા સદિશોના અનુરૂપ મૂલ્યો અને દિશા ધરાવતા પ્રક્ષેપોની જેમ જ ગાણિતીક રીતે સંયોજાય છે. આવર્ત રીતે બદલાતી જતી અદિશ રાશીઓનો સરવાળો, આપણે જાણીએ છીએ તેવા સરળ નિયમોથી કરી શકાય તે માટે જ તેમને રજૂ કરવા, ઘૂમતાં સદિશોને દાખલ કરેલા છે.

સમીકરણ (7.1) અને (7.10)નો સમન્વય કરતાં,

$$\frac{di}{dt} = \frac{v}{L} = \frac{v_m}{L} \sin \omega t \quad (7.11)$$

સમીકરણ (7.11) સૂચવે છે કે પ્રવાહ  $i(t)$  સમય પરનું એવું વિધેય છે કે જેનો ઢાળ  $di/dt$ , sine વિધેય મુજબ (sinusoidally) બદલાતી જતી રાશિ હોય, જેની કળા સ્રોત વોલ્ટેજના જેટલી છે અને તેનો કંપવિસ્તાર  $v_m / L$  વડે આપી શકાય છે. પ્રવાહ મેળવવા માટે આપણે  $di/dt$ નું સમય સાપેક્ષે સંકલન કરીશું.

$$\int \frac{di}{dt} dt = \frac{v_m}{L} \int \sin(\omega t) dt$$

$$\text{આ પરથી, } i = -\frac{v_m}{\omega L} \cos(\omega t) + \text{અચળ}$$

સંકલનના અચળાંકને પ્રવાહનું પરિમાણ છે અને તે સમયથી સ્વતંત્ર છે. સ્રોતનું  $emf$  શૂન્યની આસપાસ સંમિતિય રીતે દોલન કરે છે, તેથી તેનાથી મળતો પ્રવાહ શૂન્યની આસપાસ સંમિતિય રીતે દોલન કરે છે અને તેથી અચળ પ્રવાહ કે પ્રવાહનો સમયથી સ્વતંત્ર (સમય પર આધારિત ન હોય તેવો) કોઈ ઘટક અસ્તિત્વ ધરાવતો નથી. માટે, સંકલનનો અચળાંક શૂન્ય છે.

$$-\cos(\omega t) = \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ નો ઉપયોગ કરતાં આપણને,}$$

$$i = i_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (7.12)$$

મળે. જ્યાં,  $i_m = \frac{v_m}{\omega L}$  પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર છે. રાશિ  $\omega L$  એ અવરોધ સાથે સામ્ય ધરાવતી રાશિ છે જેને ઈન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સ કહે છે અને તે  $X_L$  વડે દર્શાવાય છે.

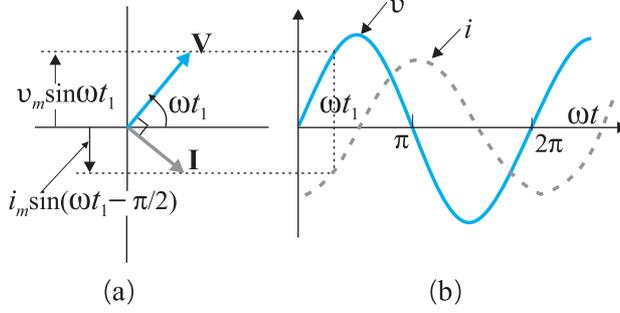
$$X_L = \omega L \quad (7.13)$$

આથી, પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર

$$i_m = \frac{v_m}{X_L} \quad (7.14)$$

ઈન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સનું પરિમાણ અવરોધનાં પરિમાણ જેવું જ અને તેનો SI એકમ ઓહ્મ ( $\Omega$ ) છે. શુદ્ધ અવરોધક પરિપથમાં જેમ અવરોધ પ્રવાહ ને સીમિત (મર્યાદિત) કરે છે તેવી જ રીતે શુદ્ધ ઈન્ડક્ટીવ પરિપથમાં ઈન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સ પ્રવાહને સિમિત કરે છે. ઈન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સ, ઈન્ડક્ટન્સ અને પ્રવાહની આવૃત્તિના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

સ્રોત વોલ્ટેજ અને ઈન્ડક્ટરમાં વહેતા પ્રવાહ માટે સમીકરણ (7.1) અને સમીકરણ (7.12)ની સરખામણી દર્શાવે છે કે પ્રવાહ વોલ્ટેજ કરતાં કળામાં  $\pi/2$  જેટલો અથવા એક ચતુર્થાંશ ચક્ર ( $1/4$  cycle) જેટલો પાછળ છે. પ્રસ્તુત કિસ્સામાં કોઈ એક ક્ષણ ( $t_1$ ) માટે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહનાં ફેઝર આકૃતિ 7.6(a)માં દર્શાવેલ છે. પ્રવાહ ફેઝર  $I$  વોલ્ટેજ ફેઝર  $V$  કરતાં  $\pi/2$  જેટલો પાછળ છે. જ્યારે તેમને કોણીય આવૃત્તિ  $\omega$  સાથે વિષમઘડી દિશામાં ભ્રમણ કરાવવામાં આવે ત્યારે સમીકરણ (7.1) અને (7.12) દ્વારા રજૂ થતા અનુક્રમે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ રચાય છે, જેને આકૃતિ 7.6(b)માં દર્શાવેલ છે.



આકૃતિ 7.6 (a) આકૃતિ 7.5માં દર્શાવેલ પરિપથ માટે ફેઝર ડાયાગ્રામ  
(b)  $v$  અને  $i$  વિદ્યુદ્ધ  $\omega t$ નો આલેખ

આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, પ્રવાહ વોલ્ટેજ કરતાં એક ચતુર્થાંશ આવર્તકાળ  $\left[\frac{T}{4} = \frac{\pi/2}{\omega}\right]$  પછી તેનું મહત્તમ મૂલ્ય મેળવે છે. તમે જોયું કે ઈન્ડક્ટરને રીએક્ટન્સ છે, જેમ dc પરિપથમાં અવરોધ વડે પ્રવાહ મર્યાદિત થાય તેવી જ રીતે રીએક્ટન્સ ac પ્રવાહને મર્યાદિત કરે છે. શું તે અવરોધની માફક પાવર વ્યય કરતો હશે? આવો આપણે તે શોધવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

ઈન્ડક્ટરને મળતો તત્કાલિન પાવર

$$\begin{aligned} p_L &= i v = i_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \times v_m \sin(\omega t) \\ &= -i_m v_m \cos(\omega t) \sin(\omega t) \\ &= -\frac{i_m v_m}{2} \sin(2\omega t) \end{aligned}$$

આથી, એક પૂર્ણ ચક્ર દરમિયાનનો સરેરાશ પાવર

$$\begin{aligned} P_L &= \left\langle -\frac{i_m v_m}{2} \sin(2\omega t) \right\rangle \\ &= \frac{-i_m v_m}{2} \langle \sin(2\omega t) \rangle = 0 \end{aligned}$$

છે. કારણ કે, એક પૂર્ણ ચક્ર પર  $\sin(2\omega t)$ નું સરેરાશ શૂન્ય છે. આમ, એક પૂર્ણ ચક્ર પર ઈન્ડક્ટરને પૂરો પડતો સરેરાશ પાવર શૂન્ય હોય છે.

આ બાબતને આકૃતિ 7.7 વિસ્તારથી સમજાવે છે.

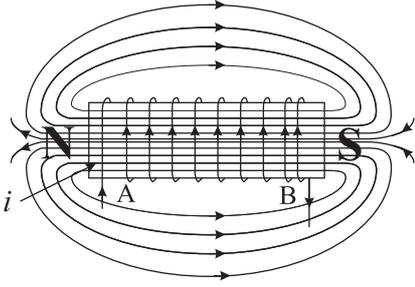
**ઉદાહરણ 7.2** 25.0 mHનાં એક શુદ્ધ ઈન્ડક્ટરને 220 Vના સ્રોત સાથે જોડેલ છે. જો સ્રોતની આવૃત્તિ 50 Hz હોય તો ઈન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સ અને પરિપથનો rms પ્રવાહ શોધો.

**ઉકેલ** ઈન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સ,

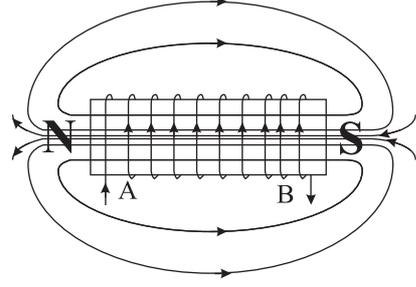
$$\begin{aligned} X_L &= 2\pi v L = 2 \times 3.14 \times 50 \times 25 \times 10^{-3} \Omega \\ &= 7.85 \Omega \end{aligned}$$

પરિપથમાં rms પ્રવાહ

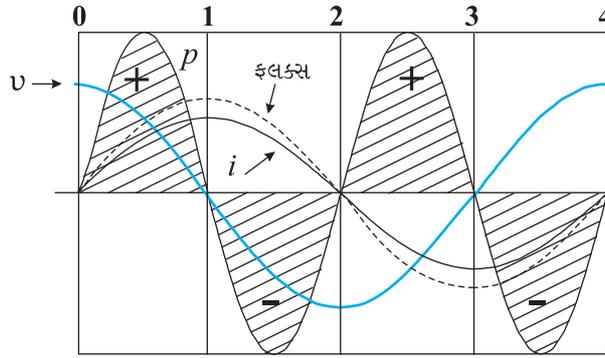
$$I = \frac{V}{X_L} = \frac{220 \text{ V}}{7.85 \Omega} = 28 \text{ A}$$



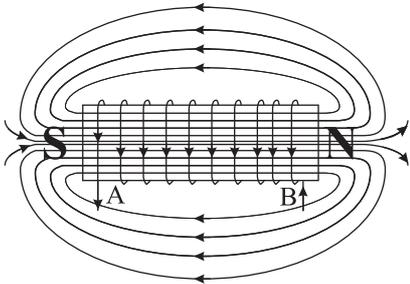
0-1 દરમિયાન A પાસેથી ગૂંચળામાં દાખલ થતો પ્રવાહ  $i$  શૂન્યથી મહત્તમ મૂલ્ય સુધી વધે છે. ફ્લક્સ રેખાઓ પ્રસ્થાપિત થાય છે એટલે કે કોર (Core) ચુંબકત્વ ધારણ કરે છે. દર્શાવેલ ધ્રુવત્વ (Polarity) મુજબ વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ બંને ધન (Positive) છે. તેથી તેમનો ગુણાકાર  $p$  ધન છે. સ્રોતમાંથી ઊર્જાનું શોષણ થાય છે.



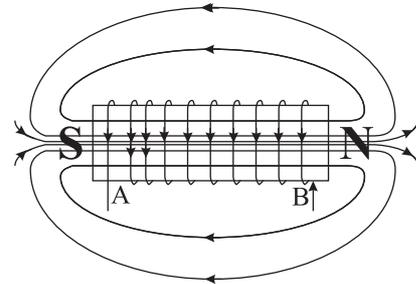
1-2 દરમિયાન ગૂંચળામાં વહેતો પ્રવાહ હજુ ધન છે, પરંતુ તે ઘટતો જાય છે. કોર ચુંબકત્વ ગુમાવે છે (Demagnetize થાય છે) અને અર્ધ ચક્ર પૂર્ણ થાય ત્યારે કુલ ફ્લક્સ શૂન્ય થાય છે. વોલ્ટેજ  $v$  ઋણ છે (કારણ કે,  $di/dt$  ઋણ છે.) વોલ્ટેજ અને પ્રવાહનો ગુણાકાર  $p$  ઋણ થાય છે અને સ્રોતને ઊર્જા પાછી મળવા લાગે છે.



વોલ્ટેજ/પ્રવાહનું એક પૂર્ણ ચક્ર. નોંધો કે પ્રવાહ વોલ્ટેજ કરતાં પાછળ પડેલ છે.



2-3 દરમિયાન પ્રવાહ  $i$  ઋણ બને છે એટલે કે તે B પાસેથી દાખલ થાય છે અને A પાસેથી બહાર આવે છે. પ્રવાહની દિશા ઉલટાઈ જવાને કારણે ચુંબકની ધ્રુવત્વ (પોલારીટી) બદલાય છે. પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ બંને ઋણ છે માટે તેમનો ગુણાકાર  $p$  ધન બને છે. ઊર્જાનું શોષણ થાય છે.

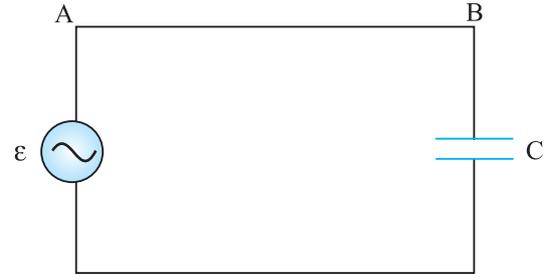


3-4 દરમિયાન પ્રવાહ  $i$  ઘટવા લાગે છે અને 4 પાસે તેનું મૂલ્ય શૂન્ય થાય છે. કોર ચુંબકત્વ ગુમાવે છે અને ફ્લક્સ શૂન્ય બને છે. વોલ્ટેજ ધન હોય છે પરંતુ પ્રવાહ ઋણ હોય છે તેથી પાવર  $p$  ઋણ થાય છે. અર્ધચક્ર 2-3 મુજબ 1/4 ચક્ર દરમિયાન શોષાયેલ ઊર્જા સ્રોતને પાછી મળે છે.

### 7.5 કેપેસીટર (સંધારક)ને લાગુ પાડેલ AC વોલ્ટેજ (AC VOLTAGE APPLIED TO A CAPACITOR)

આકૃતિ 7.8 શુદ્ધ કેપેસીટીવ ac પરિપથ દર્શાવે છે, જેમાં  $v = v_m \sin \omega t$  ac વોલ્ટેજ ઉત્પન્ન કરતો ac સ્રોત  $\varepsilon$  માત્ર કેપેસીટર સાથે જોડેલ છે.

જ્યારે dc પરિપથમાં વોલ્ટેજ સ્રોત સાથે કેપેસીટરને જોડવામાં આવે છે ત્યારે થોડા સમય માટે પ્રવાહ પસાર થાય છે, જે કેપેસીટરને વિદ્યુતભારિત (Charge) કરવા માટે જરૂરી છે. કેપેસીટરની પ્લેટો પર વિદ્યુતભાર એકઠો થતાં બે પ્લેટો વચ્ચેનો વોલ્ટેજ વધે છે જે પ્રવાહનો વિરોધ કરે છે. આમ, dc પરિપથમાં જેમ કેપેસીટર વિદ્યુતભારિત (ચાર્જ) થતું જાય તેમ કેપેસીટર પ્રવાહને મર્યાદિત કરે છે અથવા તેનો વિરોધ કરે છે. જ્યારે કેપેસીટર સંપૂર્ણ વિદ્યુતભારિત (ચાર્જ) થાય છે ત્યારે પરિપથનો પ્રવાહ ઘટીને શૂન્ય બને છે.



આકૃતિ 7.8 કેપેસીટર સાથે જોડેલ ac સ્રોત

જ્યારે કેપેસીટરને ac સ્રોત સાથે આકૃતિ 7.8 મુજબ જોડવામાં આવે છે ત્યારે તે પ્રવાહને સીમિત અથવા નિયંત્રિત કરે છે, પરંતુ વિદ્યુતભારના વહનને સંપૂર્ણ રીતે રોકતું નથી. જેમ પ્રવાહ પ્રત્યેક અર્ધચક્ર દરમિયાન ઉલટાય છે તેમ કેપેસીટર આવર્ત રીતે વિદ્યુતભારિત (ચાર્જ) અને વિદ્યુતવિભારિત (ડિસ્ચાર્જ) થતું રહે છે. ધારો કે કોઈ એક  $t$  ક્ષણે કેપેસીટર પરનો વિદ્યુતભાર  $q$  છે. બે પ્લેટો વચ્ચે તાત્કાલિક વોલ્ટેજ  $v$

$$v = \frac{q}{C} \quad (7.15)$$

છે. કિર્ચોફના અંધગાળાનાં નિયમ મુજબ સ્રોતનાં બે છેડા વચ્ચેનો અને કેપેસીટરની બે પ્લેટ વચ્ચેનો વોલ્ટેજ સમાન હોય છે.

$$v_m \sin \omega t = \frac{q}{C}$$

પ્રવાહ શોધવા માટે આપણે  $i = \frac{dq}{dt}$  સંબંધનો ઉપયોગ કરીશું.

$$i = \frac{d}{dt}(v_m C \sin \omega t) = \omega C v_m \cos(\omega t)$$

$\cos(\omega t) = \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$  સંબંધનો ઉપયોગ કરતાં,

$$i = i_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (7.16)$$

જ્યાં,  $i_m = \omega C v_m$  દોલિત થતા પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર છે. તેને આપણે નીચે મુજબ ફરી લખી શકીએ.

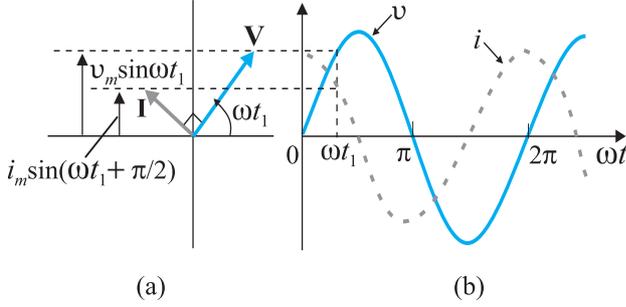
$$i_m = \frac{v_m}{(1/\omega C)}$$

આ સમીકરણને શુદ્ધ અવરોધકીય પરિપથ માટેનાં  $i_m = v_m/R$  સાથે સરખાવતાં, આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે,  $(1/\omega C)$  અવરોધના જેવો જ ભાગ ભજવે છે. તેને કેપેસીટીવ રીએક્ટન્સ કહે છે અને તેને  $X_C$  વડે દર્શાવાય છે.

$$X_C = 1/\omega C \quad (7.17)$$

તેથી પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર

$$i_m = \frac{v_m}{X_C} \quad (7.18)$$



આકૃતિ 7.9 (a) આકૃતિ 7.8માં દર્શાવેલ પરિપથ માટે ફેઝર ડાયાગ્રામ (b)  $v$  અને  $i$  વિરૂદ્ધ  $\omega t$ નો આલેખ

કેપેસિટીવ રીએક્ટન્સનું પરિમાણ અવરોધનાં પરિમાણ જેવું જ છે અને તેનો SI એકમ ohm( $\Omega$ ) છે. શુદ્ધ અવરોધવાળા પરિપથમાં જેમ અવરોધ પ્રવાહને સીમિત (નિયંત્રિત) કરે છે તેવી જ રીતે શુદ્ધ કેપેસિટીવ પરિપથમાં કેપેસિટીવ રીએક્ટન્સ પ્રવાહનાં કંપવિસ્તારને સીમિત કરે છે. પરંતુ તે કેપેસિટન્સ અને આવૃત્તિનાં વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.

સ્રોત વોલ્ટેજનાં સમીકરણ (7.1) અને સમીકરણ (7.16)ની સરખામણી દર્શાવે છે કે વોલ્ટેજ કરતાં પ્રવાહ કળામાં  $\pi/2$  જેટલો આગળ છે. આકૃતિ 7.9(a) કોઈ એક  $t_1$  ક્ષણે ફેઝર ડાયાગ્રામ દર્શાવે છે. અહીં, પ્રવાહ ફેઝર  $I$  વોલ્ટેજ ફેઝર  $V$  કરતાં  $\pi/2$  જેટલો આગળ રહે તેમ તેઓ વિષમઘડી દિશામાં ભ્રમણ કરે છે. આકૃતિ 7.9(b) સમય સાથે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહમાં થતાં ફેરફારો દર્શાવે છે. આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, વોલ્ટેજ કરતાં પ્રવાહ એક ચતુર્થાંશ આવર્તકાળ જેટલા વહેલા સમયે મહત્તમ મૂલ્ય મેળવે છે.

કેપેસિટરને પૂરો પડતો તાત્કાલિક પાવર

$$\begin{aligned} p_c &= iv = i_m \cos(\omega t) v_m \sin(\omega t) \\ &= i_m v_m \cos(\omega t) \sin(\omega t) \\ &= \frac{i_m v_m}{2} \sin(2\omega t) \end{aligned} \quad (7.19)$$

આમ, કેપેસિટરમાં ઈન્ડક્ટરના કિસ્સા પ્રમાણે સરેરાશ પાવર,

$$P_c = \left\langle \frac{i_m v_m}{2} \sin(2\omega t) \right\rangle = \frac{i_m v_m}{2} \langle \sin(2\omega t) \rangle = 0$$

કારણ કે, એક પૂર્ણ ચક્ર પર  $\langle \sin(2\omega t) \rangle = 0$  આકૃતિ 7.10 આ બાબતને વિસ્તારથી સમજાવે છે.

આમ, આપણે જોયું કે, ઈન્ડક્ટરનાં કિસ્સામાં પ્રવાહ વોલ્ટેજ કરતાં  $\pi/2$  જેટલો પાછળ અને કેપેસિટરનાં કિસ્સામાં પ્રવાહ, વોલ્ટેજ કરતાં  $\pi/2$  જેટલો આગળ હોય છે.

ઉદાહરણ 7.3

**ઉદાહરણ 7.3** એક બલ્બને કેપેસિટર સાથે શ્રેણીમાં જોડેલ છે. dc અને ac જોડાણ માટે તમારા અવલોકનોનું અનુમાન કરો. જો કેપેસિટરનું કેપેસિટન્સ ઘટાડવામાં આવે તો દરેક કિસ્સામાં શું થશે ? ઉકેલ જ્યારે કેપેસિટર સાથે dc સ્રોત જોડવામાં આવે છે ત્યારે કેપેસિટર વિદ્યુતભારિત (ચાર્જ) થાય છે. પૂર્ણ વિદ્યુતભારિત થયા બાદ પરિપથમાં પ્રવાહ વહેતો નથી અને બલ્બ પ્રકાશિત થતો નથી. કેપેસિટન્સ ઘટાડવા છતાં તેમાં કોઈ જ ફેરફાર થતો નથી.

ac સ્રોત માટે કેપેસિટર  $1/\omega C$  જેટલો કેપેસિટીવ રીએક્ટન્સ ધરાવે છે અને પરિપથમાં પ્રવાહ વહે છે. પરિણામે બલ્બ પ્રકાશિત થાય છે.  $C$ માં ઘટાડો કરતાં રીએક્ટન્સ વધે છે અને બલ્બ પહેલાં કરતાં ઓછા તેજથી પ્રકાશિત થાય છે.

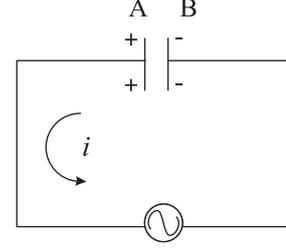
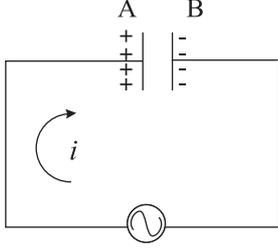
ઉદાહરણ 7.4

**ઉદાહરણ 7.4** 220 V, 50 Hzના સ્રોત સાથે 15.0  $\mu$ Fના કેપેસિટરને જોડવામાં આવેલ છે. પરિપથમાં કેપેસિટીવ રીએક્ટન્સ અને પ્રવાહનું (rms અને મહત્તમ) મૂલ્ય શોધો. જો આવૃત્તિને બમણી કરવામાં આવે તો કેપેસિટીવ રીએક્ટન્સ અને પ્રવાહનાં મૂલ્યો પર શું અસર થશે ? ઉકેલ કેપેસિટીવ રીએક્ટન્સ,

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi(50\text{Hz})(15.0 \times 10^{-6} \text{ F})} = 212 \Omega$$

rms પ્રવાહ,

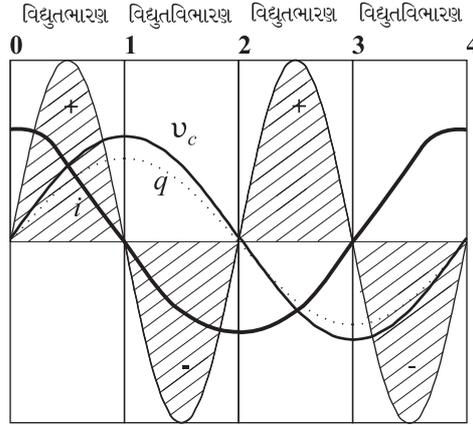
## પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ



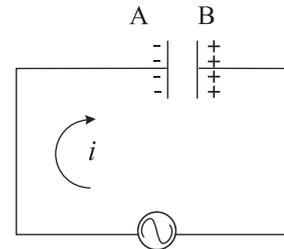
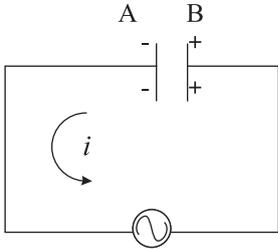
0-1 દરમિયાન આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ પ્રવાહ વહે છે અને તે 0 પાસે મહત્તમથી 1 પાસે શૂન્ય સુધી પહોંચે છે. પ્લેટ A ધન વિદ્યુતભારિત થાય છે જ્યારે પ્લેટ B પર ઋણ વિદ્યુતભાર  $q$  જમા થતો જાય છે અને 1 પાસે પ્રવાહ શૂન્ય થાય ત્યાં સુધીમાં મહત્તમ થાય છે. વોલ્ટેજ  $v_c = q/C$  વિદ્યુતભાર  $q$  સાથે સમાન કળામાં હોય છે અને તેનું મૂલ્ય 1 પાસે મહત્તમ હોય છે. પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ બંને ધન હોવાથી પાવર  $p = v_c i$  ધન છે. આ ચોથા ભાગનાં ચક્ર દરમિયાન સ્રોતમાંથી ઊર્જાનું શોષણ થાય છે અને કેપેસીટર વિદ્યુતભારિત થાય છે.

1-2 દરમિયાન પ્રવાહ  $i$ ની દિશા ઉલટાઈ જાય છે. સંગ્રહિત વિદ્યુતભાર છિનવાઈ જાય છે. એટલે કે આ ચોથા ભાગનાં ચક્ર દરમિયાન કેપેસીટર વિદ્યુતવિભારિત (ડિસ્ચાર્જ) થાય છે. વોલ્ટેજ ઘટે છે પરંતુ હજુ તે ધન હોય છે. પ્રવાહ ઋણ હોય છે અને તેમનો ગુણાકાર એટલે પાવર ઋણ હોય છે.

0-1નાં ચોથા ભાગના ચક્ર દરમિયાન શોષાયેલ ઊર્જા આ ચોથાભાગનાં ચક્ર દરમિયાન સ્રોતને પાછી મળે છે.



વોલ્ટેજ/પ્રવાહનું એક પૂર્ણ ચક્ર. નોંધો કે પ્રવાહ વોલ્ટેજ કરતાં આગળ છે.



2-3 દરમિયાન પ્રવાહ  $i$ , Aથી B તરફ વહે છે. કેપેસીટર વિરૂદ્ધ ધ્રુવત્વ (પોલારીટી) માટે વિદ્યુતભારિત થાય છે. એટલે કે પ્લેટ B ધન વિદ્યુતભાર અને પ્લેટ A ઋણ વિદ્યુતભાર મેળવે છે. વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ બંને ઋણ હોય છે. તેમનો ગુણાકાર  $p$  ધન હોય છે. આ ચોથાભાગનાં ચક્ર દરમિયાન કેપેસીટર ઊર્જાનું શોષણ કરે છે.

3-4 દરમિયાન 3 પાસે પ્રવાહ  $i$ ની દિશા ઉલટાઈ જાય છે અને તે Bથી A તરફ વહે છે. સંગ્રહિત થયેલ વિદ્યુતભાર છિનવાઈ જાય છે અને વોલ્ટેજ  $v_c$  નું મૂલ્ય ઘટે છે. જ્યારે કેપેસીટર સંપૂર્ણ ડિસ્ચાર્જ થાય છે ત્યારે 4 પાસે  $v_c$  શૂન્ય બને છે. પાવર ઋણ છે. 2-3 દરમિયાનમાં શોષાયેલ ઊર્જા સ્રોતને પાછી મળે છે. શોષાયેલ ચોખ્ખી ઊર્જા શૂન્ય હોય છે.

$$I = \frac{V}{X_C} = \frac{220 \text{ V}}{212 \Omega} = 1.04 \text{ A}$$

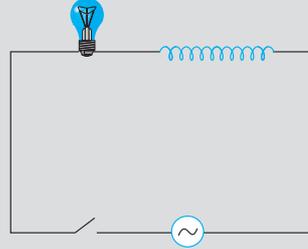
મહત્તમ પ્રવાહ

$$i_m = \sqrt{2} I = (1.41)(1.04) = 1.47 \text{ A}$$

આ પ્રવાહ +1.47A અને -1.47Aની વચ્ચે દોલનો કરશે અને તે વોલ્ટેજ કરતાં  $\pi/2$  જેટલો આગળ હશે.

જો સ્રોત આવૃત્તિ બમણી કરવામાં આવે તો કેપેસિટીવ રીએક્ટન્સનું મૂલ્ય અડધું થશે. પરિણામે પ્રવાહ બમણો થશે.

ઉદાહરણ 7.5 આકૃતિ 7.11માં દર્શાવ્યા મુજબ એક પ્રકાશીય બલ્બ અને એક ઓપન કોઈલ ઈન્ડક્ટરને એસી સ્રોત સાથે કળ દ્વારા જોડેલ છે.



આકૃતિ 7.11

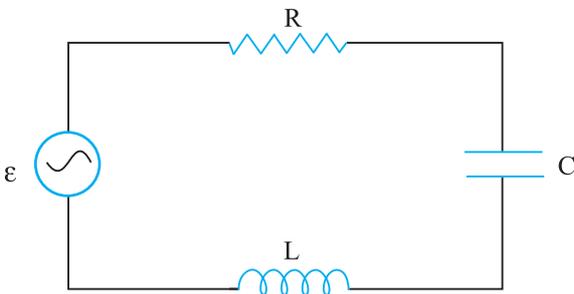
કળ બંધ કર્યા પછી થોડા સમય બાદ ઈન્ડક્ટરનાં અંદરનાં વિસ્તાર (ગર્ભ)માં લોખંડનો સળિયો દાખલ કરવામાં આવતાં પ્રકાશીય બલ્બની પ્રકાશિતતા (a) વધશે (b) ઘટશે (c) કોઈ જ ફેરફાર નહીં થાય. તમારો જવાબ કારણ સહિત આપો.

ઉકેલ લોખંડના સળિયાને જ્યારે અંદર દાખલ કરવામાં આવે છે ત્યારે કોઈલની અંદરનું ચુંબકીયક્ષેત્ર લોખંડનું મેગ્નેટાઈઝેશન (ચુંબકીયકરણ) કરે છે. જેથી અંદરનાં ચુંબકીયક્ષેત્રમાં વધારો થાય છે. તેથી, કોઈલનું ઈન્ડકશન (પ્રેરકત્વ) વધે છે. પરિણામે, કોઈલનો ઈન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સ વધે છે. જેના પરિણામે લાગુ પાડેલ એસી વોલ્ટેજનો મોટો ભાગ ઈન્ડક્ટરનાં બે છેડા વચ્ચે લાગુ પડે છે અને બલ્બનાં બે છેડે ઓછો વોલ્ટેજ હોય છે તેથી બલ્બની પ્રકાશિતતા ઘટે છે.

## 7.6 LCR શ્રેણી પરિપથને લાગુ પાડેલ AC વોલ્ટેજ

### (AC VOLTAGE APPLIED TO A SERIES LCR CIRCUIT)

આકૃતિ 7.12, ac સ્રોત  $\mathcal{E}$  સાથે જોડેલ શ્રેણી L-C-R પરિપથ દર્શાવે છે. અગાઉની માફક આપણે ac સ્રોતનું વોલ્ટેજ  $v = v_m \sin \omega t$  લઈશું.



આકૃતિ 7.12 LCR શ્રેણી પરિપથ સાથે જોડેલ ac સ્રોત

જો કોઈ એક  $t$  ક્ષણે કેપેસિટર પરનો વીજભાર  $q$  અને પરિપથમાં પ્રવાહ  $i$  હોય તો કિર્યોફના બંધગાળાનાં નિયમ પરથી,

$$L \frac{di}{dt} + iR + \frac{q}{C} = v \quad (7.20)$$

આપણે તાત્કાલિક પ્રવાહ  $i$  અને લાગુ પાડેલ પ્રત્યાવર્તી વોલ્ટેજ  $v$  સાથે તેનો કળા સંબંધ શોધવા માગીએ છીએ. આપણે આ કોયડો બે પદ્ધતિથી ઉકેલીશું. પ્રથમ પદ્ધતિમાં ફેઝરની પ્રયુક્તિ અને બીજી પદ્ધતિમાં પ્રવાહ  $i$ -નો સમય પરનો આધાર મેળવવા સમીકરણ (7.20)નો વિશ્લેષણથી (બૈજિક રીતે) ઉકેલ મેળવીશું.

### 7.6.1 ફેઝર ડાયાગ્રામ દ્વારા ઉકેલ (Phasor-Diagram Solution)

આકૃતિ 7.12માંના પરિપથ પરથી આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, અવરોધક ઈન્ડક્ટર અને કેપેસિટર શ્રેણી જોડાણમાં છે. માટે કોઈપણ સમયે પરિપથના દરેક ઘટકમાં સમાન કંપવિસ્તાર અને સમાન કળાવાળો એકસમાન પ્રવાહ હશે. ધારો કે તે,

$$i = i_m \sin(\omega t + \phi) \quad (7.21)$$

છે. જ્યાં,  $\phi$  સોતનાં બે છેડા વચ્ચેનાં વોલ્ટેજ અને પરિપથમાં પ્રવાહ વચ્ચેનો કળા તફાવત છે. અગાઉનાં પરિચ્છેદમાં આપણે જે શીખ્યા તેનાં આધારે પ્રસ્તુત કિસ્સામાં આપણે ફેઝર ડાયાગ્રામ તૈયાર કરીશું.

સમીકરણ (7.21) વડે રજૂ થતા પરિપથ પ્રવાહને દર્શાવતો ફેઝર ધારો કે  $\mathbf{I}$  છે. વધુમાં ધારો કે, ઈન્ડક્ટર, અવરોધક, કેપેસિટર અને સોતનાં બે છેડા વચ્ચેના વોલ્ટેજને રજૂ કરતાં ફેઝર અનુક્રમે ધારો કે,  $\mathbf{V}_L, \mathbf{V}_R, \mathbf{V}_C$  અને  $\mathbf{V}$  છે. અગાઉના પરિચ્છેદ મુજબ આપણે જાણીએ છીએ કે,  $\mathbf{V}_R, \mathbf{I}$  ને સમાંતર છે.  $\mathbf{V}_C, \mathbf{I}$  કરતાં  $\pi/2$  જેટલો પાછળ છે અને  $\mathbf{V}_L, \mathbf{I}$  કરતાં  $\pi/2$  જેટલો આગળ છે. આકૃતિ 7.13(a)માં  $\mathbf{V}_L, \mathbf{V}_R, \mathbf{V}_C$  અને  $\mathbf{I}$  ને યોગ્ય કળા સંબંધ સાથે દર્શાવેલ છે.

આ ફેઝરોની લંબાઈ અથવા  $\mathbf{V}_R, \mathbf{V}_C$  અને  $\mathbf{V}_L$  નાં કંપવિસ્તાર નીચે મુજબ છે.

$$v_{Rm} = i_m R, v_{Cm} = i_m X_C, v_{Lm} = i_m X_L \quad (7.22)$$

પરિપથ માટે વોલ્ટેજનું સમીકરણ (7.20) નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$v_L + v_R + v_C = v \quad (7.23)$$

ફેઝર સંબંધ કે જેનો ઉર્ધ્વ ઘટક ઉપરનું સમીકરણ આપે છે તે નીચે મુજબ આપી શકાય.

$$\mathbf{V}_L + \mathbf{V}_R + \mathbf{V}_C = \mathbf{V} \quad (7.24)$$

આ સંબંધને આકૃતિ 7.13(b)માં રજૂ કરેલ છે.  $\mathbf{V}_C$  અને  $\mathbf{V}_L$  હંમેશાં એક રેખા પર પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં હોવાથી તેમને સંયોજિતરૂપે

એક જ ફેઝર  $(\mathbf{V}_C + \mathbf{V}_L)$  તરીકે લઈ શકાય જેનું માન  $|v_{Cm} - v_{Lm}|$  છે.  $\mathbf{V}$  જેની બાજુઓ  $\mathbf{V}_R$  અને  $(\mathbf{V}_C + \mathbf{V}_L)$  હોય તેવા કાટકોણ ત્રિકોણના કર્ણ તરીકે રજૂ થતો હોવાથી, પાયથાગોરસ પ્રમેય મુજબ,

$$v_m^2 = v_{Rm}^2 + (v_{Cm} - v_{Lm})^2$$

$v_{Rm}, v_{Cm}$  અને  $v_{Lm}$  નાં મૂલ્યો, સમીકરણ (7.22) પરથી ઉપરોક્ત સમીકરણમાં મૂકતાં,

$$v_m^2 = (i_m R)^2 + (i_m X_C - i_m X_L)^2$$

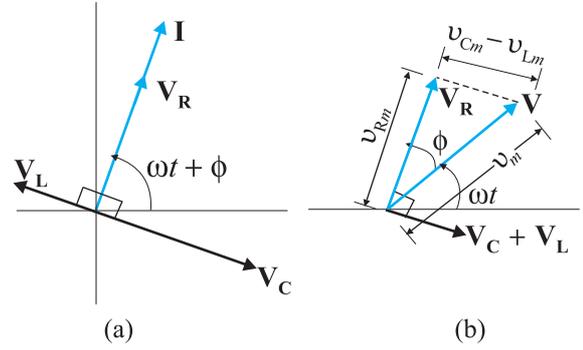
$$v_m^2 = i_m^2 [R^2 + (X_C - X_L)^2]$$

$$\text{અથવા } i_m = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}} \quad [7.25(a)]$$

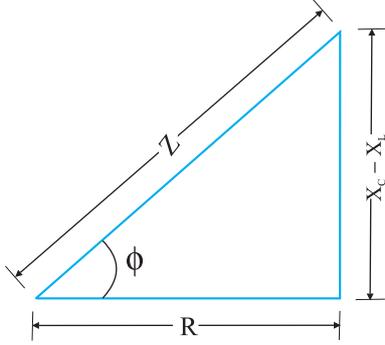
મળે. પરિપથમાં અવરોધ સાથેની સામ્યતા પરથી આપણે ac પરિપથમાં ઈમ્પિડન્સ  $Z$  ને દાખલ કરીશું.

$$i_m = \frac{v_m}{Z} \quad [7.25(b)]$$

$$\text{જ્યાં, } Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} \quad (7.26)$$



આકૃતિ 7.13 (a)  $\mathbf{V}_L, \mathbf{V}_R, \mathbf{V}_C$  અને  $\mathbf{I}$  નાં ફેઝરો વચ્ચેનો સંબંધ (b) આકૃતિ 7.12માં દર્શાવેલ પરિપથ માટે  $\mathbf{V}, \mathbf{V}_R$  તથા  $(\mathbf{V}_C + \mathbf{V}_L)$  વચ્ચેનો સંબંધ



આકૃતિ 7.14 ઈમ્પિડન્સ ડાયાગ્રામ

ફેઝર  $I$  હંમેશા ફેઝર  $V_R$  ને સમાંતર છે કળા ખૂણો  $\phi$  એ  $V_R$  અને  $V$  વચ્ચેનો ખૂણો છે અને તે આકૃતિ 7.14 પરથી નક્કી કરી શકાય છે.

$$\tan\phi = \frac{V_{Cm} - V_{Lm}}{V_{Rm}}$$

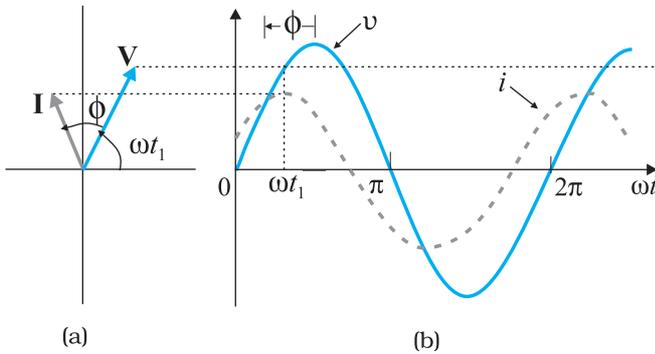
સમીકરણ (7.22)નો ઉપયોગ કરતાં, આપણને

$$\tan\phi = \frac{X_C - X_L}{R} \quad (7.27)$$

મળે. આકૃતિ 7.14માં સમીકરણ (7.26) અને (7.27)ને આલેખીય રીતે દર્શાવેલ છે. આને ઈમ્પિડન્સ ડાયાગ્રામ કહે છે, જે કર્ણ તરીકે  $Z$  હોય તેવો એક કાટકોણ ત્રિકોણ છે.

સમીકરણ 7.25(a) પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર આપે છે અને સમીકરણ (7.27) કળા-ખૂણો આપે છે. આ સાથે જ સમીકરણ (7.21) સંપૂર્ણ રીતે રજૂ થાય છે.

જો  $X_C > X_L$  હોય તો,  $\phi$  ધન બનશે અને પરિપથ પ્રભાવી રીતે (Predominantly) કેપેસિટીવ બને છે. પરિણામે પરિપથમાં પ્રવાહ સ્રોત વોલ્ટેજ કરતાં આગળ હોય છે. જો  $X_C < X_L$  હોય તો  $\phi$  ઋણ બને છે અને પરિપથ પ્રભાવી રીતે ઈન્ડક્ટીવ બને છે. પરિણામે પરિપથમાં પ્રવાહ સ્રોત વોલ્ટેજ કરતાં પાછળ હોય છે. એ આકૃતિ 7.15  $X_C > X_L$  નાં કિસ્સા માટે, ફેઝર ડાયાગ્રામ તથા  $v$  અને  $i$  માં  $\omega t$  સાથે થતાં ફેરફારો દર્શાવે છે.



આકૃતિ 7.15 (a)  $V$  અને  $I$  નાં ફેઝર ડાયાગ્રામ (b)  $L-C-R$  શ્રેણી પરિપથ માટે  $v$  અને  $i$  વિરૂદ્ધ  $\omega t$ નો આલેખ જ્યાં ( $X_C > X_L$ )

આમ, ફેઝરની પ્રક્રિયાનો ઉપયોગ કરીને આપણે LCR શ્રેણી પરિપથ માટે પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર અને કળા મેળવ્યા. પરંતુ વિશ્લેષણની આ પદ્ધતિના ac પરિપથ માટે કેટલાંક ગેરલાભ છે. પ્રથમ, ફેઝર ડાયાગ્રામ પ્રારંભિક શરત/સ્થિતિની કોઈ જ માહિતી આપતો નથી. તમે  $t$ નું કોઈ પણ યાદચ્છિક મૂલ્ય (જેમકે આ પ્રકરણમાં બધે જ આપણે  $t_1$  લીધેલ છે) લઈ શકો છો અને જુદા જુદા ફેઝર વચ્ચેનો સાપેક્ષ ખૂણો દર્શાવતાં જુદા જુદા ફેઝર દોરી શકો છો. આ રીતે મેળવેલ ઉકેલને સ્થાયી અવસ્થા ઉકેલ કહે છે. આ વ્યાપક ઉકેલ નથી. ઉપરાંત આપણી પાસે ક્ષણિક ઉકેલ

પણ છે જે  $v = 0$  માટે પણ લાગુ પડે. સ્થાયી અવસ્થા ઉકેલ અને ક્ષણિક ઉકેલનાં સમન્વયથી મળતો ઉકેલ એ વ્યાપક ઉકેલ છે. પુરતાં લાંબા સમય બાદ, ક્ષણિક ઉકેલની અસર નષ્ટ પામે છે અને સ્થાયી અવસ્થા ઉકેલ દ્વારા પરિપથ વર્તણૂકનું વર્ણન કરી શકાય છે.

### 7.6.2 વૈશ્લેષિક ઉકેલ (Analytical Solution)

પરિપથ માટેનું વોલ્ટેજ સમીકરણ,

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = v \\ = v_m \sin\omega t \text{ છે.}$$

આપણે જાણીએ છીએ કે,  $i = dq/dt$ . તેથી  $di/dt = d^2q/dt^2$ . આમ,  $q$ નાં પદમાં વોલ્ટેજ સમીકરણ નીચે મુજબ મળે.

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = v_m \sin \omega t \quad (7.28)$$

આ સમીકરણ બળપ્રેરિત અવમંદિત દોલકનાં સમીકરણ જેવું છે. (જુઓ ધોરણ XI ભૌતિકવિજ્ઞાન પાઠ્યપુસ્તક સમીકરણ [14.37(b)]). ધારોકે, આનો ઉકેલ,

$$q = q_m \sin(\omega t + \theta) \quad [7.29(a)]$$

$$\text{છે. તેથી } \frac{dq}{dt} = q_m \omega \cos(\omega t + \theta) \quad [7.29(b)]$$

$$\text{અને } \frac{d^2q}{dt^2} = -q_m \omega^2 \sin(\omega t + \theta) \quad [7.29(c)]$$

સમીકરણ (7.28)માં આ મૂલ્યો મૂકતાં,

$$q_m \omega [R \cos(\omega t + \theta) + (X_C - X_L) \sin(\omega t + \theta)] = v_m \sin \omega t \quad (7.30)$$

મળે. જ્યાં, આપણે  $X_C = 1/\omega C$ ,  $X_L = \omega L$  સંબંધનો ઉપયોગ કર્યો છે.

સમીકરણ (7.30)ને  $Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$  વડે ગુણતા અને ભાગતાં, આપણને

$$q_m \omega Z \left[ \frac{R}{Z} \cos(\omega t + \theta) + \frac{(X_C - X_L)}{Z} \sin(\omega t + \theta) \right] = v_m \sin \omega t \quad (7.31)$$

$$\text{મળે. હવે ધારોકે, } \frac{R}{Z} = \cos \phi$$

$$\text{અને } \frac{(X_C - X_L)}{Z} = \sin \phi$$

$$\text{તેથી } \phi = \tan^{-1} \frac{(X_C - X_L)}{R} \quad (7.32)$$

સમીકરણ (7.31)માં આ મૂલ્યો મૂકી સાદુરૂપ આપતાં, આપણને

$$q_m \omega Z \cos(\omega t + \theta - \phi) = v_m \sin \omega t \quad (7.33)$$

મળે. સમીકરણની બંને બાજુને સરખાવતાં આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે,

$$v_m = q_m \omega Z = i_m Z, \text{ જ્યાં, } i_m = q_m \omega \quad [7.33(a)]$$

$$\text{અને } \theta - \phi = -\frac{\pi}{2} \text{ અથવા } \theta = -\frac{\pi}{2} + \phi \quad [7.33(b)]$$

તેથી પરિપથમાં પ્રવાહ

$$i = \frac{dq}{dt} = q_m \omega \cos(\omega t + \theta) \\ = i_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$\text{અથવા } i = i_m \sin(\omega t + \phi) \quad (7.34)$$

$$\text{જ્યાં, } i_m = \frac{v_m}{Z} = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}} \quad [7.34(a)]$$

$$\text{અને } \phi = \tan^{-1} \frac{(X_C - X_L)}{R}$$

આમ, પરિપથમાં પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર અને કળા માટેનો વિશ્લેષિક ઉકેલ ફેઝર પ્રયુક્તિથી મેળવેલ ઉકેલને મળતો આવે છે.

### 7.6.3 અનુનાદ (Resonance)

RLC શ્રેણી પરિપથની એક રસપ્રદ લાક્ષણિકતા એ અનુનાદની ઘટના છે. કોઈ એક નિશ્ચિત આવૃત્તિથી દોલન કરવાની વૃત્તિ ધરાવતા બધા જ તંત્રો માટે અનુનાદ એક સામાન્ય ઘટના છે. આ આવૃત્તિને તંત્રની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ કહે છે. જો આવું કોઈ તંત્ર એવા ઊર્જા સ્રોતથી સંચાલિત થતું હોય કે જેની આવૃત્તિ તંત્રની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિની નજીક હોય તો દોલનોનો કંપવિસ્તાર મોટો થાય છે. આ ઘટનાનું એક જાણીતું ઉદાહરણ હીંચકા પર ઝોલા ખાતું બાળક છે. લોલકની માફક આગળ-પાછળ થતાં હીંચકાના દોલનોને પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ હોય છે. જો બાળક દોરીને નિયમિત સમય અંતરાલે ખેંચે અને દોરી ખેંચવાની આવૃત્તિ હીંચકાની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિની નજીક હોય તો હીંચકાનો કંપવિસ્તાર મોટો થશે. (જુઓ ધોરણ XI, પ્રકરણ-14)

$v_m$  કંપવિસ્તાર અને  $\omega$  આવૃત્તિનાં વોલ્ટેજ વડે સંચાલિત RLC પરિપથ માટે આપણને મળતો પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર

$$i_m = \frac{v_m}{Z} = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}} \text{ થાય છે.}$$

છે. જ્યાં,  $X_C = 1/\omega C$  અને  $X_L = \omega L$ .

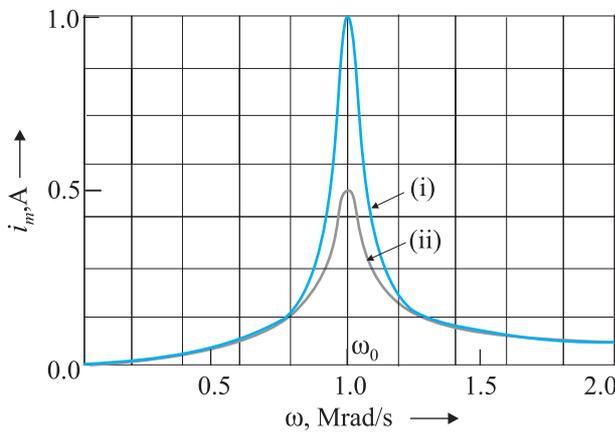
આમ, જો  $\omega$ માં ફેરફાર કરવામાં આવે તો એક નિશ્ચિત આવૃત્તિ  $\omega_0$  માટે,  $X_C = X_L$  અને ઈમ્પિડન્સ લઘુત્તમ ( $Z = \sqrt{R^2 + 0^2} = R$ ) બને છે. આ આવૃત્તિને અનુનાદ આવૃત્તિ કહે છે.

$$X_C = X_L \text{ અથવા } \frac{1}{\omega_0 C} = \omega_0 L$$

$$\text{અથવા } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

(7.35)

અનુનાદીય આવૃત્તિએ પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર  $i_m = v_m/R$  જેટલો મહત્તમ હોય છે.



આકૃતિ 7.16  $\omega$  સાથે  $i_m$  માં થતાં ફેરફારો બે કિસ્સા માટે

(i)  $R = 100 \Omega$  (ii)  $R = 200 \Omega$  બંને કિસ્સામાં  $L = 1.00 \text{ mH}$

આકૃતિ 7.16,  $L = 1.00 \text{ mH}$ ,  $C = 1.00 \text{ nF}$  તથા અવરોધ  $R$ નાં બે મૂલ્યો  $R = 100 \Omega$  અને  $R = 200 \Omega$  માટે RLC શ્રેણી પરિપથમાં  $\omega$  સાથે  $i_m$  માં થતાં ફેરફારો દર્શાવે છે. લાગુ પાડેલ સ્રોત માટે  $v_m = 100 \text{ V}$ , આ કિસ્સા માટે

$$\omega_0 = \left( \frac{1}{\sqrt{LC}} \right) = 1.00 \times 10^6 \text{ rad/s છે.}$$

આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, અનુનાદીય આવૃત્તિ માટે પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર મહત્તમ છે. અનુનાદની સ્થિતિએ  $i_m = v_m/R$  હોવાથી કિસ્સા (i)માં પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર કિસ્સા (ii)માંના કંપવિસ્તાર કરતાં બમણો છે.

અનુનાદીય પરિપથોનાં ઉપયોજનોમાં વિવિધતા છે ઉદાહરણ તરીકે રેડિયો અથવા TV સેટની ટ્યુનિંગ કરવાની પ્રક્રિયામાં રેડિયો-એન્ટેના ઘણાં બધાં બ્રોડકાસ્ટિંગ સ્ટેશનોના સિગ્નલો મેળવે છે. એન્ટેના દ્વારા મેળવાયેલ સિગ્નલો, રેડિયોનાં ટ્યુનિંગ પરિપથ માટે સ્રોત તરીકે વર્તે છે તેથી,

પરિપથ ઘણી બધી આવૃત્તિઓએ સંચાલિત થઈ શકે છે. પરંતુ કોઈ એક નિશ્ચિત રેડિયો સ્ટેશન સાંભળવા માટે આપણે રેડિયો ટ્યુન કરીએ છીએ. ટ્યુનિંગમાં આપણે ટ્યુનિંગ પરિપથમાંના કેપેસિટરનું કેપેસિટન્સ એવી રીતે બદલીએ છીએ કે પરિપથની અનુનાદીય આવૃત્તિનું મૂલ્ય એન્ટેનાએ મેળવેલ નિશ્ચિત સ્ટેશનના રેડિયો સિગ્નલની આવૃત્તિની લગભગ બરાબર હોય. જ્યારે આમ થાય છે ત્યારે નિશ્ચિત રેડિયો સ્ટેશનનાં સિગ્નલોની આવૃત્તિ જેટલી જ આવૃત્તિ માટે પરિપથમાં પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર મહત્તમ બને છે.

એ નોંધવું મહત્વનું છે કે, જે પરિપથમાં L અને C બંને હાજર હોય તેવા પરિપથો દ્વારા જ અનુનાદની ઘટના પ્રદર્શિત થાય છે. આમ હોય તો જ Lના બે છેડા વચ્ચેનો વોલ્ટેજ અને C બે છેડા વચ્ચેનો વોલ્ટેજ (બંને વિરૂદ્ધ કળામાં હોવાને કારણે) એકબીજાને નાબૂદ કરે છે અને પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર  $i_m = v_m/R$  હોય છે અને સ્ત્રોતનો સંપૂર્ણ વોલ્ટેજ અવરોધ Rનાં બે છેડા વચ્ચે મળે છે. આનો અર્થ એ છે કે RL અને RC પરિપથમાં આપણે અનુનાદ મેળવી શકીએ નહીં.

### અનુનાદની તીક્ષ્ણતા (SHARPNESS OF RESONANCE) :

LCR શ્રેણી પરિપથમાં પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર,

$$i_m = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

છે અને જ્યારે  $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  થાય ત્યારે તે મહત્તમ હોય છે. આ મહત્તમ મૂલ્ય,  $i_m^{\max} = v_m/R$  છે.

ઠનાં  $\omega_0$  કરતાં બીજાં મૂલ્યો માટે પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર મહત્તમ કંપવિસ્તાર કરતાં ઓછો હોય છે. ધારો કે આપણે  $\omega$ નું એવું મૂલ્ય પસંદ કરીએ કે જ્યાં પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર મહત્તમ કંપવિસ્તારનાં  $1/\sqrt{2}$  ગણો થાય. આ મૂલ્ય માટે, પરિપથ વડે વ્યય થતા પાવરનું મૂલ્ય અડધું થાય છે. આકૃતિ (7.16)માંના વક્ર પરથી જોઈ શકાય છે કે, ઠનાં આવા બે મૂલ્યો મળે છે, જેને  $\omega_1$  અને  $\omega_2$  કહીશું, જેમાં એક  $\omega_0$  કરતાં મોટું અને બીજું  $\omega_0$  કરતાં નાનું છે અને આ બંને મૂલ્યો  $\omega_0$ ની આસપાસ સંમિતરૂપે છે. માટે આપણે લખી શકીએ કે,

$$\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$$

$$\omega_2 = \omega_0 - \Delta\omega$$

આ બંને આવૃત્તિ વચ્ચેનો તફાવત  $\omega_1 - \omega_2 = 2\Delta\omega$ ને ઘણી વખત પરિપથની બેન્ડવિડ્થ (Bandwidth) કહે છે. રાશિ  $(\omega_0/2\Delta\omega)$ ને અનુનાદ વક્રની તીક્ષ્ણતાના માપ તરીકે ગણવામાં આવે છે. જેમ  $\Delta\omega$  મૂલ્ય નાનું હોય તેમ અનુનાદ વધુ તીક્ષ્ણ અથવા સાંકડો.  $\Delta\omega$ નું સમીકરણ મેળવવા માટે એ નોંધીએ કે,  $\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$  થાય ત્યારે પ્રવાહ કંપવિસ્તાર  $i_m = (1/\sqrt{2}) i_m^{\max}$  થાય.

$$\begin{aligned} \text{તેથી } \omega_1 \text{ માટે } i_m &= \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2}} \\ &= \frac{i_m^{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{v_m}{R\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\text{અથવા } \sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2} = R\sqrt{2}$$

$$\text{અથવા } R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2 = 2R^2$$

$$\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = R$$

જે નીચે મુજબ લખી શકાય,

$$(\omega_0 + \Delta\omega)L - \frac{1}{(\omega_0 + \Delta\omega)C} = R$$

$$\omega_0 L \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) - \frac{1}{\omega_0 C \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)} = R$$

ડાબી બાજુના બીજા પદમાં  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$  નો ઉપયોગ કરતાં,

$$\omega_0 L \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) - \frac{\omega_0 L}{\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)} = R \text{ મળશે.}$$

$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \ll 1$  હોવાથી,  $\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^{-1}$  ને સરિન્નિકટ  $\left(1 - \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)$  લઈ શકીએ. આથી,

$$\omega_0 L \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) - \omega_0 L \left(1 - \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) = R$$

$$\text{અથવા } \omega_0 L \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = R$$

$$\Delta\omega = \frac{R}{2L} \quad [7.36(a)]$$

અનુનાદની તીક્ષ્ણતા નીચે મુજબ અપાય છે.

$$\frac{\omega_0}{2\Delta\omega} = \frac{\omega_0 L}{R} \quad [7.36(b)]$$

ગુણોત્તર  $\frac{\omega_0 L}{R}$  ને પરિપથનો ક્વોલિટી ફેક્ટર (ગુણવત્તા અંક)  $Q$  પણ કહે છે.

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \quad [7.36(c)]$$

સમીકરણ [7.36(b)] અને [7.36(c)] પરથી આપણને  $2\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$  મળે. તેથી  $Q$ નું મૂલ્ય જેમ

મોટું તેમ  $2\Delta\omega$  અથવા બેન્ડવિડ્થનું મૂલ્ય નાનું અને અનુનાદની તીક્ષ્ણતા વધારે. સમીકરણ [7.36(c)]માં  $\omega_0^2 = 1/LC$ નો ઉપયોગ કરતાં તેને સમતુલ્ય રીતે આ મુજબ દર્શાવી શકાય છે.  $Q = 1/\omega_0 CR$ .

આકૃતિ 7.15 પરથી આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, જો અનુનાદ ઓછો તીક્ષ્ણ હોય તો ફક્ત મહત્તમ પ્રવાહ જ ઓછો હોય તેમ નહિ પરંતુ આવૃત્તિઓનાં મોટા ગાળા  $\Delta\omega$  માટે પરિપથ અનુનાદની નજીક હોય અને પરિપથનું ટ્યુનિંગ સારું હોતું નથી. આથી, અનુનાદ ઓછો તીક્ષ્ણ હોય તો તે પરિપથની પસંદગીક્ષમતા (તે પરિપથ દ્વારા આવૃત્તિને પસંદ કરવાની ક્ષમતા-Selectivity) ઓછી હોય છે અથવા એથી ઉલટું પણ સત્ય છે. સમીકરણ (7.36) પરથી આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, જો ક્વોલિટી ફેક્ટર મોટો હોય એટલે કે  $R$  નાનો અને/અથવા  $L$  મોટો હોય તેવા પરિપથોની પસંદગીક્ષમતા વધુ છે.

**ઉદાહરણ 7.6** 220 V, 50 Hz ac સ્રોત સાથે 200  $\Omega$ નો અવરોધક અને 15.0  $\mu\text{F}$ નાં કેપેસિટરને શ્રેણીમાં જોડવામાં આવેલ છે. (a) પરિપથમાં પ્રવાહ ગણો, (b) અવરોધક અને કેપેસિટરનાં બે છેડા વચ્ચે વોલ્ટેજ, (rms) શોધો. શું આ વોલ્ટેજનો બૈજિક સરવાળો સ્રોત વોલ્ટેજ કરતાં વધુ છે? જો હા, તો આ વિસંગતતાનો ઉકેલ જણાવો.

**ઉકેલ**

$$R = 200 \Omega, C = 15.0 \mu\text{F} = 15.0 \times 10^{-6} \text{F}$$

$$V = 220 \text{V}, \nu = 50 \text{Hz આપેલ છે.}$$

(a) પ્રવાહની ગણતરી કરવા માટે પરિપથનાં ઈમ્પિડન્સની જરૂર પડશે અને તે

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi\nu C)^{-2}} \\ &= \sqrt{(200 \Omega)^2 + (2 \times 3.14 \times 50 \times 15.0 \times 10^{-6} \text{F})^{-2}} \\ &= \sqrt{(200 \Omega)^2 + (212.3 \Omega)^2} \\ &= 291.67 \Omega \text{ છે.} \end{aligned}$$

માટે પરિપથમાં પ્રવાહ,

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{220 \text{V}}{291.67 \Omega} = 0.7542 \text{A}$$

(b) અહીં, સમગ્ર પરિપથમાંથી પસાર થતો પ્રવાહ સમાન હોવાથી

$$V_R = IR = (0.754 \text{A})(200 \Omega) = 150.8 \text{V}$$

$$V_C = IX_C = (0.754 \text{A})(212.3 \Omega) = 160.07 \text{V}$$

બંને વોલ્ટેજ  $V_R$  અને  $V_C$ નો બૈજિક સરવાળો 310.87 V છે. જે સ્રોત વોલ્ટેજ 220 V કરતાં વધુ છે. આ વિસંગતતા કઈ રીતે સમજાવી શકાય? પાઠ્યપુસ્તકમાં તમે શીખી ગયા છો તેમ, અહીં બંને વોલ્ટેજ સમાન કળામાં નથી. માટે તેમનો સરવાળો સામાન્ય સંખ્યાઓની માફક થઈ શકે નહીં. બંને વોલ્ટેજ વચ્ચેનો કળાતફાવત  $90^\circ$  જેટલો છે. માટે પાયથાગોરસનાં પ્રમેય પરથી કુલ વોલ્ટેજ મેળવી શકાય.

$$\begin{aligned} V_{R+C} &= \sqrt{V_R^2 + V_C^2} \\ &= 219.91 \approx 220 \text{V} \end{aligned}$$

આમ, જો બે વોલ્ટેજ વચ્ચેનો કળા તફાવત યોગ્ય રીતે ગણતરીમાં લેવામાં આવે તો કેપેસિટર અને અવરોધકનાં બે છેડા વચ્ચેનો કુલ વોલ્ટેજ સ્રોત વોલ્ટેજ જેટલો થાય.

## 7.7 AC પરિપથમાં પાવર : પાવર ફેક્ટર

### (POWER IN AC CIRCUIT : THE POWER FACTOR)

આપણે જોયું કે, RLC શ્રેણી પરિપથમાં વોલ્ટેજ  $v = v_m \sin \omega t$  લાગુ પડતાં પરિપથમાં વહેતો પ્રવાહ  $i = i_m \sin(\omega t + \phi)$  દ્વારા મળે છે.

$$\text{જ્યાં, } i_m = \frac{v_m}{Z} \text{ અને } \phi = \tan^{-1} \left( \frac{X_C - X_L}{R} \right)$$

આથી, સ્રોત દ્વારા પુરો પડાયેલ તાત્કાલિક પાવર

$$\begin{aligned} p &= vi = (v_m \sin \omega t) \times [i_m \sin(\omega t + \phi)] \\ &= \frac{v_m i_m}{2} [\cos \phi - \cos(2\omega t + \phi)] \end{aligned} \quad (7.37)$$

છે. સમીકરણ (7.37)ની જમણી બાજુનાં બે પદોનું સરેરાશ એક પૂર્ણ ચક્ર પર પાવરનું સરેરાશ આપે છે. જે પૈકીનું માત્ર બીજું પદ સમય પર આધારિત છે. જેનું સરેરાશ શૂન્ય થાય છે. (cosineનું ધન અર્ધચક્ર ઋણ અર્ધચક્રને નાબુદ કરે છે.) માટે,

$$\begin{aligned} P &= \frac{v_m i_m}{2} \cos \phi = \frac{v_m}{\sqrt{2}} \frac{i_m}{\sqrt{2}} \cos \phi \\ &= VI \cos \phi \end{aligned} \quad [7.38(a)]$$

આ સમીકરણ નીચે મુજબ પણ લખી શકાય.

$$P = I^2 Z \cos \phi \quad [7.38(b)]$$

આમ, વપરાતો (વ્યય પામતો) સરેરાશ પાવર માત્ર વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ પર આધારિત નથી પરંતુ તેમની વચ્ચેનાં કળા ખૂણા  $\phi$ ના cosine પર પણ આધારિત છે. રાશિ  $\cos \phi$ ને પાવર ફેક્ટર કહે છે. આપણે નીચેના કિસ્સાઓની ચર્ચા કરીએ :

**કિસ્સો (i)** અવરોધક પરિપથ : જો પરિપથ માત્ર શુદ્ધ અવરોધ R ધરાવતો હોય તો તેને અવરોધક પરિપથ કહે છે. તે કિસ્સામાં  $\phi = 0$ ,  $\cos \phi = 1$  પાવર વ્યય મહત્તમ હોય છે.

**કિસ્સો (ii)** શુદ્ધ ઇન્ડક્ટીવ અથવા કેપેસિટીવ પરિપથ : જો પરિપથ માત્ર ઇન્ડક્ટર અથવા કેપેસિટર ધરાવતો હોય તો આપણે જાણીએ છીએ કે પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ વચ્ચેનો કળા તફાવત  $\pi/2$  જેટલો હોય છે માટે  $\cos \phi = 0$  અને પરિપથમાંથી પ્રવાહ પસાર થવા છતાંય પાવર વપરાતો (વ્યય પામતો) નથી. આવા પ્રવાહને ઘણીવાર વોટલેસ પ્રવાહ કહે છે.

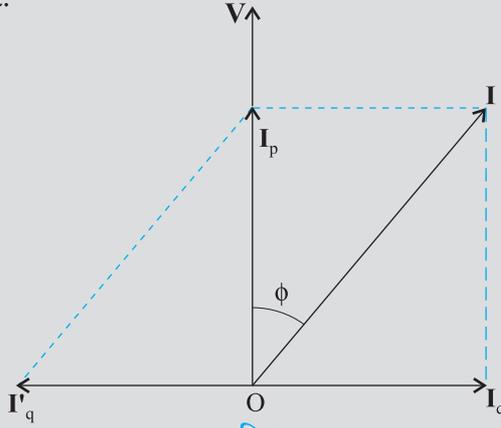
**કિસ્સો (iii)** LCR શ્રેણી પરિપથ : LCR શ્રેણી પરિપથમાં થતો પાવર વ્યય સમીકરણ (7.38) મુજબનો હોય છે. જ્યાં,  $\phi = \tan^{-1}(X_C - X_L)/R$ . તેથી, RL અથવા RC અથવા RCL પરિપથોમાં  $\phi$  અશૂન્ય થશે. આવા કિસ્સાઓમાં પણ પાવર વ્યય તો માત્ર અવરોધકમાં જ થાય છે.

**કિસ્સો (iv)** LCR પરિપથમાં અનુનાદની સ્થિતિએ વ્યય થતો પાવર : અનુનાદની સ્થિતિએ  $X_C - X_L = 0$  અને  $\phi = 0$  તેથી  $\cos \phi = 1$  અને  $P = I^2 Z = I^2 R$ . એટલે કે અનુનાદ સ્થિતિએ પરિપથમાં (R દ્વારા) મહત્તમ પાવર વ્યય થતો હોય છે.

ઉકેલ (a) આપણે જાણીએ છીએ કે,  $P = IV \cos\phi$ . જ્યાં,  $\cos\phi$  પાવર ફેક્ટર છે. આપેલ વોલ્ટેજ ઈચ્છિત (આપેલ) પાવર મોકલવા માટે, જો પાવર ફેક્ટર ઓછો હોય તો તેને અનુરૂપ પ્રવાહમાં આપણે વધારો કરવો જોઈએ. પરંતુ આમ કરતાં ટ્રાન્સમિશન દરમ્યાન પાવર વ્યય ( $I^2R$ ) ખૂબ વધી જાય છે.

(b) ધારોકે પરિપથમાં પ્રવાહ વોલ્ટેજ કરતાં કળામાં  $\phi$  જેટલો પાછળ છે તો પાવર ફેક્ટર  $\cos\phi = R/Z$ .

$Z$ નું મૂલ્ય લગભગ  $R$  જેટલું બનાવીને આપણે પાવર ફેક્ટરમાં (લગભગ 1 બને તેમ) સુધારો કરી શકીએ છીએ. ફેઝર ડાયાગ્રામ (આકૃતિ 7.17)ની મદદથી આપણે સમજીએ કે આ કેવી રીતે મેળવી શકાય.



આકૃતિ 7.17

અહીં  $I$ ને બે ઘટકોમાં વિભાજન કરીએ. લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ  $V$ ની દિશામાં  $I_p$  અને લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજને લંબ દિશામાં  $I_q$ . પરિચ્છેદ 7.7માં તમે શીખ્યા તે મુજબ  $I_q$  વોટલેસ ઘટક કહેવાય છે. તેથી પ્રવાહનાં આ ઘટકને અનુરૂપ પાવર વ્યય થતો નથી.  $I_p$  પાવર ઘટક તરીકે ઓળખાય છે, કારણ કે તે વોલ્ટેજ સાથે સમાન કળામાં છે અને તેનાં અનુરૂપ પરિપથમાં પાવર વ્યય થાય છે.

આ વિશ્લેષણથી તે સ્પષ્ટ છે કે, જો આપણે પાવર ફેક્ટર સુધારવા માગતા હોઈએ તો, કળામાં પાછળ રહેલા વોટલેસ પ્રવાહ  $I_q$ ને તેનાં જેટલો જ અને કળામાં આગળ રહેતાં વોટલેસ પ્રવાહ  $I_q'$  વડે તટસ્થ કરવો પડે. આમ કરવા માટે યોગ્ય મૂલ્યનાં કેપેસિટરને સમાંતર જોડવો પડે જેથી  $I_q$  અને  $I_q'$  એકબીજાની અસર નાબૂદ કરે તથા પાવર  $P$  અસરકારક રીતે  $I_p V$  જેટલો થાય.

ઉદાહરણ 7.7

ઉદાહરણ 7.8 283 V મહત્તમ મૂલ્ય અને 50 Hz આવૃત્તિવાળો sine પ્રકારનો વોલ્ટેજ LCR શ્રેણી પરિપથને લાગુ પાડેલ છે. જેમાં  $R = 3\Omega$ ,  $L = 25.48 \text{ mH}$  અને  $C = 796 \mu\text{F}$  છે. (a) પરિપથનો ઈમ્પિડન્સ (b) સ્રોત વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ વચ્ચેનો કળા તફાવત (c) પરિપથમાં વ્યય થતો પાવર અને (d) પાવર ફેક્ટર શોધો.

ઉકેલ પરિપથનો ઈમ્પિડન્સ શોધવા પ્રથમ આપણે  $X_L$  અને  $X_C$ ની ગણતરી કરીશું.

$$(a) X_L = 2\pi\nu L$$

$$= 2 \times 3.14 \times 50 \times 25.48 \times 10^{-3} \Omega = 8 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi\nu C}$$

ઉદાહરણ 7.8

$$= \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 796 \times 10^{-6}} = 4 \Omega$$

તેથી,

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{3^2 + (8 - 4)^2}$$

$$= 5 \Omega$$

$$(b) \text{ કળા તફાવત } \phi = \tan^{-1} \left( \frac{X_C - X_L}{R} \right)$$

$$= \tan^{-1} \left( \frac{4 - 8}{3} \right) = -53.1^\circ$$

$\phi$  ઋણ છે, તેથી સ્રોતનાં બે છેડા વચ્ચેનાં વોલ્ટેજ કરતાં પરિપથનો પ્રવાહ પાછળ છે.

(c) પરિપથમાં વ્યય થતો પાવર

$$P = I^2 R$$

$$\text{હવે, } I = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{283}{5} \right) = 40 \text{ A}$$

$$\text{તેથી, } P = (40 \text{ A})^2 \times 3 \Omega = 4800 \text{ W}$$

(d) પાવર ફેક્ટર =  $\cos \phi = \cos(-53.1^\circ) = 0.6$

ઉદાહરણ 7.9 ધારો કે ઉપરનાં ઉદાહરણમાં સ્રોતની આવૃત્તિ બદલી શકાય છે. તો (a) અનુનાદની સ્થિતિએ સ્રોતની આવૃત્તિ કેટલી હશે ? (b) અનુનાદની સ્થિતિએ ઈમ્પિડન્સ, પ્રવાહ અને વ્યય થતા પાવરની ગણતરી કરો.

ઉકેલ

(a) અનુનાદ થાય ત્યારે આવૃત્તિ,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{25.48 \times 10^{-3} \times 796 \times 10^{-6}}}$$

$$= 222.1 \text{ rad/s}$$

$$v_r = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{222.1}{2 \times 3.14} = 35.4 \text{ Hz}$$

(b) અનુનાદની સ્થિતિએ ઈમ્પિડન્સ Z અવરોધ R જેટલો હોય છે.

$$Z = R = 3 \Omega$$

અનુનાદ વખતે rms પ્રવાહ

$$= \frac{V}{Z} = \frac{V}{R} = \left( \frac{283}{\sqrt{2}} \right) \frac{1}{3} = 66.7 \text{ A}$$

અનુનાદની સ્થિતિએ વ્યય થતો પાવર

$$P = I^2 \times R = (66.7)^2 \times 3 = 13.35 \text{ kW}$$

અહીં તમે જોઈ શકો છો કે ઉદાહરણ 7.8માં વ્યય થતાં પાવર કરતાં આ કિસ્સામાં પાવર વ્યય વધુ છે.

**ઉદાહરણ 7.10** કોઈ એરપોર્ટ પર સુરક્ષાનાં કારણોસર મેટલ ડીટેક્ટરના દરવાજામાંથી એક વ્યક્તિ પસાર થાય છે. જો તે/તેણીના પાસે કોઈ ધાતુની બનેલી કોઈ વસ્તુ હોય તો મેટલ ડીટેક્ટર ધ્વનિ ઉત્સર્જિત કરે છે. આ ડીટેક્ટર કયા સિદ્ધાંત પર કાર્ય કરે છે ?

**ઉકેલ** મેટલ ડીટેક્ટર એસી પરિપથોમાં થતાં અનુનાદનાં સિદ્ધાંત પર કાર્ય કરે છે. જ્યારે તમે મેટલ ડીટેક્ટરના દરવાજામાંથી પસાર થાવ છો ત્યારે વાસ્તવમાં તમે ઘણાં આંટા ધરાવતી કોઈલ (Coil-ગૂંચળા)માંથી પસાર થાવ છો. ગૂંચળાને ટ્યુન કરેલ કેપેસિટર સાથે જોડેલ હોય છે, જેથી પરિપથ અનુનાદની સ્થિતિએ હોય છે. જ્યારે તમે તમારા ખિસ્સામાં ધાતુના ટુકડા સાથે પસાર થાવ છો ત્યારે પરિપથનો ઈમ્પિડન્સ બદલાય છે. પરિણામે પરિપથનાં પ્રવાહમાં નોંધપાત્ર ફેરફાર થાય છે. પ્રવાહમાં થતો આ ફેરફાર પરખાય (Detected) છે અને ઈલેક્ટ્રોનિક પરિપથ એલાર્મ તરીકે ધ્વનિ ઉત્પન્ન કરે છે.

## 7.8 LC દોલનો (LC Oscillations)

આપણે જાણીએ છીએ કે કેપેસિટર અને ઈન્ડક્ટર અનુક્રમે વિદ્યુતીય અને ચુંબકીય ઊર્જાનો સંગ્રહ કરી શકે છે. જ્યારે એક કેપેસિટર (પ્રારંભમાં વિદ્યુતભારિત)ને ઈન્ડક્ટર સાથે જોડવામાં આવે છે ત્યારે કેપેસિટર પર રહેલા વિદ્યુતભાર અને પરિપથમાં પ્રવાહ વિદ્યુતીય દોલનોની ઘટના નિપજાવે છે જે યાંત્રિક તંત્રોમાં થતાં દોલનો જેવા જ હોય છે. (ધોરણ XI, પ્રકરણ-14)

ધારો કે કેપેસિટર પર  $q_m$  જેટલો વિદ્યુતભાર ( $t = 0$  સમયે) છે અને તેને આકૃતિ 7.18 મુજબ ઈન્ડક્ટર સાથે જોડવામાં આવે છે.

જે ક્ષણે પરિપથ પૂર્ણ થાય છે તે ક્ષણે કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર ઘટવાની શરૂઆત થાય છે. પરિણામે પરિપથમાં વધતો પ્રવાહ ઉત્પન્ન થાય છે. ધારોકે કોઈ એક  $t$  સમયે પરિપથમાં વિદ્યુતભાર  $q$  અને પ્રવાહ  $i$  છે.  $di/dt$  ધન હોવાથી ઈન્ડક્ટર Lમાં પ્રેરિત  $emf$ નું ધ્રુવત્વ (Polarity) આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબની હોય છે, એટલે કે,  $v_b < v_a$ . કિર્યોફનાં બંધ ગાળાનાં નિયમ અનુસાર,

$$\frac{q}{C} - L \frac{di}{dt} = 0 \quad (7.39)$$

પ્રસ્તુત કિસ્સામાં,  $i = -(dq/dt)$  (કારણ કે, જેમ  $q$  ઘટે છે તેમ  $i$  વધે છે.) માટે સમીકરણ (7.39) નીચે મુજબ થશે.

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad (7.40)$$

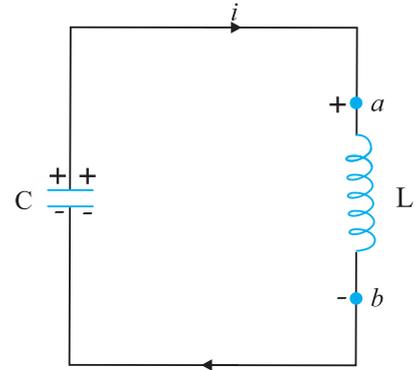
આ સમીકરણ સરળ આવર્ત ગતિનાં સમીકરણ  $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$  જેવું સ્વરૂપ ધરાવે છે. આથી, વિદ્યુતભાર જે પ્રાકૃતિક આવૃત્તિથી દોલનો કરે છે,

$$\text{તે આવૃત્તિ } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (7.41)$$

છે અને તે સમય સાથે સાઈન વિધેય અનુસાર નીચેના સૂત્ર અનુસાર બદલાય છે.

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \phi) \quad (7.42)$$

જ્યાં,  $q_m$  એ  $q$ નું મહત્તમ મૂલ્ય અને  $\phi$  કળા અચળાંક છે.  $t = 0$  સમયે  $q = q_m$  હોવાથી  $\cos\phi = 1$  અથવા  $\phi = 0$ . તેથી પ્રસ્તુત કિસ્સામાં,



**આકૃતિ 7.18** કોઈ એક ક્ષણે, વિદ્યુતપ્રવાહ વધે છે તેથી ઈન્ડક્ટરમાં પ્રેરિત  $emf$  નું ધ્રુવત્વ (Polarity) આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબનું છે.

$$q = q_m \cos(\omega_0 t) \quad (7.43)$$

પ્રવાહ  $i = \left(-\frac{dq}{dt}\right)$  નીચે મુજબ આપી શકાય છે.

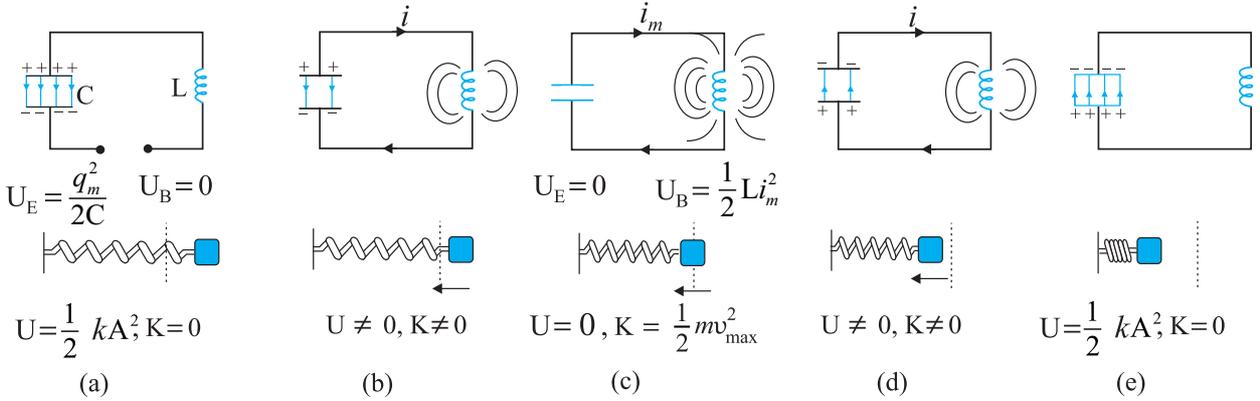
$$I = i_m \sin(\omega_0 t) \quad (7.44)$$

જ્યાં,  $i_m = \omega_0 q_m$

આ પરિપથમાં દોલન કેવી રીતે થાય છે તે દર્શાવવાનું હવે આપણે પ્રયત્ન કરીએ.

આકૃતિ 7.19(a)માં દર્શાવ્યા મુજબ પ્રારંભિક વિદ્યુતભાર  $q_m$  વાળા કેપેસિટર સાથે આદર્શ ઇન્ડક્ટર જોડેલ છે. વિદ્યુતભારિત કેપેસિટરમાં સંગ્રહિત વિદ્યુતઊર્જા  $U_E = \frac{1}{2} \frac{q_m^2}{C}$  છે. પરિપથમાં પ્રવાહ વહેતો ન હોવાથી ઇન્ડક્ટરમાં ઊર્જા શૂન્ય હોય છે. આમ,

$$LC \text{ પરિપથની કુલ ઊર્જા } U = U_E = \frac{1}{2} \frac{q_m^2}{C}$$



આકૃતિ 7.19 LC પરિપથમાં થતા દોલનો સ્પ્રિંગનાં છેડે લગાવેલ બ્લોકના દોલનો જેવાં છે.

આકૃતિમાં દોલનનું અર્ધચક્ર દર્શાવેલ છે.

$t = 0$  સમયે [આકૃતિ 7.19(b)] કળ બંધ કરતાં જ કેપેસિટર વિદ્યુતવિભારિત (ડિસ્ચાર્જ) થવાની શરૂઆત થાય છે. જેમ પરિપથમાં પ્રવાહ વધવા લાગે છે, તેમ તે ઇન્ડક્ટરમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર પ્રસ્થાપિત કરે છે અને તેથી ઇન્ડક્ટરમાં કેટલીક ઊર્જા ચુંબકીય ઊર્જા  $U_B = 1/2 Li^2$  સ્વરૂપે સંગ્રહિત થાય છે. આકૃતિ 7.19(c)માં દર્શાવ્યા મુજબ જ્યારે ( $t = T/4$  સમયે) પ્રવાહ તેનાં મહત્તમ મૂલ્ય  $i_m$  પર પહોંચે છે ત્યારે બધી જ ઊર્જા, ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં  $U_B = 1/2 Li_m^2$  સંગ્રહ પામે છે અને તે તમે સરળતાથી ચકાસી શકો છો કે, આ મહત્તમ વિદ્યુતઊર્જા અને મહત્તમ ચુંબકીયઊર્જા સરખી હોય છે. હવે કેપેસિટર પર વીજભાર હોતો નથી અને તેથી તેમાં કોઈ ઊર્જા હોતી નથી. આકૃતિ 7.19(d)માં દર્શાવ્યા મુજબ, હવે પ્રવાહ કેપેસિટરને વિદ્યુતભારિત કરવાનું શરૂ કરે છે. આ પ્રક્રિયા કેપેસિટર સંપૂર્ણ વિદ્યુતભારિત થાય ( $t = T/2$  સમયે) [આકૃતિ 7.19(e)] ત્યાં સુધી સતત ચાલુ રહે છે. પરંતુ વિદ્યુતભારોનું ધ્રુવત્વ (Polarity) આકૃતિ 7.19(a)ની પ્રારંભિક સ્થિતિ કરતાં વિરુદ્ધ હોય છે. અહીં, વર્ણવેલ સમગ્ર પ્રક્રિયા જ્યાં સુધી તંત્ર તેની મૂળ સ્થિતિમાં પાછું આવે ત્યાં સુધી તેની જાતે જ પુનરાવર્તિત થશે. આમ, તંત્રમાં રહેલી ઊર્જા કેપેસિટર અને ઇન્ડક્ટર વચ્ચે દોલનો કરે છે.

LC દોલનો સ્પ્રિંગના છેડે જોડેલ બ્લૉકનાં યાંત્રિક દોલનો જેવાં જ છે. આકૃતિ 7.19માં દરેક આકૃતિમાં નીચેનો ભાગ યાંત્રિકતંત્રની (સ્પ્રિંગને જોડેલ બ્લૉક) અનુરૂપ સ્થિતિ દર્શાવે છે. અગાઉ નોંધ્યું તેમ કોણીય આવૃત્તિ  $\omega_0$  સાથે દોલન કરતાં  $m$  દળનાં બ્લૉકનું સમીકરણ

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2x = 0 \text{ છે.}$$

અહીં,  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  અને  $k$  સ્પ્રિંગનો બળ અચળાંક છે. તેથી  $x, q$ ને અનુરૂપ છે. યાંત્રિકતંત્રનાં કિસ્સામાં,  $F = ma = m(dv/dt) = m(d^2x/dt^2)$ . વિદ્યુતીય તંત્ર માટે  $\mathcal{E} = -L(di/dt) = -L(d^2q/dt^2)$ . આ બે સમીકરણોને સરખાવતાં આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે,  $L$  દળ  $m$  સાથે સામ્યતા ધરાવે છે. પ્રવાહમાં થતા ફેરફાર માટે અવરોધનું માપ  $L$  છે. LC પરિપથનાં કિસ્સામાં  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  અને સ્પ્રિંગ સાથે જોડેલ દળ માટે  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ . તેથી  $1/C, k$  સાથે સામ્યતા ધરાવે છે. અચળાંક  $k (= F/x)$  એકમ સ્થાનાંતર માટે જરૂરી (બાહ્ય) બળ સૂચવે છે. જ્યારે  $1/C (= V/q)$  એકમ વિદ્યુતભારને પ્રસ્થાપિત કરવા માટેનો જરૂરી વિદ્યુત સ્થિતિમાનનો તફાવત સૂચવે છે. કોષ્ટક 7.1 યાંત્રિક રાશિઓ અને વિદ્યુત રાશિઓ વચ્ચેની સરખામણી દર્શાવે છે.

કોષ્ટક 7.1 યાંત્રિક રાશિઓ અને વિદ્યુતીય રાશિઓ વચ્ચેની સરખામણી	
યાંત્રિક તંત્ર	વિદ્યુતીય તંત્ર
દળ $m$	ઇન્ડક્ટન્સ $L$
બળ અચળાંક $k$	કેપેસિટન્સનો વ્યસ્ત $1/C$
સ્થાનાંતર $x$	વીજભાર $q$
વેગ $v = dx/dt$	પ્રવાહ $I = dq/dt$
યાંત્રિક ઊર્જા	વિદ્યુત ચુંબકીય ઊર્જા
$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$	$E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$

નોંધો કે, LC દોલનોની ઉપરોક્ત ચર્ચા બે કારણોસર વાસ્તવિક નથી.

- દરેક ઇન્ડક્ટર કેટલોક અવરોધ ધરાવે છે. આ અવરોધને કારણે વિદ્યુતભાર અને પરિપથના પ્રવાહ પર અવમંદનની અસર નીપજે છે અને છેવટે દોલનો નાશ પામે છે.
- જો અવરોધ શૂન્ય હોય તો પણ તંત્રની કુલ ઊર્જા અચળ રહેતી નથી, તે તંત્રમાંથી વિદ્યુત ચુંબકીય તરંગો સ્વરૂપે ઉત્સર્જિત થાય છે. (હવે પછીનાં પ્રકરણમાં તેની ચર્ચા છે.) હકીકતમાં રેડિયો અને ટીવી ટ્રાન્સમીટરો આ વિકિરણ પર આધારિત હોય છે.

બે અલગ-અલગ ઘટના, સમાન ગાણિતીક પ્રક્રિયા

ધોરણ XI, ભૌતિકવિજ્ઞાન પાઠ્યપુસ્તક પરિચ્છેદ 14.10માં વર્ણવેલ બળપ્રેરિત અવમંદિત દોલનોની ગાણિતીક સરખામણી, ac વોલ્ટેજ લગાડેલા LCR પરિપથની ગાણિતીક પ્રક્રિયા સાથે કરવાની તમને ગમશે. અહીં, સમીકરણ (7.28), ધોરણ XI પાઠ્યપુસ્તકનાં સમીકરણ [14.37(b)]માં વપરાયેલ સંજ્ઞા અને પ્રાયલો જુદા જુદા હોવા છતાં તેના જેવું છે. માટે આપણે આ બંને સ્થિતિ માટે રાશિઓની સમતુલ્યતાની સૂચિ તૈયાર કરીએ.

પ્રણોદિત દોલનો

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cos \omega_d t$$

સ્થાનાંતર,  $x$

સમય,  $t$

દળ,  $m$

અવમંદન અચળાંક,  $b$

સ્પ્રિંગ અચળાંક,  $k$

ચાલક આવૃત્તિ,  $\omega_d$

દોલનોની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ,  $\omega$

પ્રણોદિત દોલનોનો કંપવિસ્તાર,  $A$

ચાલક બળનો કંપવિસ્તાર,  $F_0$

સંચાલિત LCR પરિપથ

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = v_m \sin \omega t$$

કેપેસિટર પરનો વીજભાર,  $q$

સમય,  $t$

આત્મપ્રેરકત્વ,  $L$

અવરોધ,  $R$

કેપેસિટન્સનું વ્યસ્ત,  $1/C$

ચાલક આવૃત્તિ,  $\omega$

LCR પરિપથની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ,  $\omega_0$

સંગ્રહ પામતો મહત્તમ વિદ્યુતભાર,  $q_m$

લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજનો કંપવિસ્તાર,  $v_m$

તમારે તે અવશ્ય નોંધવું જોઈએ કે, સ્થાનાંતર ( $x$ )ને અનુરૂપ વીજભાર ( $q$ ), કંપવિસ્તાર  $A$  (મહત્તમ સ્થાનાંતર)ને અનુરૂપ સંગ્રહિત મહત્તમ વીજભાર  $q_m$  થશે. ધોરણ XIનું સમીકરણ [14.39(a)] દોલનોનો કંપવિસ્તાર અન્ય પ્રાયલોના પદમાં આપે છે જેને સગવડ ખાતર અહીં ફરી રજૂ કરેલ છે.

$$A = \left( \frac{F_0}{\{m^2(\omega^2 - \omega_d^2)^2 + \omega_d^2 b^2\}^{1/2}} \right)$$

ઉપરોક્ત સમીકરણમાં દરેક પ્રાયલોને અનુરૂપ વિદ્યુતીય રાશિઓ મૂકીએ અને જોઈએ શું થાય છે ?  $X_L = \omega L$ ,  $X_C = 1/\omega C$  અને  $\omega_0^2 = 1/LC$ નો ઉપયોગ કરીને  $L$ ,  $C$ ,  $\omega$  અને  $\omega_0$ નો લોપ કરો. જ્યારે તમે સમીકરણ (7.33) અને (7.34)નો ઉપયોગ કરશો તો જોઈ શકશો કે તેમાં સંપૂર્ણ સામ્યતા છે.

ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં તમને આવી ઘણી પરિસ્થિતિઓ જોવા મળશે કે, જેમાં જુદી જુદી ઘટનાઓ સમાન ગાણિતીક સમીકરણો વડે રજૂ કરવામાં આવે છે. આ પૈકીની કોઈએક સાથે તમે કામ પાડેલું હોય, તો તમે અન્ય પરિસ્થિતિઓ માટે અનુરૂપ રાશિઓની ફેરબદલી કરીને તમે નવા સંદર્ભમાં પરિણામોનું અર્થઘટન કરી શકો છો. તમે ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં જુદા જુદા ક્ષેત્રોમાંથી આવી જ સમાન પરિસ્થિતિઓ શોધવાનો પ્રયત્ન કરો તેમ અમે સૂચવીએ છીએ. અલબત્ત, તમે તફાવતથી પણ પરિચિત હોવા જોઈએ.

**ઉદાહરણ 7.11** દર્શાવેલ કે LC પરિપથના મુક્ત દોલનમાં કેપેસિટર અને ઈન્ડક્ટરમાં કોઈ પણ સમયે સંગ્રહિત ઊર્જાઓનો સરવાળો અચળ હોય છે.

ઉકેલ ધારોકે કેપેસિટર પર પ્રારંભિક વિદ્યુતભાર  $q_0$  છે. સંપૂર્ણ ચાર્જ કેપેસિટર સાથે L ઈન્ડક્ટન્સ ધરાવતા ઈન્ડક્ટરને જોડેલ છે. પરિચ્છેદ 7.8માં તમે અભ્યાસ કર્યો તે મુજબ આ LC પરિપથ આવૃત્તિ

$$\omega \left( = 2\pi\nu = \frac{1}{\sqrt{LC}} \right) \text{ થી દોલનો ચાલુ રાખશે.}$$

કોઈ એક  $t$  ક્ષણે કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર  $q$  અને પરિપથનો પ્રવાહ  $i$  નીચે મુજબ અપાય છે.

$$q(t) = q_0 \cos \omega t$$

$$i(t) = -q_0 \omega \sin \omega t$$

$t$  સમયે કેપેસિટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા

$$U_E = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C} \cos^2(\omega t)$$

$t$  સમયે ઈન્ડક્ટરમાં સંગ્રહિત ઊર્જા

$$\begin{aligned} U_M &= \frac{1}{2} L i^2 \\ &= \frac{1}{2} L q_0^2 \omega^2 \sin^2(\omega t) \\ &= \frac{q_0^2}{2C} \sin^2(\omega t) \quad (\because \omega = 1/\sqrt{LC}) \end{aligned}$$

ઊર્જાઓનો સરવાળો

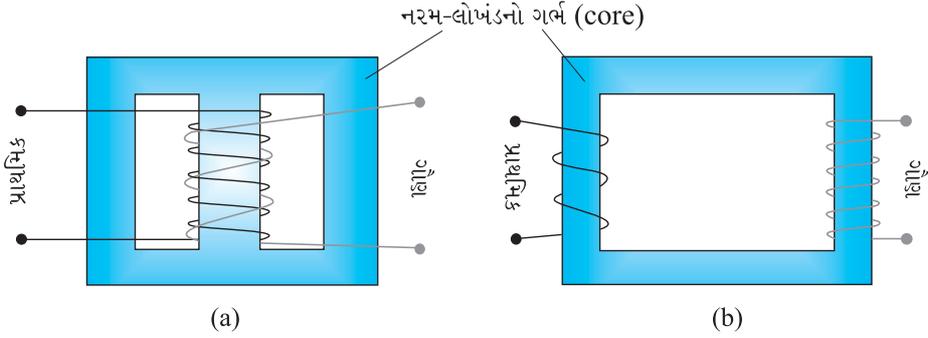
$$\begin{aligned} U_E + U_M &= \frac{q_0^2}{2C} [\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t] \\ &= \frac{q_0^2}{2C} \end{aligned}$$

$q_0$  અને C, સમયથી સ્વતંત્ર છે તેથી સમય સાથે આ સરવાળો (કુલ ઊર્જા) અચળ છે. નોંધો કે તે કેપેસિટરની પ્રારંભિક ઊર્જા જેટલી છે. કેમ આવું? વિચારો !

## 7.9 ટ્રાન્સફોર્મર્સ (TRANSFORMERS)

ઘણાં ઉદ્દેશો માટે, એસી વોલ્ટેજને એક મૂલ્યથી મોટા કે નાના વોલ્ટેજ મૂલ્યોમાં પરિવર્તન (અથવા રૂપાંતરિત) કરવું આવશ્યક બને છે. અન્યોન્ય પ્રેરણનાં સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ કરી આવી રચના બનાવી શકાય છે, જેને ટ્રાન્સફોર્મર કહે છે.

ટ્રાન્સફોર્મરમાં એકબીજાથી અલગ કરેલ બે કોઈલ (ગૂંચળા)નું જોડકું હોય છે. તેમને નરમ લોખંડનાં ગર્ભ (Core) પર આકૃતિ 7.20(a) મુજબ એકબીજાથી ઉપર અથવા આકૃતિ 7.20(b) મુજબ ગર્ભનાં બે અલગ-અલગ ભાગો પર વિંટાળેલા હોય છે. તે પૈકીની એક કોઈલને પ્રાથમિક ગૂંચળું (પ્રાયમરી કોઈલ) કહે છે, તેમાં આંટા  $N_p$  હોય છે. બીજી કોઈલને ગૌણ ગૂંચળું (સેકન્ડરી કોઈલ) કહે છે તેમાં આંટા  $N_s$  હોય છે. ઘણીવખત ટ્રાન્સફોર્મર માટે પ્રાથમિક ગૂંચળું ઈનપુટ કોઈલ અને ગૌણ ગૂંચળું આઉટપુટ કોઈલ હોય છે.



આકૃતિ 7.20 ટ્રાન્સફોર્મરમાં પ્રાથમિક અને ગૌણ ગૂંચળાની વીંટાળવાની બે ગોઠવણી (a) એકબીજાની ઉપર બે ગૂંચળા (b) ગર્ભના જુદા ભાગ પર બે ગૂંચળા

જ્યારે પ્રાથમિક ગૂંચળાને પ્રત્યાવર્તી વોલ્ટેજ લાગુ પાડવામાં આવે છે ત્યારે પરિણામી પ્રવાહ પ્રત્યાવર્તી ચુંબકીય ફલક્સ ઉત્પન્ન કરે છે જે ગૌણ ગૂંચળા સાથે સંકળાય છે અને તેમાં  $emf$  પ્રેરિત કરે છે. આ  $emf$  નાં મૂલ્યનો આધાર ગૌણ ગૂંચળાના આંટાની સંખ્યા પર હોય છે. આપણે એક આદર્શ ટ્રાન્સફોર્મર વિચારીશું કે જેમાં પ્રાથમિક ગૂંચળાને અવગણી શકાય તેટલો અવરોધ છે અને ગર્ભમાં રહેલ બધું જ ચુંબકીય ફલક્સ પ્રાથમિક અને ગૌણ બંનેનાં આંટા (વાઈન્ડિંગ) સાથે સંકળાયેલ છે. જ્યારે પ્રાથમિક ગૂંચળાને  $v_p$  વોલ્ટેજ લાગુ પાડીએ છીએ ત્યારે પ્રવાહને કારણે  $t$  સમયે તેના પ્રત્યેક આંટા સાથે સંકળાયેલ ફલક્સ  $\phi$  હોય તેમ ધારો.

$N_s$  આંટા ધરાવતા ગૌણ ગૂંચળામાં પ્રેરિત  $emf$  અથવા વોલ્ટેજ

$$\mathcal{E}_s = -N_s \frac{d\phi}{dt} \quad (7.45)$$

છે. પ્રત્યાવર્તી ફલક્સને કારણે પ્રાથમિક ગૂંચળામાં પણ પ્રેરિત  $emf$  ઉદ્ભવે છે જેને back  $emf$  કહે છે. તે નીચે મુજબ છે.

$$\mathcal{E}_p = -N_p \frac{d\phi}{dt} \quad (7.46)$$

પરંતુ  $\mathcal{E}_p = v_p$ . જો આવું ન હોય તો પ્રાયમરીનાં શૂન્ય અવરોધને કારણે (ધારણા મુજબ) તેમાં પ્રવાહ અનંત થઈ જાય. જો ગૌણ ગૂંચળું એક ખુલ્લો પરિપથ (Open Circuit) હોય અથવા તેમાંથી મેળવાતો પ્રવાહ ઓછો હોય તો પર્યાપ્ત સંનિકટતામાં  $\mathcal{E}_s = v_s$  લઈ શકાય. જ્યાં,  $v_s$  ગૌણ ગૂંચળાના બે છેડા વચ્ચેનો વોલ્ટેજ છે. આથી, સમીકરણ (7.45) અને (7.46) નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$v_s = -N_s \frac{d\phi}{dt} \quad [7.45(a)]$$

$$v_p = -N_p \frac{d\phi}{dt} \quad [7.46(a)]$$

સમીકરણ (7.45(a)) અને (7.46(a)) પરથી,

$$\frac{v_s}{v_p} = \frac{N_s}{N_p} \quad (7.47)$$

નોંધો કે ઉપરોક્ત સંબંધ ત્રણ ધારણાઓનો ઉપયોગ કરીને મેળવેલ છે. (i) પ્રાથમિક ગૂંચળામાં અને તેનો અવરોધ નાના છે. (ii) પ્રાથમિક અને ગૌણ બંને ગૂંચળામાં આંટા દીઠ સમાન ફ્લક્સ સંકળાય છે, કારણ કે ખૂબ જ ઓછું ફ્લક્સ ગર્ભમાંથી છટકી જાય છે અને (iii) સેકન્ડરી પ્રવાહનું મૂલ્ય ઓછું છે.

જો ટ્રાન્સફોર્મર 100% ક્ષમતાવાળું (ઊર્જાનો વ્યય થતો નથી) ધારેલ હોય તો ઈનપુટ પાવર અને આઉટપુટ પાવર સરખો હોય છે, અને  $p = iv$  હોવાથી

$$i_p v_p = i_s v_s \quad (7.48)$$

થોડી ઊર્જાનો હંમેશા વ્યય થતો જ હોય છે, છતાંયે સારી રીતે ડિઝાઇન કરેલા ટ્રાન્સફોર્મરની ક્ષમતા 95% કરતાં વધુ હોય છે. તેથી આ એક સારી સન્નિકટતા છે. (7.47) અને (7.48) સમીકરણોને સંયોજિત કરતાં

$$\frac{i_p}{i_s} = \frac{v_s}{v_p} = \frac{N_s}{N_p} \quad (7.49)$$

ac સ્રોતની આવૃત્તિ જેટલી જ આવૃત્તિથી  $i$  અને  $v$  બંને દોલનો કરે છે તેથી સમીકરણ (7.49) અનુરૂપ રાશિઓના કંપવિસ્તાર અથવા rms મૂલ્યોનો ગુણોત્તર પણ આપે છે.

હવે આપણે જોઈ શકીશું કે, વોલ્ટેજ અને પ્રવાહ પર ટ્રાન્સફોર્મર કેવી રીતે અસર કરે છે. આપણી પાસે

$$V_s = \left( \frac{N_s}{N_p} \right) V_p \quad \text{અને} \quad I_s = \left( \frac{N_p}{N_s} \right) I_p \quad (7.50)$$

છે. એટલે કે જો, પ્રાયમરી કરતાં સેકન્ડરી કોઈલમાં આંટાની સંખ્યા વધુ હોય ( $N_s > N_p$ ) તો વોલ્ટેજ સ્ટેપઅપ થશે (વધશે) ( $V_s > V_p$ ). આ પ્રકારની ગોઠવણીને સ્ટેપઅપ ટ્રાન્સફોર્મર કહે છે. જો કે, આવી ગોઠવણીમાં પ્રાયમરી કરતાં સેકન્ડરીમાં પ્રવાહ ઓછો હોય છે ( $N_p / N_s < 1$  અને  $I_s < I_p$ ). ઉદાહરણ તરીકે, પ્રાથમિક ગૂંચળામાં 100 આંટા અને ગૌણ ગૂંચળામાં 200 આંટા છે. તો  $N_s / N_p = 2$  અને  $N_p / N_s = 1/2$ . આમ, 10Aવાળા 220 Vનો ઈનપુટનું 5Aવાળા 440Vનાં આઉટપુટમાં સ્ટેપઅપ થશે.

જો પ્રાયમરી કરતાં સેકન્ડરીમાં આંટાની સંખ્યા ઓછી હોય ( $N_s < N_p$ ) તે સ્ટેપડાઉન ટ્રાન્સફોર્મર થશે. આ કિસ્સામાં  $V_s < V_p$  અને  $I_s > I_p$  એટલે કે, વોલ્ટેજ સ્ટેપડાઉન થશે અથવા ઘટશે અને પ્રવાહ વધશે.

ઉપર મેળવેલા સમીકરણો આદર્શ ટ્રાન્સફોર્મર (કોઈ પણ ઊર્જાનો વ્યય ન થતો હોય)ને જ લાગુ પડે છે. પરંતુ વાસ્તવિક ટ્રાન્સફોર્મરમાં નીચે મુજબનાં કારણોસર અલ્પમાત્રામાં ઊર્જાનો વ્યય થાય છે.

- (i) ફ્લક્સ લીકેજ : ગર્ભની નબળી ડિઝાઇન અથવા ગર્ભમાં હવાનું મધ્યાંતર (Air Gaps)ને કારણે પ્રાયમરીનું બધું જ ફ્લક્સ સેકન્ડરીમાંથી પસાર થતું નથી. પરિણામે થોડુંક ફ્લક્સ હંમેશાં લીકેજ થાય છે. પ્રાયમરી અને સેકન્ડરીને એકબીજા પર વીંટાળીને આ લીકેજ ઘટાડી શકાય છે.
- (ii) વાઈન્ડીંગનો અવરોધ : વાઈન્ડીંગમાં વપરાતા તારને કેટલોક અવરોધ હોય છે. તેથી તારમાં ઉદ્ભવતી ઉષ્મા ( $I^2R$ ) સ્વરૂપે ઊર્જાનો વ્યય થાય છે. વધારે પ્રવાહ અને ઓછા વોલ્ટેજવાળા વાઈન્ડીંગમાં જાડા તારનો ઉપયોગ કરીને આ વ્યય લઘુત્તમ કરી શકાય છે.
- (iii) એડી પ્રવાહ (ધૂમરી પ્રવાહો) : પ્રત્યાવર્તી ચુંબકીય ફ્લક્સ લોખંડના ગર્ભમાં એડી પ્રવાહ પ્રેરિત કરે અને પરિણામે ઉષ્મા ઉત્પન્ન થાય છે. સ્તરો અથવા પટ્ટીઓનાં બનેલા ગર્ભનો ઉપયોગ કરીને આ અસર ઘટાડી શકાય છે.
- (iv) હીસ્ટરીસીસ : પ્રત્યાવર્તી ચુંબકીયક્ષેત્રને કારણે ગર્ભનું ચુંબકીકરણ (Magnetisation) વારંવાર ઉલટાઈ જાય છે. પરિણામે ગર્ભમાં ખર્ચાતી ઊર્જા ઉષ્મા સ્વરૂપે દેખાય છે. ઓછા હીસ્ટરીસીસ વ્યય ધરાવતાં ચુંબકીય દ્રવ્યનો ઉપયોગ કરીને આ વ્યય ઘટાડી શકાય છે.

ટ્રાન્સફોર્મરનો ઉપયોગ કરીને લાંબા અંતરો સુધી વિદ્યુતઊર્જાનું મોટા પાયે પ્રસારણ અને વિતરણ કરવામાં આવે છે. જનરેટરનો આઉટપુટ વોલ્ટેજ સ્ટેપઅપ કરવામાં આવે છે (જેથી પ્રવાહ ઘટે છે અને પરિણામે  $I^2R$  વ્યય ઘટાડી શકાય છે). ત્યારબાદ તેને લાંબા અંતરે ગ્રાહકોની નજીકના વિસ્તારના સબ-સ્ટેશન સુધી મોકલવામાં આવે છે. ત્યાં વોલ્ટેજ સ્ટેપડાઉન (ઘટાડવામાં) કરવામાં આવે છે. 240 Vનો પાવર પુરવઠો આપણા ઘર સુધી પહોંચે તે પહેલાં વિતરણ-સબસ્ટેશન અને યુટીલીટી પોલ્સ (Utility Poles) (થાંભલા) ખાતે ટ્રાન્સફોર્મર વડે તેને ફરીથી સ્ટેપડાઉન કરવામાં આવે છે.

### સારાંશ

1. પ્રત્યાવર્તી એસી વોલ્ટેજ  $v = v_m \sin \omega t$  અવરોધ  $R$ ને લાગુ પાડતાં તેમાં વહેતો પ્રવાહ  $i = i_m \sin \omega t$ ,  $i_m = \frac{v_m}{R}$  હોય છે. પ્રવાહ એ લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ સાથે સમાન કળામાં હોય છે.
2. અવરોધ  $R$ માંથી પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહ  $i = i_m \sin \omega t$  પસાર થાય છે ત્યારે જુલ હીટીંગ (ઉષ્મા)ને કારણે સરેરાશ પાવર વ્યય  $P$  (એક ચક્ર પર સરેરાશ)  $(1/2) i_m^2 R$  હોય છે. તેને ડીસી પાવર ( $P = I^2 R$ )ના સ્વરૂપે રજૂ કરવા માટે પ્રવાહનાં વિશિષ્ટ મૂલ્યનો ઉપયોગ થાય છે. તેને પ્રવાહનાં વર્ગનાં સરેરાશનું વર્ગમૂળ (rms) કહે છે, જેને  $I$  વડે દર્શાવાય છે.

$$I = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 0.707 i_m$$

આ જ રીતે, rms વોલ્ટેજ

$$V = \frac{v_m}{\sqrt{2}} = 0.707 v_m \text{ વડે દર્શાવાય છે.}$$

આમ, આપણને પાવર  $P = IV = I^2 R$  મળે છે.

3. એસી વોલ્ટેજ  $v = v_m \sin \omega t$  શુદ્ધ ઇન્ડક્ટર (પ્રેરક)  $L$ ને લાગુ પાડતાં ઇન્ડક્ટરમાં વહેતો પ્રવાહ  $i = i_m \sin(\omega t - \pi/2)$  હોય છે. જ્યાં,  $i_m = v_m / X_L$ .  $X_L = \omega L$ ને ઇન્ડક્ટીવ રીએક્ટન્સ કહે છે. ઇન્ડક્ટરમાં પ્રવાહ, વોલ્ટેજ કરતાં કળામાં  $\pi/2$  જેટલો પાછળ હોય છે. ઇન્ડક્ટરને પૂરા પડતા પાવરનું એક પૂર્ણ ચક્ર પરનું સરેરાશ શૂન્ય હોય છે.

4. કેપેસિટરને ac વોલ્ટેજ  $v = v_m \sin \omega t$  લાગુ પાડતાં કેપેસિટરમાં પ્રવાહ

$$i = i_m \sin(\omega t + \pi/2) \text{ ઉદ્ભવે છે.}$$

$$i_m = \frac{v_m}{X_C}, X_C = \frac{1}{\omega C} \text{ ને કેપેસિટીવ રીએક્ટન્સ કહે છે.}$$

કેપેસિટરમાં પ્રવાહ લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ કરતાં કળામાં  $\pi/2$  જેટલો આગળ હોય છે. એક પૂર્ણ ચક્ર પર ઇન્ડક્ટરનાં કિસ્સાની માફક કેપેસિટરને પૂરા પડતા પાવરનું એક પૂર્ણ ચક્ર પરનું સરેરાશ શૂન્ય હોય છે.

5. RLC શ્રેણી પરિપથને લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ  $v = v_m \sin \omega t$  હોય ત્યારે પરિપથનો પ્રવાહ નીચેનાં સૂત્રો વડે આપી શકાય છે.  $i = i_m \sin(\omega t + \phi)$

$$\text{જ્યાં } i_m = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}$$

$$\text{અને } \tan \phi = \frac{X_C - X_L}{R}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} \text{ ને પરિપથનો ઇમ્પિડન્સ કહે છે.}$$

એક પૂર્ણ ચક્ર પર સરેરાશ પાવર વ્યય નીચે મુજબ આપવામાં આવે છે.

$$P = VI \cos\phi$$

$\cos\phi$  પદને પાવર ફેક્ટર કહે છે.

6. શુદ્ધ કેપેસિટીવ અથવા ઇન્ડક્ટીવ પરિપથમાં  $\cos\phi = 0$  હોય છે અને પરિપથમાંથી પ્રવાહ પસાર થવા છતાંય પાવર વ્યય થતો નથી. આવા કિસ્સાઓમાં પ્રવાહ, વોલ્ટેસ પ્રવાહ તરીકે ઓળખાય છે.
7. ફેઝ તરીકે ઓળખાતા ધૂમતા સદિશો વડે વોલ્ટેજ અને પ્રવાહની રજૂઆત દ્વારા એસી પરિપથમાં પ્રવાહ અને વોલ્ટેજ વચ્ચેનો કળા સંબંધ સરળતાથી દર્શાવી શકાય છે. ફેઝર એક સદિશ છે, જે ઉગમબિંદુની આસપાસ  $\omega$  કોણીય ઝડપથી ભ્રમણ કરે છે. ફેઝરનું માન ફેઝર વડે દર્શાવેલ રાશિ (વોલ્ટેજ અથવા પ્રવાહ)નો કંપવિસ્તાર અથવા મહત્તમ મૂલ્ય દર્શાવે છે. ફેઝર ડાયાગ્રામ વડે ac પરિપથનું વિશ્લેષણ કરાય છે.
8. અનુનાદની ઘટના RLC શ્રેણી પરિપથની એક રસપ્રદ લાક્ષણિકતા છે. પરિપથ અનુનાદ દર્શાવે છે એટલે કે અનુનાદીય કોણીય આવૃત્તિ,  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  માટે પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર મહત્તમ હોય છે,  

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR}$$
 વડે દર્શાવાતો ક્વોલિટી ફેક્ટર Q, અનુનાદની તીક્ષ્ણતાનો સૂચક છે.  
 Qનું ઊંચું મૂલ્ય પ્રવાહમાં તીક્ષ્ણ મહત્તમ સૂચવે છે.
9. જે પરિપથમાં ac સ્રોત અને અવરોધ ન હોય પરંતુ ઇન્ડક્ટર L અને કેપેસિટર C (પ્રારંભમાં વિદ્યુતભારિત) હોય તેવો પરિપથ મુક્ત દોલનો દર્શાવે છે. કેપેસિટર પરનો વિદ્યુતભાર q સરળ આવર્તગતિ સમીકરણ  

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$$
 ને સંતોષે છે અને તેથી આ મુક્ત દોલનોની આવૃત્તિ  

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
 છે. તંત્રમાં ઊર્જા કેપેસિટર અને ઇન્ડક્ટર વચ્ચે દોલનો કરે છે પરંતુ તેમનો સરવાળો એટલે કે કુલ ઊર્જા સમય સાથે અચળ રહે છે.
10. ટ્રાન્સફોર્મર લોખંડનાં ગર્ભ ધરાવે છે, જેના પર વિંટળાયેલ  $N_p$ , આંટા ધરાવતી પ્રાથમિક ગૂંચળામાં અને  $N_s$  આંટા ધરાવતું ગૌણ ગૂંચળું વિંટળેલ હોય છે. જો પ્રાથમિક ગૂંચળા સાથે ac સ્રોત જોડેલ હોય તો પ્રાથમિક અને ગૌણ વોલ્ટેજ વચ્ચેનો સંબંધ નીચે મુજબ છે.

$$V_s = \left( \frac{N_s}{N_p} \right) V_p \text{ અને પ્રવાહનો સંબંધ}$$

$$I_s = \left( \frac{N_p}{N_s} \right) I_p$$

જો પ્રાથમિક કરતાં ગૌણ ગૂંચળામાં આંટાની સંખ્યા વધુ હોય તો વોલ્ટેજ સ્ટેપઅપ ( $V_s > V_p$ ) થાય છે. આ પ્રકારની ગોઠવણીને સ્ટેપઅપ ટ્રાન્સફોર્મર કહે છે. જો પ્રાથમિક કરતાં ગૌણ ગૂંચળામાં આંટાની સંખ્યા ઓછી હોય તો સ્ટેપડાઉન ટ્રાન્સફોર્મર મળે છે.

ભૌતિકરાશિ	સંજ્ઞા	પરિમાણ	એકમ	નોંધ
rms વોલ્ટેજ	V	$[ML^2T^{-3}A^{-1}]$	V	$V = \frac{v_m}{\sqrt{2}}$ , $v_m$ ac વોલ્ટેજનો કંપવિસ્તાર છે.
rms પ્રવાહ	I	[A]	A	$I = \frac{i_m}{\sqrt{2}}$ , $i_m$ ac પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર છે.
રીએક્ટન્સ : ઇન્ડક્ટીવ કેપેસિટીવ ઇમ્પિડન્સ	$X_L$ $X_C$ Z	$[ML^2T^{-3}A^{-2}]$ $[ML^2T^{-3}A^{-2}]$ $[ML^2T^{-3}A^{-2}]$	$\Omega$ $\Omega$ $\Omega$	$X_L = \omega L$ $X_C = 1/\omega C$ પરિપથમાં હાજર ઘટકો પર આધારિત છે.
અનુનાદીય કોણીય આવૃત્તિ	$\omega$ , અથવા $\omega_0$	$[T^{-1}]$	(rad/s)	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ RLC શ્રેણી પરિપથ માટે
ક્વોલિટી ફેક્ટર	Q	પરિમાણરહિત		$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR}$ , RLC શ્રેણી પરિપથ માટે
પાવર ફેક્ટર		પરિમાણરહિત		$= \cos \phi$ , $\phi$ લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ અને પરિપથના પ્રવાહ વચ્ચેનો કળા તફાવત છે.

### ગહન વિચારણાના મુદ્દાઓ

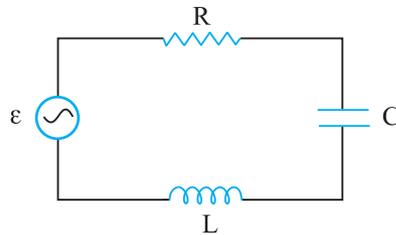
1. ac વોલ્ટેજ અથવા પ્રવાહનાં આપેલાં મૂલ્યો સામાન્ય રીતે તેનાં rms મૂલ્યો છે. તમારા ઓરડામાં લગાવવામાં આવેલ સ્વીચબોર્ડમાં જોડાણ અગ્રો વચ્ચે વોલ્ટેજ સામાન્ય રીતે 240V હોય છે. જે વોલ્ટેજનું rms મૂલ્ય સૂચવે છે. આ વોલ્ટેજનું મહત્તમ મૂલ્ય  $v_m = \sqrt{2}V = 340V$  છે.
2. ac પરિપથમાં વપરાતાં ઘટકોની પાવર રેટિંગ (શક્તિક્ષમતા) તેનું સરેરાશ પાવર રેટિંગ સૂચવે છે.
3. ac પરિપથમાં વપરાતો (ખર્યાતો) પાવર ક્યારેય ઋણ નથી હોતો.
4. ac પ્રવાહ અને dc પ્રવાહ બંનેનું માપન એમ્પિયરમાં થાય છે. પરંતુ ac પ્રવાહ માટે એમ્પિયર કેવી રીતે વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય ? dc એમ્પિયર જે રીતે સાધિત થાય છે તે રીતે ac પ્રવાહધારિત બે સમાંતર વાહકતારો વચ્ચે પ્રવર્તતા આકર્ષણબળ વડે તે સાધિત થઈ શકતો નથી. સ્રોતની આવૃત્તિ જેટલી જ આવૃત્તિથી ac પ્રવાહ તેની દિશા બદલે છે અને આકર્ષણબળનું સરેરાશ મૂલ્ય શૂન્ય બને છે. આમ, પ્રવાહની દિશાથી સ્વતંત્ર હોય

તેવા કોઈ ગુણધર્મના પદમાં ac એમ્પિયરને વ્યાખ્યાયિત કરવો જોઈએ. જુલ હીટીંગ (ઉષ્મા) આવો એક ગુણધર્મ છે, પરિપથમાં પ્રત્યાવર્તી પ્રવાહનું એક એમ્પિયર rms મૂલ્ય એટલે આ પ્રવાહ વડે ઉદ્ભવતી સરેરાશ ઉષ્મીય અસર આવી જ સમાન પરિસ્થિતિમાં એક એમ્પિયર dc પ્રવાહ વડે ઉદ્ભવતી સરેરાશ ઉષ્મીય અસર જેટલી હોય.

5. એસી પરિપથમાં જો જુદા-જુદા ઘટકોના બે છેડા વચ્ચે વોલ્ટેજ ઉમેરવો હોય તો આપણે તેમની કળાઓનું યોગ્ય ધ્યાન રાખવું જોઈએ. ઉદાહરણ તરીકે, RC પરિપથમાં જો R અને Cનાં બે છેડાઓ વચ્ચેનો વોલ્ટેજ અનુક્રમે  $V_R$  અને  $V_C$  હોય તો RC સંયોજન વચ્ચેનો કુલ વોલ્ટેજ  $V_{RC} = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$  છે, પરંતુ  $V_R + V_C$  નથી કારણ કે  $V_R$  અને  $V_C$  વચ્ચે  $\pi/2$  જેટલો કળા તફાવત છે.
6. ફેઝર ડાયાગ્રામમાં વોલ્ટેજ અને પ્રવાહને સદિશ સ્વરૂપે રજૂ કરાય છે. પરંતુ ખરેખર આ રાશિઓ પોતે સદિશ નથી, તે અદિશ રાશિઓ છે. આવર્ત રીતે (હાર્મોનિકલી) બદલાતી અદિશ રાશિઓમાં કંપવિસ્તાર અને કળાનું ગાણિતીક સંયોજન એવી રીતે જ થાય છે કે જેવી રીતે અનુરૂપ માન અને દિશા ધરાવતા ધૂમતા સદિશના પ્રક્ષેપોનું સંયોજન થાય છે. આપણે અગાઉથી જાણીએ છીએ તે સદિશ સંયોજનનાં નિયમોનો ઉપયોગ કરીને રાશિઓનું સંયોજન કરવાની એક સરળ રીત મળે તે માટે આવર્ત રીતે (હાર્મોનિકલી) બદલાતી જતી રાશિઓને ધૂમતા સદિશો દ્વારા રજૂ કર્યાં છે.
7. ac પરિપથમાં શુદ્ધ ઈન્ડક્ટર અને શુદ્ધ કેપેસિટર સાથે સંકળાયેલ પાવર વ્યય શૂન્ય હોય છે. ac પરિપથમાં ફક્ત અવરોધ જ એવો ઘટક છે જેમાં ઊર્જાનો વ્યય થાય છે.
8. RLC પરિપથમાં જ્યારે  $X_L = X_C$  અથવા  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  થાય ત્યારે અનુનાદની ઘટના ઉદ્ભવે છે. અનુનાદ ઉદ્ભવવા માટે પરિપથમાં L અને C બંને ઘટકોની હાજરી હોવી અનિવાર્ય છે. આ ઘટકો (L અથવા C) પૈકી કોઈ એક જ ઘટક હોય તો વોલ્ટેજ નાબુદ થવાની શક્યતા રહેતી નથી અને તેથી અનુનાદ શક્ય નથી.
9. RLC પરિપથમાં પાવર ફેક્ટર, પરિપથ તેના દ્વારા વપરાતા મહત્તમ પાવરની કેટલો નજીક છે તેનું માપ સૂચવે છે.
10. જનરેટર અને મોટરમાં ઈનપુટ અને આઉટપુટની ભૂમિકાઓ ઉલટાયેલી છે. મોટરમાં વિદ્યુતઊર્જા ઈનપુટમાં હોય છે અને યાંત્રિકઊર્જા આઉટપુટમાં હોય છે. જનરેટરમાં યાંત્રિકઊર્જા ઈનપુટમાં હોય છે અને વિદ્યુતઊર્જા આઉટપુટમાં હોય છે. બંને ઉપકરણો સહેલાઈથી ઊર્જાના એક સ્વરૂપનું બીજા સ્વરૂપમાં રૂપાંતર કરે છે.
11. ટ્રાન્સફોર્મર (સ્ટેપઅપ) નીચા વોલ્ટેજને ઊંચા વોલ્ટેજમાં પરિવર્તિત કરે છે. તેમાં ઊર્જા સંરક્ષણના નિયમનું ઉલ્લંઘન થતું નથી. પ્રવાહ તે જ પ્રમાણમાં ઘટે છે.
12. દોલિત ગતિનું વર્ણન કરવા માટે sine અથવા cosine અથવા તેમના રેખીય સંયોજનની પસંદગી અગત્યની નથી. કારણ કે, શૂન્ય-સમયનું સ્થાન બદલતાં તેઓ એકથી બીજામાં રૂપાંતર પામે છે.

સ્વાધ્યાય

- 7.1 220 V, 50 Hz ac સપ્લાય સાથે  $100 \Omega$  અવરોધ જોડેલ છે.  
 (a) પરિપથમાં પ્રવાહનું rms મૂલ્ય શું હશે ?  
 (b) એક પૂર્ણ ચક્ર દરમિયાન ખર્ચાતો કુલ (ચોખ્ખો, Net) પાવર કેટલો હશે ?
- 7.2 (a) ac સપ્લાયના વોલ્ટેજનું મહત્તમ મૂલ્ય 300 V છે. તેનો rms વોલ્ટેજ કેટલો હશે ?  
 (b) ac પરિપથમાં પ્રવાહનું rms મૂલ્ય 10 A છે. તેનું મહત્તમ મૂલ્ય કેટલું હશે ?
- 7.3 220V, 50Hzના ac સ્રોત સાથે 44 mHનું ઇન્ડક્ટર જોડેલ છે. પરિપથમાં પ્રવાહનું rms મૂલ્ય શોધો.
- 7.4 110V, 60Hzના ac સ્રોત સાથે  $60 \mu\text{F}$ નું કેપેસિટર જોડેલ છે. પરિપથમાં પ્રવાહનું rms મૂલ્ય શોધો.
- 7.5 સ્વાધ્યાય 7.3 અને 7.4માં એક પૂર્ણ ચક્ર દરમિયાન દરેક પરિપથમાં શોષાતો ચોખ્ખો પાવર કેટલો હશે ? તમારા જવાબની સમજૂતી આપો.
- 7.6  $L = 2.0\text{H}$ ,  $C = 32 \mu\text{F}$  અને  $10 \Omega$  વાળા LCR શ્રેણી પરિપથ માટે અનુનાદ આવૃત્તિ  $\omega$ , મેળવો. આ પરિપથનું Q મૂલ્ય કેટલું હશે ?
- 7.7 27 mH ઇન્ડક્ટર સાથે  $30 \mu\text{F}$ નું સંપૂર્ણ વિદ્યુતભારિત કેપેસિટર જોડેલ છે. તો પરિપથમાં થતાં મુક્ત દોલનોની કોણીય આવૃત્તિ કેટલી હશે ?
- 7.8 સ્વાધ્યાય 7.7માં કેપેસિટર પરના પ્રારંભિક વિદ્યુતભારનું મૂલ્ય ધારોકે 6 mC છે. તો પ્રારંભમાં પરિપથમાં સંગ્રહિત કુલ ઊર્જા કેટલી હશે ? પછીનાં કોઈ સમયે કુલ ઊર્જા કેટલી હશે ?
- 7.9  $R = 20 \Omega$ ,  $L = 1.5 \text{H}$  અને  $C = 35 \mu\text{F}$  ધરાવતાં LCR શ્રેણી પરિપથ સાથે ચલિત (બદલી શકાય તેવી) આવૃત્તિવાળો 200 V ac સપ્લાય જોડેલ છે. જ્યારે સપ્લાયની આવૃત્તિ પરિપથની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ જેટલી થાય ત્યારે એક પૂર્ણ ચક્ર દરમિયાન પરિપથમાં રૂપાંતર પામતો સરેરાશ પાવર કેટલો હશે ?
- 7.10 એક રેડિયો MW બ્રોડકાસ્ટ બેન્ડ (800 kHz થી 1200 kHz) આવૃત્તિનાં ગાળામાં ટ્યુન કરી શકાય છે. જો તેના LC પરિપથમાં  $200 \mu\text{H}$ નું અસરકારક ઇન્ડક્ટર હોય તો તેનાં ચલ કેપેસિટરની રેંજ કેટલી હોવી જોઈએ ?  
 (HINT : ટ્યુનિંગ કરવા માટે પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ એટલે કે LC પરિપથમાં મુક્ત દોલનોની આવૃત્તિ રેડિયો તરંગની આવૃત્તિ જેટલી થવી જોઈએ.)
- 7.11 આકૃતિ 7.21 મુજબ ચલિત (બદલી શકાય તેવી) આવૃત્તિવાળો 230 V ac સ્રોત LCR પરિપથ સાથે જોડેલ છે.  $L = 5.0 \text{V}$ ,  $C = 80 \mu\text{F}$ ,  $R = 40 \Omega$  છે.



આકૃતિ 7.21

- (a) પરિપથને અનુનાદની સ્થિતિમાં લાવવા માટે સ્રોતની આવૃત્તિ નક્કી કરો.  
 (b) અનુનાદ આવૃત્તિએ પરિપથનો ઈમ્પિડન્સ અને પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર શોધો.  
 (c) પરિપથનાં ત્રણેય ઘટકોનાં બે છેડા વચ્ચેનો rms વોલ્ટેજ (સ્થિતિમાન તફાવત) શોધો. દર્શાવો કે અનુનાદ આવૃત્તિએ LC સંયોજનના બે છેડા વચ્ચેનો સ્થિતિમાન તફાવત (વોલ્ટેજ ડ્રોપ) શૂન્ય છે.

વધારાના સ્વાધ્યાય

- 7.12 20 mH ઇન્ડક્ટર અને 50  $\mu$ F કેપેસિટન્સ ધરાવતાં LC પરિપથમાં કેપેસિટર પર પ્રારંભિક વિદ્યુતભાર 10 mC છે. પરિપથનો અવરોધ અવગણી શકાય તેટલો છે. ધારોકે પરિપથ પૂર્ણ કરવામાં આવે છે તે ક્ષણ  $t=0$  છે.
- કુલ પ્રારંભિક સંગ્રહિત ઊર્જા કેટલી હશે ? શું તેનું LC દોલનો દરમ્યાન સંરક્ષણ થશે ?
  - પરિપથની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ કેટલી હશે ?
  - કયા સમયે સંગ્રહિત ઊર્જા
    - સંપૂર્ણ વિદ્યુતઊર્જા રૂપે (એટલે કે કેપેસિટરમાં સંગ્રહિત) હશે ?
    - સંપૂર્ણ ચુંબકીયઊર્જા રૂપે (એટલે કે ઇન્ડક્ટરમાં સંગ્રહિત) હશે ?
  - ઇન્ડક્ટર અને કેપેસિટર વચ્ચે કયા-કયા સમયે કુલ ઊર્જા સમાન રીતે વહેંચાશે ?
  - જો આ પરિપથમાં એક અવરોધ દાખલ કરવામાં આવે તો છેવટે કેટલી ઊર્જા ઉષ્મા સ્વરૂપે વ્યય પામશે ?
- 7.13 240 V, 50 Hz ac સ્રોત સાથે 0.50 H ઇન્ડક્ટન્સ ધરાવતી કોઈલ અને 100  $\Omega$  અવરોધને જોડેલ છે.
- કોઈલમાં મહત્તમ પ્રવાહ કેટલો હશે ?
  - મહત્તમ વોલ્ટેજ અને મહત્તમ પ્રવાહ વચ્ચે સમય તફાવત કેટલો હશે ?
- 7.14 સ્વાધ્યાય 7.13માં જે પરિપથને ઊંચી આવૃત્તિવાળા સ્રોત (240 V, 10 kHz) સાથે જોડવામાં આવે તો (a) અને (b) સ્વાધ્યાયનાં જવાબ મેળવો. “ખૂબ જ ઊંચી આવૃત્તિએ પરિપથમાં રહેલ ઇન્ડક્ટર ખુલ્લા પરિપથ (Open Circuit)ની માફત વર્તે છે.”- એ વિધાન સમજાવો. dc પરિપથમાં સ્થાયી અવસ્થા આવે પછી ઇન્ડક્ટરની વર્તણૂક કેવી હશે ?
- 7.15 110 V, 60 Hz ac સ્રોત સાથે 100  $\mu$ Fનું કેપેસિટર અને 40  $\Omega$  અવરોધ શ્રેણીમાં જોડેલ છે.
- પરિપથમાં મહત્તમ પ્રવાહ કેટલો હશે ?
  - મહત્તમ પ્રવાહ અને મહત્તમ વોલ્ટેજ વચ્ચેનો સમય તફાવત કેટલો હશે ?
- 7.16 સ્વાધ્યાય 7.15માં પરિપથ સાથે 110 V, 12 kHzનો સ્રોત જોડવામાં આવે તો (a) અને (b)નાં જવાબો મેળવો તે પરથી. “ખૂબ જ ઊંચી આવૃત્તિએ કેપેસિટર વાહક બને છે.” - એ વિધાન સમજાવો. dc પરિપથમાં સ્થાયી અવસ્થા આવે પછી કેપેસિટરની વર્તણૂકની સરખામણી આ વર્તણૂક સાથે કરો.
- 7.17 LCR શ્રેણી પરિપથમાં સ્રોતની આવૃત્તિને અનુનાદ આવૃત્તિ જેટલી રાખીને જો L, C અને R ત્રણેય ઘટકોને સમાંતરે જોડવામાં આવે તો, દર્શાવો કે આ આવૃત્તિએ LCR સમાંતર પરિપથમાં કુલ પ્રવાહ લઘુત્તમ હોય છે. સ્વાધ્યાય 7.11માં દર્શાવેલ ઘટકો અને સ્રોત માટે આ આવૃત્તિએ પરિપથની દરેક શાખાનાં પ્રવાહનું rms મૂલ્ય મેળવો.
- 7.18 230V, 50 Hz ac સ્રોત સાથે 80 mH ઇન્ડક્ટર અને 60  $\mu$ F કેપેસિટરને શ્રેણીમાં જોડેલ છે. પરિપથનો અવરોધ અવગણ્ય છે.
- પ્રવાહ કંપવિસ્તાર અને rms મૂલ્ય મેળવો.
  - દરેક ઘટકનાં બે છેડા વચ્ચેનાં વોલ્ટેજ ડ્રોપનું rms મૂલ્ય મેળવો.
  - ઇન્ડક્ટરમાં સ્થાનાંતરીત થયેલ સરેરાશ પાવર કેટલો હશે ?
  - કેપેસિટરમાં સ્થાનાંતરિત થયેલ સરેરાશ પાવર કેટલો હશે ?
  - પરિપથ વડે શોષાતો કુલ સરેરાશ પાવર કેટલો હશે ? (સરેરાશ એટલે એક ચક્ર ઉપરનું સરેરાશ).
- 7.19 ધારોકે સ્વાધ્યાય 7.18નાં પરિપથમાં 15  $\Omega$  અવરોધ છે. પરિપથનાં દરેક ઘટકમાં સ્થાનાંતરિત સરેરાશ પાવર અને શોષાતો કુલ પાવર મેળવો.

- 7.20**  $L = 0.12 \text{ H}$ ,  $C = 480 \text{ nF}$  તથા  $R = 23 \Omega$  ધરાવતા LCR શ્રેણી પરિપથ સાથે ચલ આવૃત્તિવાળો  $230 \text{ V}$ નો સ્રોત જોડેલ છે.
- પ્રવાહ કંપવિસ્તાર મહત્તમ બને તે માટે સ્રોત આવૃત્તિ કેટલી હશે? આ મહત્તમ મૂલ્ય મેળવો.
  - પરિપથ વડે શોષાતા સરેરાશ પાવરનું મૂલ્ય મહત્તમ બને તે માટે સ્રોત આવૃત્તિ કેટલી હશે? આ મહત્તમ પાવરનું મૂલ્ય મેળવો.
  - પરિપથમાં સ્થાનાંતરિત પાવર, અનુનાદ આવૃત્તિ માટેના પાવર કરતાં અડધો હોય તે આવૃત્તિઓના મૂલ્યો ક્યાં ક્યાં છે? આ આવૃત્તિએ પ્રવાહનો કંપવિસ્તાર કેટલો હશે?
  - આપેલ પરિપથનો Q-ફેક્ટર કેટલો હશે?
- 7.21**  $L = 3.0 \text{ H}$ ,  $C = 27 \mu\text{F}$  અને  $R = 7.4 \Omega$  ધરાવતા LCR શ્રેણી પરિપથ માટે અનુનાદ આવૃત્તિ અને Q-ફેક્ટર મેળવો. પરિપથના અનુનાદની તીક્ષ્ણતામાં સુધારો કરવા માટે તેની “અર્ધ મહત્તમ આગળ સંપૂર્ણ પહોળાઈ”, ઘટાડીને અડધી કરવામાં આવે છે. આમ, કરવા માટેનો યોગ્ય રસ્તો સૂચવો.
- 7.22** નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.
- કોઈપણ ac પરિપથમાં લાગુ પાડેલ તાત્કાલિક વોલ્ટેજ, તે પરિપથમાં શ્રેણી જોડાણમાં રહેલાં ઘટકોનાં બે છેડાઓ વચ્ચેનાં તાત્કાલિક વોલ્ટેજના બૈજીક સરવાળા બરાબર હોય છે? આ જ પરિણામ rms વોલ્ટેજ માટે સત્ય હોય છે?
  - ઈન્ડક્શન કોઈલનાં પ્રાથમિક પરિપથમાં કેપેસિટરનો ઉપયોગ થાય છે.
  - લાગુ પાડેલ વોલ્ટેજ સિગ્નલ dc વોલ્ટેજ અને ઊંચી આવૃત્તિવાળા ac વોલ્ટેજના સંપાતથી બનેલું છે. પરિપથ ઈન્ડક્ટર અને કેપેસિટરનું શ્રેણી જોડાણ ધરાવે છે. દર્શાવો કે, dc સિગ્નલ કેપેસિટરનાં બે છેડા વચ્ચે અને ac સિગ્નલ ઈન્ડક્ટરનાં બે છેડા વચ્ચે પ્રદર્શિત (Appear) થશે.
  - એક ચોક કોઈલ અને બલ્બ શ્રેણીમાં dc લાઈન (સ્રોત) સાથે જોડેલ છે. બલ્બ પ્રકાશિત થતો દેખાય છે. ચોક કોઈલમાં લોખંડનું ગર્ભ (Core) દાખલ કરતાં બલ્બની પ્રકાશિતતામાં કોઈ જ ફેરફાર થતો નથી. જો આ જ જોડાણ ac લાઈન સાથે કરવામાં આવ્યું હોય તો તેને અનુરૂપ તમારા અવલોકનનું અનુમાન કરો.
  - ac સપ્લાય (મેઈન્સ) સાથે જોડેલ ફ્લોરોસ્કોપ ટ્યુબનો ઉપયોગ કરવા માટે ચોક કોઈલ શા માટે જરૂરી છે? આપણે ચોક કોઈલને બદલે સામાન્ય અવરોધનો ઉપયોગ શા માટે ન કરી શકીએ?
- 7.23** પાવર ટ્રાન્સમિશન લાઈનમાં, 4000 આંટા ધરાવતા પ્રાયમરી કોઈલવાળા સ્ટેપડાઉન ટ્રાન્સફોર્મરને 2300 V જેટલા વોલ્ટેજે ઈનપુટ પાવર પુરો પાડવામાં આવે છે. જો આઉટપુટ વોલ્ટેજ 230 V મેળવવો હોય તો ગૌણ ગૂંચળામાં આંટાની સંખ્યા કેટલી રાખવી જોઈએ?
- 7.24** એક હાઈટ્રોઈલેક્ટ્રીક પાવર પ્લાન્ટમાં દબાણ કરતું પાણીનું હેડ (સ્તંભ) 300 mની ઊંચાઈ પર છે અને મળતો પાણીનો પ્રવાહ  $100 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  છે, જો ટર્બાઈન જનરેટરની કાર્યક્ષમતા 60% હોય તો પ્લાન્ટમાંથી મળતા વિદ્યુત પાવરનું અનુમાન કરો. ( $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ )
- 7.25** 440 V ઉત્પાદન શક્તિ ધરાવતા વિદ્યુત પ્લાન્ટની 15 km દૂર 220 V જેટલા વોલ્ટેજે 800 kW વિદ્યુત પાવરની જરૂરીયાતવાળું એક નાનું શહેર આવેલું છે. પાવર લઈ જતી બે તારની લાઈનનો અવરોધ  $0.5 \Omega/\text{km}$  છે. શહેરમાંના સબ-સ્ટેશને આવેલા 4000-220 Vના સ્ટેપડાઉન ટ્રાન્સફોર્મર દ્વારા શહેરને પાવર મળે છે.
- પાવર લાઈનમાં ઉષ્મા સ્વરૂપે વ્યય થતા પાવરનો અંદાજ મેળવો.
  - લીકેજને કારણે થતો પાવર અવગણ્ય છે તેમ ધારતાં પ્લાન્ટ દ્વારા કેટલો પાવર પુરો પડાવો જોઈએ?
  - પ્લાન્ટ પાસે જરૂરી સ્ટેપઅપ ટ્રાન્સફોર્મરની લાક્ષણિકતા જણાવો.
- 7.26** ઉપરોક્ત (7.25) સ્વાધ્યાયમાં અગાઉના ટ્રાન્સફોર્મરને બદલે 40000-220 V સ્ટેપડાઉન ટ્રાન્સફોર્મરનો ઉપયોગ કરવામાં આવે તો તમામ જવાબો મેળવો. (અગાઉની જેમજ ક્ષરણ (ગળતર, leakage) પાવર અવગણો. જો કે આવી ધારણા સારી નથી કારણ કે ટ્રાન્સમિશનમાં ઉચ્ચ વોલ્ટેજ સંકળાયેલ છે). તે પરથી સમજાવો કે શા માટે ઉચ્ચ વોલ્ટેજ પાવર ટ્રાન્સમિશન કરવાનું પસંદ કરવામાં આવે છે?

પ્રકરણ આઠ



# વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો (ELECTRO MAGNETIC WAVES)



## 8.1 પ્રસ્તાવના (INTRODUCTION)

પ્રકરણ-4માં આપણે જાણ્યું કે વિદ્યુતપ્રવાહ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે અને બે પ્રવાહધારિત તાર એકબીજા પર ચુંબકીયબળ લગાડે છે. ઉપરાંત, પ્રકરણ-6માં આપણે જોયું કે સમય સાથે બદલાતું ચુંબકીયક્ષેત્ર વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. શું આનાથી ઉલટું પણ સાચું છે ? શું સમય સાથે બદલાતું વિદ્યુતક્ષેત્ર ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે ? જેમ્સ ક્લાર્ક મેક્સવેલ (James Clerk Maxwell – 1831-1879)ના મત અનુસાર આવું ખરેખર શક્ય છે. ફક્ત વિદ્યુતપ્રવાહ જ નહીં પરંતુ સમય સાથે બદલાતું વિદ્યુતક્ષેત્ર પણ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરી શકે છે. ઍમ્પિયરના બંધ ગાળાના નિયમ (Circuital Law)ની મદદથી સમય સાથે બદલાતા વિદ્યુતપ્રવાહ સાથે જોડાયેલા કેપેસિટર (સંધારક)ની બહારના ભાગમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધવાના પ્રયત્નમાં, મેક્સવેલને ઍમ્પિયરના બંધ ગાળાના (Circuital) નિયમમાં અસાતત્યતા જણાઈ. આ અસાતત્યતા દૂર કરવા માટે તેણે એક વધારાના પ્રવાહની જરૂરિયાત સૂચવી જેને સ્થાનાંતર (Displacement) પ્રવાહ નામ આપ્યું.

મેક્સવેલે વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો અને તેના ઉદ્ગમો, વિદ્યુતભાર અને પ્રવાહધનતાને સાંકળતા સમીકરણોના ગણ (સમૂહ)ની રચના કરી. આ સમીકરણો મેક્સવેલના સમીકરણો તરીકે ઓળખાય છે. આ સમીકરણો, લોરેન્ડ્રજ બળ-સૂત્ર (પ્રકરણ-4)ની સાથે મળીને વિદ્યુતચુંબકત્વના બધા મૂળભૂત નિયમોને ગાણિતીય રીતે રજૂ કરે છે.

મેક્સવેલના સમીકરણોમાંથી ઉદ્ભવતું સૌથી અગત્યનું અનુમાન એ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું અસ્તિત્વ છે કે જે સમય સાથે બદલાતા વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રોનું (સંયુક્ત રીતે) અવકાશમાં પ્રસરણ દર્શાવે છે. આ સમીકરણો મુજબ આ તરંગોની ઝડપ, પ્રકાશીય માપનો દ્વારા મળતા પ્રકાશની ઝડપના મૂલ્ય ( $3 \times 10^8$  m/s)ની ખૂબ જ નજીકનું હોવાનું માલુમ પડ્યું. આમ, પ્રકાશ એક વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ છે તેવું દૃઢ



**જેમ્સ ક્લર્ક મેક્સવેલ (1831-1879)**  
એડીનબર્ગ, સ્કોટલેન્ડમાં જન્મેલા ઓગણીસમી સદીના મહાન ભૌતિક-શાસ્ત્રીઓમાંના એક. તેમણે વાયુમાં અણુઓ માટેનો ઉષ્મીય વેગ-વિતરણનો નિયમ તારવ્યો અને તેઓ સૌપ્રથમ વૈજ્ઞાનિક હતા કે જેમણે પ્રાયોગિક રીતે મળતી રાશિઓ જેવી કે શ્યાનતા વગેરે પરથી આણ્વિય પ્રાયલોનો વિશ્વસનીય અંદાજ (Estimate) મેળવ્યો. મેક્સવેલની સૌથી મોટી સિદ્ધિ એ (કુલંબ, ઓરસ્ટેડ, એમ્પિયર અને ફેરેડે દ્વારા શોધાયેલા) વિદ્યુતકીય અને ચુંબકીય નિયમોને સુસંગત સમીકરણોનાં એક જૂથ (ગણ) તરીકે એકીકીકરણ (Unification) કર્યું તે છે જે હવે મેક્સવેલના સમીકરણોથી ઓળખાય છે. આની મદદથી તે સૌથી અગત્યના તારણ પર આવ્યા કે પ્રકાશ એ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ છે. રસપ્રદ બાબત તો એ છે કે કુદરતમાં વિદ્યુત કણ સ્વરૂપમાં (Particulate) છે એવા (ફેરેડેના વિદ્યુત વિશ્લેષણના નિયમો દ્વારા દૃઢપણે સૂચવાયેલા) વિચાર સાથે તે સહમત ન હતા.

જેમ્સ ક્લર્ક મેક્સવેલ (1831-1879)

રીતે તારવી શકાયું. આમ, મેક્સવેલે વિદ્યુતકીય, ચુંબકીય અને પ્રકાશ એમ ત્રણેય શાખા (વિષય)ને સાંકળવાનું કાર્ય કર્યું. 1885માં હર્ટ્ઝે પ્રાયોગિક રીતે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું અસ્તિત્વ દર્શાવ્યું. સમય જતાં માર્કોની અને અન્યોએ તેનો પ્રૌદ્યોગિક (Technological) ઉપયોગ કરી સંદેશાવ્યવહારમાં ક્રાંતિ સર્જી, જેના આજે આપણે સાક્ષી છીએ.

આ પ્રકરણમાં સૌપ્રથમ આપણે સ્થાનાંતર પ્રવાહની જરૂરિયાત અને તેના પરિણામોની ચર્ચા કરીશું. ત્યારબાદ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની વર્ણનાત્મક રજૂઆત કરીશું.  $\gamma$ -કિરણો (તરંગલંબાઈ  $\sim 10^{-12}$  m)થી લાંબા રેડિયોતરંગો (તરંગલંબાઈ  $\sim 10^6$  m) સુધી પથરાયેલા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના વર્ણપટનું વર્ણન કરીશું.

## 8.2 સ્થાનાંતર પ્રવાહ (DISPLACEMENT CURRENT)

આપણે પ્રકરણ-4માં જોયું કે વિદ્યુતપ્રવાહ તેની આસપાસ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. મેક્સવેલે દર્શાવ્યું કે, તાર્કિક સંગતતા માટે બદલાતા વિદ્યુતક્ષેત્ર વડે પણ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન થવું જ જોઈએ. આ (ભૌતિક) અસર એ ખૂબ જ અગત્યની છે, કેમકે તે રેડિયો તરંગો, ગામા તરંગો અને દૃશ્ય પ્રકાશ ઉપરાંત બીજા બધા જ સ્વરૂપના વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું અસ્તિત્વ સમજાવે છે.

કેવી રીતે બદલાતું વિદ્યુતક્ષેત્ર એ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે તે સમજવા માટે, કેપેસિટર (સંધારક)ના વિદ્યુતભારિત થવાની (Charging) પ્રક્રિયા ધ્યાનમાં લો અને સંધારકના બહારના બિંદુએ ચુંબકીય ક્ષેત્ર શોધવા માટે એમ્પિયરનો સરકીટલ (પરિપથીય) નિયમ (પ્રકરણ-4) લાગુ પાડો.

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 i(t) \quad (8.1)$$

આકૃતિ 8.1(a)માં એક સમાંતર પ્લેટ ધરાવતું કેપેસિટર (સંધારક) C કે જે સમય-આધારિત પ્રવાહ  $i(t)$  ધરાવતા પરિપથનો ભાગ છે તે દર્શાવેલ છે. સમાંતર પ્લેટ ધરાવતા કેપેસિટરની બહારના ભાગમાં આવેલ બિંદુ P આગળ ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધીએ. આ માટે, એક  $r$  ત્રિજ્યાનો સમતલીય વર્તુળાકાર બંધગાળો (Loop) કે જેનું સમતલ એ પ્રવાહધારિત તારની દિશાને લંબ અને તે તારને સંમિત રીતે કેન્દ્રિય થયેલ છે, તેને ધ્યાનમાં લો. [આકૃતિ 8.1(a)]. આકૃતિની સંમિતિ પરથી, ચુંબકીયક્ષેત્ર એ વર્તુળાકાર બંધગાળાના પરિઘની દિશામાં હશે અને તેનું માન ગાળા પરના દરેક બિંદુ આગળ સમાન હશે. જો ચુંબકીયક્ષેત્રનું માન B હોય તો, સમીકરણ (8.1)ની ડાબી બાજુ  $B(2\pi r)$  થશે. તેથી આપણને

$$B(2\pi r) = \mu_0 i(t) \quad (8.2)$$

મળે.

હવે, એક બીજી સપાટી વિચારો કે જેને અગાઉના કિસ્સા જેટલી જ સીમા હોય. આ એક ઘડા-આકારની સપાટી [આકૃતિ 8.1(b)] છે કે જે પ્રવાહને (પ્રવાહધારીત તારને) ક્યાંય સ્પર્શતી નથી પણ આ સપાટીનું તળિયું કેપેસિટરની બે પ્લેટોની વચ્ચેના ભાગમાં જ્યારે તેનું મુખ ઉપર દર્શાવ્યા મુજબનો વર્તુળાકાર બંધગાળો છે. આવી બીજી એક સપાટી (ઢાંકણા વગરના) ટીફીન-બોક્સ જેવી [આકૃતિ 8.1(c)] છે. આવી સમાન પરિસીમા ધરાવતી સપાટીઓને એમ્પિયરનો સરકીટલ-નિયમ લગાડતાં આકૃતિ 8.1(b) અને (c)માં દર્શાવેલ સપાટીઓમાંથી પ્રવાહ પસાર થતો ન હોવાથી, આપણે જાણી શકીએ છીએ કે સમીકરણ 8.1ની ડાબી બાજુ બદલાતી નથી પરંતુ જમણી બાજુ  $\mu_0 i$ ને બદલે શૂન્ય થશે. આથી, આ એક વિરોધાભાસ છે, એક રીતે ગણતાં બિંદુ P આગળ ચુંબકીયક્ષેત્ર (અશૂન્ય) મળશે જ્યારે બીજી રીતે ગણતાં બિંદુ P આગળ ચુંબકીયક્ષેત્ર શૂન્ય થાય છે.

આ વિરોધાભાસ આપણને એમ્પિયરનો સરકીટલ નિયમ લગાવતા ઉદ્ભવે છે તેથી આ નિયમમાં જ કંઈક ખૂટે છે. આ ખૂટતું પદ એવું હશે કે કોઈ પણ સપાટીનો ઉપયોગ કરીએ તો પણ બિંદુ P આગળ સમાન ચુંબકીયક્ષેત્ર મળે.

આકૃતિ 8.1(c)ને ધ્યાનપૂર્વક જોતાં આ ખૂટતાં પદ વિશે આપણે અનુમાન કરી શકીએ. આપણને સવાલ થાય કે શું કેપેસિટરની પ્લેટની વચ્ચેથી પસાર થતી સપાટી Sમાંથી શું કંઈક પણ પસાર થાય છે? હા, અલબત્ત તે વિદ્યુતક્ષેત્ર છે! જો કેપેસિટરની દરેક પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ A અને કુલ વિદ્યુતભાર Q હોય તો પ્લેટોની વચ્ચેના ભાગમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E$ નું મૂલ્ય  $(Q/A)/\epsilon_0$  (સમીકરણ (2.41) જુઓ) થશે. આ ક્ષેત્ર આકૃતિ 8.1(c)માં દર્શાવેલ સપાટી Sને લંબરૂપે હશે. તેનું મૂલ્ય કેપેસિટરની પ્લેટોના સમગ્ર ક્ષેત્રફળ A પર સમાન હશે, જ્યારે બહારના ભાગમાં શૂન્ય હશે. તો સપાટી S સાથે સંકળાયેલ વિદ્યુત ફ્લક્સ  $\Phi_E$  કેટલું હશે? ગોસના નિયમની મદદથી તે

$$\Phi_E = |\mathbf{E}|A = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q}{A} A = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (8.3)$$

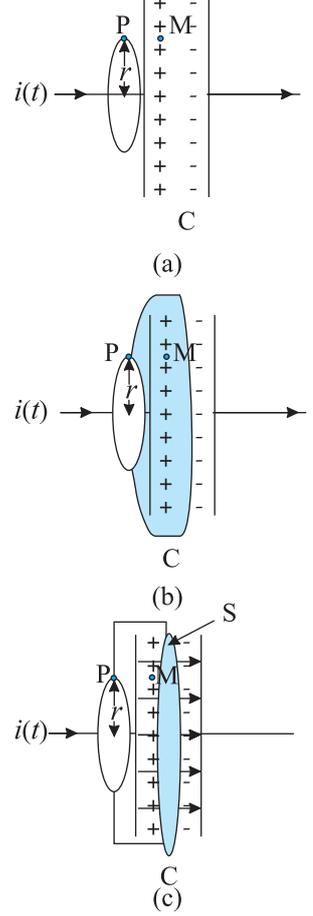
છે. હવે, જો કેપેસિટરની પ્લેટ પર રહેલ વિદ્યુતભાર Q સમય સાથે બદલાતો હોય, તો તેને અનુરૂપ પ્રવાહ  $i = (dQ/dt)$  હશે, તેથી સમીકરણ (8.3)ની મદદથી આપણને

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{Q}{\epsilon_0} \right) = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{dQ}{dt}$$

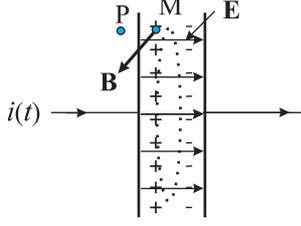
મળે. તે સૂચવે છે કે સુસંગતતા માટે,

$$\epsilon_0 \left( \frac{d\Phi_E}{dt} \right) = i. \quad (8.4)$$

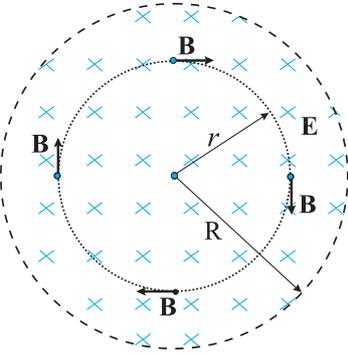
જે એમ્પિયરના સરકીટલ નિયમનું ખૂટતું પદ છે. વાહક દ્વારા સપાટીમાંથી વહેતા કુલ પ્રવાહમાં આ જ સપાટી સાથે સંકળાયેલ વિદ્યુત ફ્લક્સના સમય-દરના  $\epsilon_0$  ગણું હોય તેવું બીજું પદ ઉમેરીને આ નિયમને વ્યાપક સ્વરૂપ આપતાં આ કુલ પ્રવાહ  $i$ નું મૂલ્ય દરેક સપાટીઓ માટે સમાન હશે. જો આમ કરવામાં આવે તો આ એમ્પિયરના વ્યાપક નિયમની મદદથી કોઈ પણ સ્થાને Bનું મૂલ્ય શોધતાં કોઈ વિરોધાભાસ નહીં આવે. બિંદુ P આગળ ગમે તે સપાટીના ઉપયોગથી ગણાયેલ Bનું મૂલ્ય અશૂન્ય આવશે. પ્લેટ [આકૃતિ 8.1(a)]ની બહારના બિંદુ P આગળ Bનું મૂલ્ય એ પ્લેટની તરત જ અંદરના બિંદુ M આગળના મૂલ્ય જેટલું જ આવશે અને હકીકતમાં આમ થવું પણ જોઈએ. વિદ્યુતભારના વહનને કારણે વહેતા પ્રવાહને વહનપ્રવાહ (Conduction Current) કહે છે. સમીકરણ (8.4) દ્વારા દર્શાવેલ પ્રવાહ નવું પદ છે અને તે બદલાતા વિદ્યુતક્ષેત્ર (અથવા હજુ ઘણીવાર વપરાતું જુનું પદ વિદ્યુત સ્થાનાંતર)ને કારણે છે અને તેથી તેને સ્થાનાંતર પ્રવાહ અથવા મેક્સવેલનો સ્થાનાંતર પ્રવાહ કહે છે. આકૃતિ 8.2 ઉપર ચર્ચેલ સમાંતર પ્લેટ ધરાવતા કેપેસિટરની અંદર પ્રવર્તતા વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો દર્શાવે છે.



**આકૃતિ 8.1** એક સમાંતર પ્લેટ ધરાવતું કેપેસિટર C કે જેમાંથી સમય-આધારિત પ્રવાહ  $i(t)$  પસાર થાય છે, (a) બિંદુ P આગળ ચુંબકીયક્ષેત્ર શોધવા માટે  $r$ -ત્રિજ્યાનો બંધગાળો, (b) કેપેસિટરની બે પ્લેટની અંદરથી પસાર થતી ઘડા-આકારની સપાટી કે જેનું મુખ (a)માં દર્શાવ્યા મુજબના બંધગાળાની ધાર છે, (c) બંધગાળો જેના મુખની ધાર હોય અને ચપટું વર્તુળાકાર તળિયું S એ કેપેસિટરની બે પ્લેટની અંદરના ભાગમાં હોય તેવી ટીફીન-આકારની સપાટી. કેપેસિટરની બે પ્લેટની વચ્ચેના ભાગમાં રહેલ સમાન વિદ્યુતક્ષેત્ર તીર વડે દર્શાવેલ છે.



(a)



(b)

**આકૃતિ 8.2** (a) કેપેસિટરની પ્લેટોની વચ્ચે M બિંદુ આગળ વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો E અને B, (b) આકૃતિ (a)નો આડછેદ

મેક્સવેલ દ્વારા થયેલ વ્યાપકીકરણ નીચે મુજબ છે. ચુંબકીયક્ષેત્રનું ઉદ્ભવસ્થાન એ ફક્ત વહન પામતા વિદ્યુતભારોને કારણે મળતો વહનપ્રવાહ જ નથી પરંતુ વિદ્યુતક્ષેત્ર ફેરફારનો સમયદર પણ છે. વધારે ચોકસાઈથી, કુલ પ્રવાહ  $i$  એ  $i_c$  વડે દર્શાવતા વહન (Conduction) પ્રવાહ અને  $i_d [= \epsilon_0(d\Phi_E/dt)]$  વડે દર્શાવતા સ્થાનાંતરીય પ્રવાહના સરવાળા બરાબર હોય છે. તેથી આપણને

$$i = i_c + i_d = i_c + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (8.5)$$

મળે છે. સ્પષ્ટ શબ્દોમાં આનો અર્થ એ થયો કે કેપેસિટરની પ્લેટોની બહારના ભાગમાં આપણને ફક્ત વહનપ્રવાહ  $i_c = i$  મળશે અને કોઈ સ્થાનાંતર પ્રવાહ નહિ હોય, એટલે કે  $i_d = 0$  થશે. બીજા બાજુ, કેપેસિટરના અંદરના ભાગમાં કોઈ વહન (Conduction) પ્રવાહ નહીં હોય અર્થાત્  $i_c = 0$  અને ફક્ત સ્થાનાંતર પ્રવાહ હશે, એટલે કે  $i_d = i$ .

એમ્પિયરના આ વ્યાપક (અને સાચા) સર્કિટલ નિયમનું સ્વરૂપ સમીકરણ (8.1) જેવું જ છે પણ એક તફાવત છે : “જેનો બંધગાળો એ પરિસીમા હોય તેવી કોઈપણ સપાટીમાંથી પસાર થતો કુલ પ્રવાહ એ વહનપ્રવાહ અને સ્થાનાંતર પ્રવાહના સરવાળા બરાબર હોય છે.” વ્યાપક નિયમ,

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 i_c + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (8.6)$$

છે અને તેને એમ્પિયર-મેક્સવેલ નિયમ કહે છે.

બધાં જ સંદર્ભમાં, આ સ્થાનાંતર પ્રવાહની ભૌતિક અસર એ વહન (Conduction) પ્રવાહ જેવી જ છે. અમુક કિસ્સાઓમાં, દા.ત, વાહક તારમાં સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્રના કિસ્સા માટે, વિદ્યુતક્ષેત્ર E સમય સાથે બદલાતું ન હોવાથી સ્થાનાંતર પ્રવાહ શૂન્ય થશે. બીજા કિસ્સાઓમાં, દા.ત., ઉપરોક્ત કેપેસિટર વિદ્યુતભારિત થવામાં વહન (Conduction) પ્રવાહ અને સ્થાનાંતર પ્રવાહ બંને અવકાશના જુદા જુદા ભાગમાં હાજર હશે. મોટાભાગના કિસ્સાઓમાં માધ્યમ સંપૂર્ણ સુવાહક કે સંપૂર્ણ અવાહક ન હોવાથી બંને પ્રવાહો અવકાશના એક જ ભાગમાં અસ્તિત્વ ધરાવી શકે છે. રસપ્રદ બાબત એ છે કે, અવકાશના ખૂબ મોટા વિસ્તારમાં વહન (Conduction) પ્રવાહ ના હોય પણ સમય સાથે બદલાતા વિદ્યુતક્ષેત્રને કારણે ફક્ત સ્થાનાંતર પ્રવાહ હશે. આવા વિસ્તારમાં, નજીકમાં વહન (Conduction) પ્રવાહનું ઉદ્ગમ ન હોવા છતાં આપણે ચુંબકીયક્ષેત્ર હશે તેમ અપેક્ષા રાખી શકીએ ! આવા અપેક્ષિત સ્થાનાંતર પ્રવાહની ધારણા પ્રાયોગિક રીતે ચકાસી શકાય છે. ઉદાહરણ તરીકે આકૃતિ 8.2(a)માં દર્શાવેલ સંધારકની

પ્લેટોની અંદરના ભાગમાં આવેલા બિંદુ (દા.ત., બિંદુ M) આગળ ચુંબકીયક્ષેત્ર માપી શકાય છે કે જે બહારના ભાગ (બિંદુ P આગળ) જેટલું જ છે તેમ જણાયું છે.

આ સ્થાનાંતર પ્રવાહની (શબ્દશઃ) ઘણી દૂરગામી અસરો છે. એક વસ્તુ આપણને તરત જ આંખે વળગે તેવી એ છે કે વિદ્યુત અને ચુંબકત્વના નિયમો હવે વધારે સંમિત રીતે રજૂ કરી શકાય છે.\* ફેરેડેના પ્રેરણનો નિયમ જણાવે છે કે પ્રેરિત *emf* ચુંબકીય ફ્લક્સના ફેરફારના સમય દર બરાબર છે. હવે, બે બિંદુઓ 1 અને 2 વચ્ચેનું *emf* એટલે એકમ વિદ્યુતભારને 1 થી 2 લઈ જવા માટે કરવું પડતું કાર્ય. તેથી *emf*ની હાજરી વિદ્યુતક્ષેત્રની હાજરી સૂચવે છે. તેથી, ફેરેડેના વિદ્યુતપ્રેરણના નિયમને બીજા શબ્દોમાં લખતાં સમય સાથે બદલાતું જતું ચુંબકીયક્ષેત્ર વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે. તો એ હકીકત કે સમય સાથે બદલાતું વિદ્યુતક્ષેત્ર એ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે એ તેનું સંમિત વિધાન છે અને સ્થાનાંતર પ્રવાહ

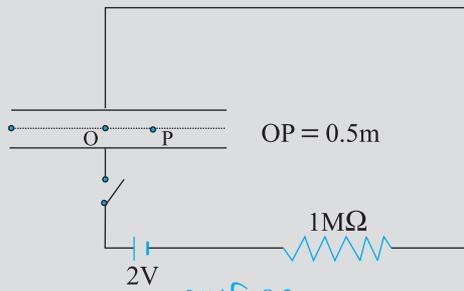
\* હજુ પણ તેઓ સંપૂર્ણ રીતે સંમિતિ ધરાવતા નથી, હજુ સુધી વિદ્યુતક્ષેત્રના ઉદ્ગમો એવા વિદ્યુતભારોની જેમ ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરતા ઉદ્ગમો (ચુંબકીય એકધ્રુવ) જણાયા નથી.

એ ચુંબકીયક્ષેત્ર માટેનું ઉદ્દગમ હોવાનું પરિણામ છે. આમ, સમય આધારિત વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો એકબીજાને ઉત્પન્ન કરશે ! ફેરેડેનો વિદ્યુતપ્રેરણનો નિયમ અને એમ્પિયર-મેક્સવેલનો નિયમ આ વિધાનનું માત્રાત્મક સૂત્ર આપે છે કે જ્યાં પ્રવાહ એટલે સમીકરણ (8.5)માં દર્શાવેલ કુલ વિદ્યુતપ્રવાહ છે. આ સંમિતિનું એક સૌથી અગત્યનું પરિણામ એ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો છે કે જેની ગુણાત્મક ચર્ચા આના પછીના વિભાગમાં કરીશું.

મેક્સવેલના સમીકરણો

- |   |                              |
|---|------------------------------|
| (1) $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = Q/\epsilon_0$   | (ગોસનો વિદ્યુત માટેનો નિયમ)  |
| (2) $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$  | (ગોસનો ચુંબકત્વ માટેનો નિયમ) |
| (3) $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{-d\Phi_B}{dt}$                                      | (ફેરેડેનો નિયમ)              |
| (4) $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \mathbf{i}_c + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$ | (એમ્પિયર-મેક્સવેલ નિયમ)      |

**ઉદાહરણ 8.1** એક સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટર કે જેની વર્તુળાકાર પ્લેટની ત્રિજ્યા 1 m છે. તેનું કેપેસિટન્સ 1 nF છે. તેને વિદ્યુતભારિત કરવા માટે  $t = 0$  સમયે એક  $R = 1 \text{ M}\Omega$ ના અવરોધ સાથે શ્રેણીમાં 2 Vની બેટરી સાથે જોડવામાં આવે છે (આકૃતિ 8.3).  $t = 10^{-3}$  s સમયબાદ પ્લેટના કેન્દ્ર અને પરિઘ વચ્ચેના મધ્ય બિંદુ P આગળ ચુંબકીયક્ષેત્ર ગણો. (કેપેસિટર પર  $t$  સમયે વિદ્યુતભાર  $q(t) = CV[1 - \exp(-t/\tau)]$ , જ્યાં સમય અચળાંક  $\tau$  એ CR બરાબર છે.



આકૃતિ 8.3

**ઉકેલ** CR પરિપથનો સમય અચળાંક  $\tau = CR = 10^{-3}$  s તેથી,

$$q(t) = CV[1 - \exp(-t/\tau)] = 2 \times 10^{-9} [1 - \exp(-t/10^{-3})]$$

$t$  સમયે બે પ્લેટોની વચ્ચે રહેલું વિદ્યુતક્ષેત્ર,

$$E = \frac{q(t)}{\epsilon_0 A} = \frac{q}{\pi \epsilon_0} ; A = \pi(1)^2 \text{ m}^2 = \text{પ્લેટનું ક્ષેત્રફળ}$$

હવે, બિંદુ Pમાંથી પસાર થતો  $(1/2)$  m ત્રિજ્યા ધરાવતો અને પ્લેટોને સમાંતર એક વર્તુળાકાર બંધગાળો ધ્યાનમાં લો. આ ગાળાના બધા જ બિંદુઓ આગળ ચુંબકીયક્ષેત્ર B એ ગાળાને સમાંતર હશે અને સમાન મૂલ્યનું હશે. આ ગાળા સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સ  $\Phi_E$ ,

$\Phi_E = E \times$  બંધગાળાનું ક્ષેત્રફળ

$$= E \times \pi \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\pi E}{4} = \frac{q}{4\epsilon_0}$$

$t = 10^{-3}$  s એ સ્થાનાંતર પ્રવાહ,

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{1}{4} \frac{dq}{dt} = 0.5 \times 10^{-6} \exp(-1)$$

બંધગાળાને એમ્પિયર-મેક્સવેલ નિયમ લગાવતાં,

$$B \times 2\pi \times \left(\frac{1}{2}\right) = \mu_0(i_c + i_d) = \mu_0(0 + i_d) = 0.5 \times 10^{-6} \mu_0 \exp(-1)$$

અથવા  $B = 0.74 \times 10^{-13}$  T

### 8.3 વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો (ELECTROMAGNETIC WAVES)

#### 8.3.1 વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના ઉદ્ભવ સ્થાનો (Sources of Electromagnetic Waves)

વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો કેવી રીતે ઉત્પન્ન કરાય છે ? સ્થિર વિદ્યુતભારો કે નિયમિત ગતિ (અચળ વેગ સાથેની ગતિ) કરતા વિદ્યુતભારો (સ્થિત પ્રવાહ) વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના ઉદ્ભવ સ્થાનો હોઈ શકે નહીં. આમાંનું પ્રથમ (સ્થિર વિદ્યુતભાર) ફક્ત સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે જ્યારે બીજું ચુંબકીયક્ષેત્ર ઉત્પન્ન કરે છે, પરંતુ તે સમય સાથે બદલાતું નથી. મેક્સવેલના વાદનું અગત્યનું પરિણામ એ છે કે પ્રવેગિત વિદ્યુતભાર વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું ઉત્સર્જન કરે છે. આની સાબિતી આ પુસ્તકની મર્યાદાની બહાર છે, પરંતુ તેને આપણે આપણા ગુણાત્મક કારણો માટેના પાયા તરીકે સ્વીકારીશું. કોઈક આવૃત્તિથી દોલન કરતા વિદ્યુતભારને ધ્યાનમાં લો. (દોલન કરતો વિદ્યુતભાર એ પ્રવેગી વિદ્યુતભારનું ઉદાહરણ છે.) તે અવકાશમાં દોલન કરતા વિદ્યુતક્ષેત્રનું નિર્માણ કરે છે અને તે દોલન કરતા ચુંબકીયક્ષેત્રનું નિર્માણ કરે છે કે જે વળી પાછું દોલન કરતા વિદ્યુતક્ષેત્ર માટેનું ઉદ્ગમ બને છે અને આમ (સતત) ચાલ્યા કરે છે. આમ, જેમ તરંગ અવકાશમાં પ્રસરે છે તેમ દોલન કરતા વિદ્યુતક્ષેત્ર અને ચુંબકીયક્ષેત્રો એકબીજાને ઉત્પન્ન કર્યા કરે છે. આ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગની આવૃત્તિ સ્વાભાવિક રીતે જ દોલન કરતા વિદ્યુતભારની આવૃત્તિ જેટલી જ હોય છે. પ્રસરણ પામતા તરંગ સાથે સંકળાયેલ ઊર્જા એ પ્રવેગિત વિદ્યુતભાર કે જે ઊર્જા સ્રોત છે, તેની ઊર્જાના ભોગે મળે છે.

ઉપરોક્ત ચર્ચા પરથી, હવે પ્રકાશ એ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ હશે તેવી ધારણાની કસોટી કરવાનું સહેલું થયું એમ લાગતું હશે. આપણને એવું થાય કે આપણે એક એવા ac પરિપથની જરૂર છે કે જેમાં વિદ્યુતપ્રવાહ દૃશ્યપ્રકાશ, દા.ત., પીળા પ્રકાશની આવૃત્તિથી દોલન કરતો હોય પણ આમ સહેલાઈથી મળવું તે શક્ય નથી. પીળા પ્રકાશની આવૃત્તિ  $6 \times 10^{14}$  Hz જેટલી છે, જ્યારે આધુનિક ઇલેક્ટ્રોનિક્સ પરિપથ વડે પણ માંડ  $10^{11}$  Hz જેટલી જ આવૃત્તિ મળી શકે છે અને એટલા માટે જ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની પ્રાયોગિક સાબિતી દર્શાવતો પ્રયોગ હર્ટ્ઝના પ્રયોગ (1887)ની જેમ નીચી આવૃત્તિ (રેડિયોતરંગના વિસ્તાર)વાળા વિભાગમાં કરવો પડે.

મેક્સવેલના વાદ અંગે હર્ટ્ઝના સફળ પ્રયોગે આ ક્ષેત્રમાં ઉત્તેજના જગાવી અને આવા બીજા અગત્યના કાર્યો (પ્રયોગો)ને ઉજાગર કરવાનું કામ કર્યું. આની સાથે સંકળાયેલી બે અગત્યની

સિદ્ધિઓનો અત્રે ઉલ્લેખ જરૂરી છે. હર્ટ્ઝના પ્રયોગના સાત વર્ષ બાદ જગદીશચંદ્ર બોઝ, કોલકાતા ખાતે ટૂંકી તરંગલંબાઈ (25 mmથી 5 mm) ધરાવતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું ઉત્સર્જન અને અવલોકન કરવામાં સફળ રહ્યા. હર્ટ્ઝના પ્રયોગની જેમ જ તેમનો પ્રયોગ પણ પ્રયોગશાળા (લેબોરેટરી) સુધી સીમિત હતો.

લગભગ આ જ સમયગાળા દરમિયાન ઈટાલીમાં ગુગ્લીએલ્મો માર્કોની (Guglielmo Marconi)ને હર્ટ્ઝના પ્રયોગને અનુસરીને ઘણા કિલોમીટર દૂર સુધી વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોને મોકલવામાં સફળતા મળી. માર્કોનીનો આ પ્રયોગ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો દ્વારા સંદેશાવ્યવહારના ક્ષેત્રમાં પ્રથમ સોપાન હતું.

### 8.3.2 વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની લાક્ષણિકતા

#### (Nature of electromagnetic waves)

મેક્સવેલના સમીકરણો પરથી દર્શાવી શકાય કે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રો એકબીજાને અને પ્રસરણ દિશાને લંબરૂપે હોય છે. જે આપણા સ્થાનાંતર પ્રવાહની ચર્ચા પરથી વ્યાજબી પણ લાગે છે. આકૃતિ 8.2 ધ્યાનમાં લો. સંધારકની પ્લેટોના અંદરના ભાગમાં રહેલ વિદ્યુતક્ષેત્ર પ્લેટને લંબરૂપે હોય છે. આને લીધે સ્થાનાંતર પ્રવાહ મારફત ઉત્પન્ન થતું ચુંબકીયક્ષેત્ર કેપેસિટરની પ્લેટને સમાંતર વર્તુળાકાર ગાળાના પરિઘની દિશામાં હોય છે. એટલે કે, આ કિસ્સામાં **B** અને **E** એકબીજાને લંબરૂપે હોય છે. આ એક વ્યાપક લાક્ષણિકતા છે.

આકૃતિ 8.4માં *z*-દિશામાં પ્રસરતા સમતલ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગનો ખાસ કિસ્સો દર્શાવેલ છે (જેમાં ક્ષેત્રો *z*-યામ અને આપેલ સમય *t*ના વિધેય તરીકે દર્શાવેલ છે). વિદ્યુતક્ષેત્ર  $E_x$  એ *x*-અક્ષની દિશામાં છે અને તે આપેલ સમયે *z* સાથે સાઈન વિધેય મુજબ (Sinusoidally - જયાવર્તી) બદલાય છે. ચુંબકીય-ક્ષેત્ર  $B_y$  એ *y*-અક્ષની દિશામાં છે અને તે પણ *z*-સાથે સાઈન વિધેય મુજબ બદલાય છે. વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રો  $E_x$  અને  $B_y$  એકબીજાને અને પ્રસરણ દિશા *z*ને પણ લંબરૂપે છે. આપણે  $E_x$  અને  $B_y$ ને નીચે મુજબ લખી શકીએ.

$$E_x = E_0 \sin(kz - \omega t) \quad [8.7(a)]$$

$$B_y = B_0 \sin(kz - \omega t) \quad [8.7(b)]$$

અત્રે, *k* એ તરંગલંબાઈ  $\lambda$  સાથે નીચેના સમીકરણથી સંકળાયેલ છે.

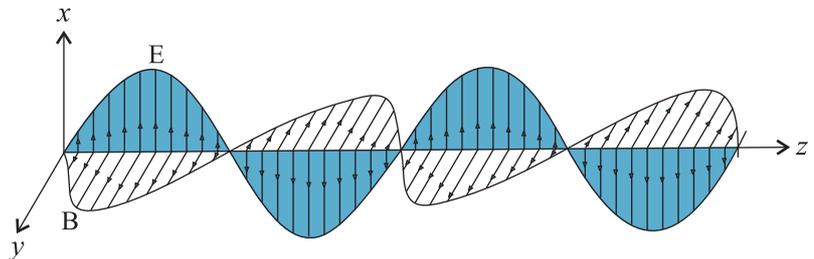
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (8.8)$$

અને  $\omega$  એ કોણીય આવૃત્તિ છે. *k* એ તરંગસદિશ (અથવા પ્રસરણ સદિશ) **k**નું માન છે અને તેની દિશા તરંગના પ્રસરણની દિશા સૂચવે છે. તરંગ પ્રસરણની ઝડપ ( $\omega/k$ ) છે. સમીકરણ [8.7(a) અને (b)]નો ઉપયોગ  $E_x$  અને  $B_y$  માટે અને મેક્સવેલના સમીકરણોનો ઉપયોગ કરતાં,



**હેનરીય રુડોલ્ફ હર્ટ્ઝ (Heinrich Rudolf Hertz) (1857-1894) :** જર્મન ભૌતિકશાસ્ત્રી કે જેમણે સૌપ્રથમ વખત રેડિયો તરંગોનું પ્રસારણ (Broadcast) કર્યું અને ગ્રહણ (Receive) કર્યું. તેમણે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું ઉત્સર્જન કર્યું, તેનું અવકાશમાં પ્રસરણ કરાવ્યું અને તેની તરંગલંબાઈ અને ઝડપનું માપન કર્યું. તેમણે દર્શાવ્યું કે આ તરંગોના કંપન, પરાવર્તન અને વક્રીભવનનો પ્રકાર એ પ્રકાશ અને ઉષ્મા તરંગો જેવો જ છે જેની મદદથી તેમની સૌપ્રથમ વખત ઓળખ (Identity) થઈ શકી. તેમણે વાયુમાં વિદ્યુતવિભાર (Discharge of Electricity) વિધેનાં સંશોધનની શરૂઆત કરી અને ફોટોઇલેક્ટ્રિક અસરની શોધ કરી.

હેનરીય રુડોલ્ફ હર્ટ્ઝ (Heinrich Rudolf Hertz) (1857-1894)



**આકૃતિ 8.4** એક રેખીય ધ્રુવીભૂત વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ *z*-દિશામાં પ્રસરણ પામે છે કે જેમાં દોલન કરતું વિદ્યુતક્ષેત્ર **E** એ *x*-દિશામાં અને દોલન કરતું ચુંબકીય ક્ષેત્ર **B** એ *y*-દિશામાં છે.

$$\omega = ck, \quad \text{જ્યાં, } c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad [8.9(a)]$$

$\omega = ck$  એ તરંગો માટેનું પ્રમાણિત સમીકરણ છે (દા.ત., XI, ભૌતિકશાસ્ત્રના પુસ્તકનો પરિચ્છેદ 15.4). આ સમીકરણ ઘણીવખત આવૃત્તિ  $\nu (= \omega/2\pi)$ ના અને તરંગલંબાઈ  $\lambda (= 2\pi/k)$

$$2\pi\nu = c \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) \text{ અથવા}$$

$$\nu\lambda = c \quad [8.9(b)]$$

તરીકે પણ લખવામાં આવે છે. મેક્સવેલના સમીકરણો પરથી એવું પણ જોઈ શકાય છે કે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રોના માન નીચેના સમીકરણથી સંકળાયેલા છે.

$$B_0 = (E_0/c) \quad (8.10)$$

અહીં, આપણે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની કેટલીક લાક્ષણિકતાઓ નોંધીશું. તેઓ મુક્ત અવકાશમાં અથવા શૂન્યાવકાશમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રોના પોતાની જાતે જ ચાલુ રહેતાં (Self-sustaining) દોલનો છે. તેઓ અત્યાર સુધીમાં આપણે ભણેલા બીજા બધા તરંગોથી એ બાબતમાં ભિન્ન છે કે વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રોના દોલનોમાં દ્રવ્ય-માધ્યમની જરૂરિયાત નથી (સંકળાયેલ નથી). હવામાંના ધ્વનિ તરંગો એ સંઘનન (Compression) અને વિઘનન (Rarefaction)ના સંગત તરંગો છે. લંબગત સ્થિતિસ્થાપક (ધ્વનિ) તરંગો ઘન પદાર્થો કે જેઓ દૃઢ છે અને આકાર (Shear) વિકૃતિનો વિરોધ કરે છે તેમાં પણ પ્રસરી શકે છે. ઓગણીસમી સદીમાં વૈજ્ઞાનિકો આવા યાંત્રિક ચિત્ર (ખ્યાલ)થી એટલા બધા ટેવાઈ ગયા હતા કે જેથી તેમણે વિચાર્યું કે સમગ્ર અવકાશમાં અને સમગ્ર દ્રવ્યમાં કોઈક માધ્યમ હાજર હોવું જોઈએ કે જે આ વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો માટે સ્થિતિસ્થાપક માધ્યમની જેમ કામ કરતું હશે. તેમણે આ માધ્યમને ઈથર (Ether) નામ આપ્યું. તેઓ આ ઈથરરૂપી માધ્યમની વાસ્તવિકતા અંગે એટલા બધા ખાતરીદાર (Convinced) હતા કે સર આર્થર કોનન ડોયલ (Arthur Conan Doyle) (પ્રખ્યાત જાસૂસ - શેરલોક હોમ્સના પ્રણેતા)એ લખેલ નવલકથા The Poison Beltમાં સૌરમંડળને આવા ઈથરના બનેલા ઝેરીલા ભાગમાંથી પસાર થતું બતાવવામાં આવ્યું છે ! અલબત્ત, હવે આપણે એવું સ્વીકારીએ છીએ કે આવા કોઈ ભૌતિક માધ્યમની જરૂરિયાત નથી. ઈ.સ. 1887માં માઈકલસન અને મોર્લે દ્વારા થયેલ પ્રખ્યાત પ્રયોગ આવા ઈથરના અધિતર્કને નિર્ણાયક રીતે નષ્ટ કર્યો (નકાર્યો) અવકાશ અને સમય સાથે દોલન કરતા વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રો શૂન્યાવકાશમાં પણ એકબીજાને સતત ચાલુ રાખે છે.

પણ જો વાસ્તવમાં દ્રવ્ય માધ્યમ હાજર હોય તો શું ? આપણે જાણીએ છીએ કે પ્રકાશ એ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ છે કે જે દા.ત., કાચમાંથી પસાર થાય છે. અગાઉ આપણે જોયું કે માધ્યમની અંદર પ્રવર્તતા કુલ વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રો પરમીટિવિટી  $\epsilon$  અને ચુંબકીય પરમીએબિલિટી  $\mu$ ના પદમાં (આ પદો બહારના ભાગમાં રહેલા ક્ષેત્રોથી અંદરના ભાગમાં રહેલા કુલ ક્ષેત્રો કેટલા ગણા જુદા પડે છે તે દર્શાવે છે) દર્શાવી શકાય છે. મેક્સવેલ સમીકરણોમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રોનાં વર્ણનમાં આવતા  $\epsilon_0$  અને  $\mu_0$ ને માધ્યમની પરમીટિવિટી  $\epsilon$  અને ચુંબકીય પરમીએબિલિટી  $\mu$  વડે ફેરબદલ કરતાં પ્રકાશનો વેગ

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (8.11)$$

આમ, પ્રકાશનો વેગ માધ્યમના વિદ્યુત અને ચુંબકીય ગુણધર્મો પર આધાર રાખે છે. આપણે હવે પછીના પ્રકરણમાં જોઈશું કે એક માધ્યમનો બીજા માધ્યમની સાપેક્ષમાં વક્રીભવનાંક આ બે માધ્યમોમાં પ્રકાશના વેગના ગુણોત્તર બરાબર હોય છે.

મુક્ત અવકાશમાં અથવા શૂન્યાવકાશમાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનો વેગ એ (એક) અગત્યનો મૂળભૂત

અચળાંક છે. જુદી જુદી તરંગલંબાઈ ધરાવતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો પરના પ્રયોગો પરથી એમ દર્શાવાયું છે કે આ વેગ (તરંગલંબાઈથી સ્વતંત્ર)  $3 \times 10^8$  m/sના મૂલ્યમાં એક સેકન્ડ દીઠ અમુક મીટરની ચોકસાઈથી સમાન છે. શૂન્યાવકાશમાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના વેગની અચળતાના પ્રયોગો દ્વારા એવું દૃઢ પ્રમાણિત કરી શકાયું છે અને તેનું વાસ્તવિક મૂલ્ય એટલું બધું જાણીતું છે કે તેનો ઉપયોગ લંબાઈને વ્યાખ્યાયિત કરવાના પ્રમાણ તરીકે લેવામાં આવે છે. હવે, મીટરને પ્રકાશે શૂન્યાવકાશમાં  $(1/c) = (2.99792458 \times 10^8)^{-1}$  સેકન્ડ જેટલા સમયમાં કાપેલા અંતર તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે જે નીચે મુજબના કારણથી થયું છે. સમયનો મૂળભૂત એકમ કોઈક પરમાણ્વીય આવૃત્તિ એટલે કે, કોઈ ચોક્કસ ઘટનામાં પરમાણુ (Atom) દ્વારા ઉત્સર્જિત આવૃત્તિ-ના પદમાં ખૂબ જ ચોકસાઈથી વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય છે. લંબાઈના મૂળભૂત એકમને પ્રત્યક્ષ રીતે તેવી જ ચોકસાઈથી વ્યાખ્યાયિત કરવાનું અઘરું છે. અગાઉના લંબાઈના એકમ (દા.ત., Meter-સળિયા વગેરે)ની મદદથી માપવાના પ્રયોગો દ્વારા  $c$ નું મૂલ્ય  $2.9979246 \times 10^8$  m/s જેટલું મળતું હતું. હવે,  $c$  એ ખૂબ જ ચોક્કસ અચળ અંક હોવાથી લંબાઈનો એકમ  $c$  અને સમયના એકમના પદમાં વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય છે !

હર્ટ્ઝ ફક્ત વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું અસ્તિત્વ જ દર્શાવ્યું એવું નથી, પરંતુ તેમણે દર્શાવ્યું કે એવા તરંગો કે જેની તરંગલંબાઈ પ્રકાશ તરંગોની તરંગલંબાઈ કરતાં કરોડ (10 મિલિયન) ગણી હોય તેઓ પણ વિવર્તન, વક્રિભવન અને ધ્રુવીભવન અનુભવે છે. આમ, તેણે દૃઢ રીતે વિકિરણનો તરંગ સ્વભાવ પ્રસ્થાપિત કર્યો. વધારામાં, તેમણે સ્થિત વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉત્પન્ન કરીને તેમની તરંગલંબાઈને ક્રમિક નિષ્પંદ બિંદુઓ (Nodes) વચ્ચેના અંતરની મદદથી શોધી. તરંગની આવૃત્તિ પહેલેથી જ જાણીતી (દોલકની આવૃત્તિ જેટલી) હોવાથી તેણે  $v = v\lambda$  સૂત્રનો ઉપયોગ કરી તરંગની ઝડપ શોધી અને એવું જાણવા મળ્યું કે આ તરંગો પ્રકાશની ઝડપ જેટલી ઝડપથી જ ગતિ કરે છે.

વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ધ્રુવીભૂત છે તે હકીકત નાના (Portable) AM રેડિયોના બ્રોડકાસ્ટીંગ સ્ટેશન પ્રત્યેના પ્રતિભાવની મદદથી સહેલાઈથી જોઈ શકાય છે. જો AM રેડિયોને ટેલિસ્કોપીક (Telescopic) એન્ટિના હોય તો તે સિગ્નલ (Signal)ના વિદ્યુતીય ઘટકને પ્રતિભાવ આપે છે. જ્યારે એન્ટિનાને સમક્ષિતિજ કરવામાં આવે છે ત્યારે સિગ્નલ ખૂબ જ નબળું થઈ જાય છે. ઘણા નાના રેડિયોમાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગના સમક્ષિતિજ એન્ટિના (સામાન્ય રીતે રેડિયોની આવરણની અંદરના ભાગમાં) હોય છે કે જે ચુંબકીય ઘટક માટે સંવેદનશીલ હોય છે. આવા રેડિયોને સિગ્નલ ગ્રહણ (Receive) કરવા માટે સમક્ષિતિજ રાખવા પડે. આવા કિસ્સાઓમાં, રેડિયોનો પ્રતિભાવ એ રેડિયોના સ્ટેશનની સાપેક્ષ નમન (Orientation) પર પણ આધાર રાખે છે.

શું બીજા તરંગોની જેમ જ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો પણ ઊર્જા અને વેગમાનનું વહન કરે છે ? હા, તેઓ પણ એમ કરે છે. આપણે પ્રકરણ-2માં જોયું કે મુક્ત અવકાશમાં  $E$  જેટલું વિદ્યુતક્ષેત્ર ધરાવતા વિભાગમાં  $(\epsilon_0 E^2/2)$  જેટલી ઊર્જાઘનતા હોય છે. તે જ રીતે, પ્રકરણ-6માં જોયું કે ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે સંકળાયેલ ચુંબકીય ઊર્જાઘનતા  $(B^2/2\mu_0)$  હોય છે. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ એ વિદ્યુત અને ચુંબકીય એમ બંને ક્ષેત્રો ધરાવતું હોવાથી તેની સાથે પણ અશૂન્ય ઊર્જા ઘનતા સંકળાયેલ હોય છે. હવે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગની પ્રસરણ દિશાને લંબ એક સમતલ વિચારો (આકૃતિ 8.4). જો આ સમતલ પર વિદ્યુતભારો હશે તો તેઓ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના વિદ્યુત અને ચુંબકીય ક્ષેત્રો દ્વારા ગતિ ચાલુ કરશે અને ચાલુ રાખશે. આમ, વિદ્યુતભારો, વિદ્યુતચુંબકીય તરંગમાંથી ઊર્જા અને વેગમાન ગ્રહણ કરશે. આ એ હકીકતને દર્શાવે છે કે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ (બીજા તરંગોની જેમ) ઊર્જા અને વેગમાનનું વહન કરે છે. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ વેગમાનનું વહન કરતા હોવાથી દબાણ પણ લગાડશે જેને વિકિરણ-દબાણ (Radiation Pressure) કહે છે.

જો સપાટીને  $t$  સમયમાં અપાતી કુલ ઊર્જા  $U$  હોય તો તેવું દર્શાવી શકાય કે સપાટી પર આપાત થતા કુલ વેગમાનનું મૂલ્ય (જ્યારે વિકિરણનું સંપૂર્ણ શોષણ થાય ત્યારે)

$$p = \frac{U}{c} \quad (8.12)$$

છે.

જ્યારે તમારા હાથ પર સૂર્યપ્રકાશ પડે છે ત્યારે તમને વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોમાંથી ઊર્જાનું શોષણ થાય છે તેમ લાગે છે (તમારા હાથ ગરમ થયેલ જણાય છે). વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો હાથ પર વેગમાન પણ આપાત કરે છે પરંતુ  $c$ નું મૂલ્ય ખૂબ જ મોટું હોવાથી, હથેળીને મળતા વેગમાનનું મૂલ્ય અત્યંત નાનું હશે તેથી આપણે દબાણ અનુભવતા નથી. 1903માં અમેરીકન વૈજ્ઞાનિકો નિકોલ્સ અને હલ (Nicols અને Hull) એ દૃશ્યપ્રકાશ વિકિરણ-દબાણની માપણી કરવામાં સફળ થયા અને સમીકરણ (8.12)ની ચકાસણી કરી. તે  $7 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$ ના ક્રમનું માલુમ પડ્યું. આમ,  $10 \text{ cm}^2$  જેટલું ક્ષેત્રફળ ધરાવતી સપાટી પર વિકિરણને કારણે લાગતું બળ  $7 \times 10^{-9} \text{ N}$  જેટલું હોય છે.

વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું મોટું પ્રૌદ્યોગિક અગત્ય એ તેની એક સ્થળથી બીજા સ્થળ પર ઊર્જા લઈ જવાની ક્ષમતાને લીધે છે. બ્રોડકાસ્ટીંગ (Broadcasting - સંચાર) સ્ટેશનથી રેડિયો અને TV સિગ્નલો ઊર્જાનું વહન કરે છે, પ્રકાશ સૂર્યથી પૃથ્વી સુધી ઊર્જાનું વહન કરે છે કે જેથી પૃથ્વી પર જીવન શક્ય બન્યું છે.

**ઉદાહરણ 8.2** એક 25 MHz આવૃત્તિ ધરાવતું સમતલ વિદ્યુત ચુંબકીય તરંગ મુક્ત અવકાશમાં  $x$ -દિશામાં ગતિ કરે છે. ચોક્કસ સમયે અને અવકાશના એક ચોક્કસ બિંદુ આગળ  $\mathbf{E} = 6.3 \hat{\mathbf{j}} \text{ V/m}$  છે. તો આ બિંદુ આગળ  $\mathbf{B}$  શોધો.

**ઉકેલ** સમીકરણ (8.10) પરથી,  $\mathbf{B}$ નું મૂલ્ય

$$\begin{aligned} B &= \frac{E}{c} \\ &= \frac{6.3 \text{ V/m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 2.1 \times 10^{-8} \text{ T} \end{aligned}$$

દિશા શોધવા માટે, આપણે નોંધીએ કે  $\mathbf{E}$  એ  $y$ -દિશામાં છે અને તરંગ  $x$ -દિશામાં પ્રસરણ પામે છે. તેથી  $\mathbf{B}$  એ  $x$  અને  $y$  બંને અક્ષોને લંબ હશે. સદિશ બીજગણિતના નિયમ મુજબ  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  એ  $x$ -દિશામાં હશે.

હવે,  $(+\hat{\mathbf{j}}) \times (+\hat{\mathbf{k}}) = +\hat{\mathbf{i}}$  હોવાથી,  $\mathbf{B}$  એ  $z$ -દિશામાં હશે. આમ,  $\mathbf{B} = 2.1 \times 10^{-8} \hat{\mathbf{k}} \text{ T}$  થશે.

**ઉદાહરણ 8.3** એક સમતલ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગમાં ચુંબકીયક્ષેત્ર

$B_y = 2 \times 10^{-7} \sin(0.5 \times 10^3 x + 1.5 \times 10^{11} t) \text{ T}$  સૂત્ર વડે આપવામાં આવે છે.

(a) તરંગની તરંગલંબાઈ અને આવૃત્તિ કેટલી હશે ?

(b) વિદ્યુતક્ષેત્ર માટેનું સમીકરણ લખો.

**ઉકેલ** (a) આપેલા સમીકરણને નીચેના સમીકરણ સાથે સરખાવતાં,

$$\begin{aligned} B_y &= B_0 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T} \right) \right] \\ \text{આપણને } \lambda &= \frac{2\pi}{0.5 \times 10^3} \text{ m} = 1.26 \times 10^{-2} \text{ m} = 1.26 \text{ cm} \\ \text{અને } \frac{1}{T} &= \nu = (1.5 \times 10^{11}) / 2\pi = 23.9 \text{ GHz મળે.} \end{aligned}$$

$$(b) E_0 = B_0 c = 2 \times 10^{-7} \text{ T} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s} = 6 \times 10^1 \text{ V/m}$$

આ વિદ્યુતક્ષેત્ર ઘટક પ્રસરણ દિશા અને ચુંબકીયક્ષેત્રને લંબ હશે. તેથી, આ વિદ્યુતક્ષેત્ર ઘટક  $z$ -અક્ષની દિશામાં હશે કે જે નીચેના સમીકરણ વડે આપી શકાય.

$$E_z = 60 \sin(0.5 \times 10^3 x + 1.5 \times 10^{11} t) \text{ V/m}$$

**ઉદાહરણ 8.4**  $18 \text{ W/cm}^2$  જેટલું ઊર્જા ફ્લક્સ ધરાવતો પ્રકાશ એક અપરાવર્તનીય સપાટી પર લંબરૂપે આપાત થાય છે. જો આ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ  $20 \text{ cm}^2$  હોય તો  $30 \text{ min}$  જેટલા સમયગાળા માટે સપાટી પર લાગતું સરેરાશ બળ શોધો.

**ઉકેલ :** સપાટી પર આપાત કુલ ઊર્જા,

$$U = (18 \text{ W/cm}^2) \times (20 \text{ cm}^2) \times (30 \times 60 \text{ s}) \\ = 6.48 \times 10^5 \text{ J}$$

તેથી (પૂર્ણ શોષણ માટે) સપાટીને અપાતું કુલ વેગમાન,

$$p = \frac{U}{c} = \frac{6.48 \times 10^5 \text{ J}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 2.16 \times 10^{-3} \text{ kg m/s}$$

સપાટી પર લગાડાતું સરેરાશ બળ,

$$F = \frac{p}{t} = \frac{2.16 \times 10^{-3}}{0.18 \times 10^4} = 1.2 \times 10^{-6} \text{ N}$$

જો સપાટી સંપૂર્ણ પરાવર્તક હોત તો કેવી રીતે તમારું પરિણામ સુધારશો ?

ઉદાહરણ 8.4

**ઉદાહરણ 8.5**  $100 \text{ W}$ ના બલ્બમાંથી વિકિરણથી  $3 \text{ m}$  દૂર ઉદ્ભવતા વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો ગણો. બલ્બની કાર્યક્ષમતા (Efficiency)  $2.5\%$  છે અને તે બિંદુવત ઉદ્ગમ છે તેમ ધારો.

**ઉકેલ** બિંદુવત ઉદ્ગમ, બલ્બ બધી જ દિશામાં સમાન રીતે પ્રકાશ ઉત્સર્જન કરે છે. તેને  $3 \text{ m}$  અંતરેથી ઘેરતી ગોળાકાર સપાટીનું ક્ષેત્રફળ

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi(3)^2 = 113 \text{ m}^2 \text{ છે.}$$

આ અંતરે તીવ્રતા,

$$I = \frac{\text{પાવર}}{\text{ક્ષેત્રફળ}} = \frac{100 \text{ W} \times 2.5\%}{113 \text{ m}^2} \\ = 0.022 \text{ W/m}^2$$

આ તીવ્રતાની અડધી તીવ્રતા વિદ્યુતક્ષેત્ર દ્વારા અને અડધી ચુંબકીયક્ષેત્ર દ્વારા પૂરી પડાતી હશે.

$$\frac{1}{2} I = \frac{1}{2} (\epsilon_0 E_{\text{rms}}^2 c) \\ = \frac{1}{2} (0.022 \text{ W/m}^2)$$

$$E_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{0.022}{(8.85 \times 10^{-12})(3 \times 10^8)}} \text{ V/m} \\ = 2.9 \text{ V/m}$$

ઉપર શોધેલ  $E_{\text{rms}}$  મૂલ્ય વિદ્યુતક્ષેત્ર સરેરાશ વર્ગિત મૂલ્યનું વર્ગમૂળ (rms) છે. હવે, પ્રકાશકિરણમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર જયાવર્તી (સાઈન વિધેય, Sinusoidal) હોવાથી વિદ્યુતક્ષેત્રનું મહત્તમ મૂલ્ય  $E_0$ ,

$$E_0 = \sqrt{2} E_{\text{rms}} = \sqrt{2} 2.9 \text{ V/m} \\ = 4.07 \text{ V/m}$$

આમ, તમે જોઈ શકો છો કે તમે વાંચવા માટે ઉપયોગમાં લીધેલ વિદ્યુતક્ષેત્રની પ્રબળતા એ ઘણી વધારે હોય છે. તેની TV અથવા FM તરંગોની વિદ્યુતક્ષેત્ર પ્રબળતા કે જે કેટલાક માઈક્રોવોલ્ટ પ્રતિમીટરના ક્રમની હોય છે તેની સાથે સરખામણી કરો.

હવે આપણે ચુંબકીયક્ષેત્રની પ્રબળતા ગણીએ. તે

ઉદાહરણ 8.5

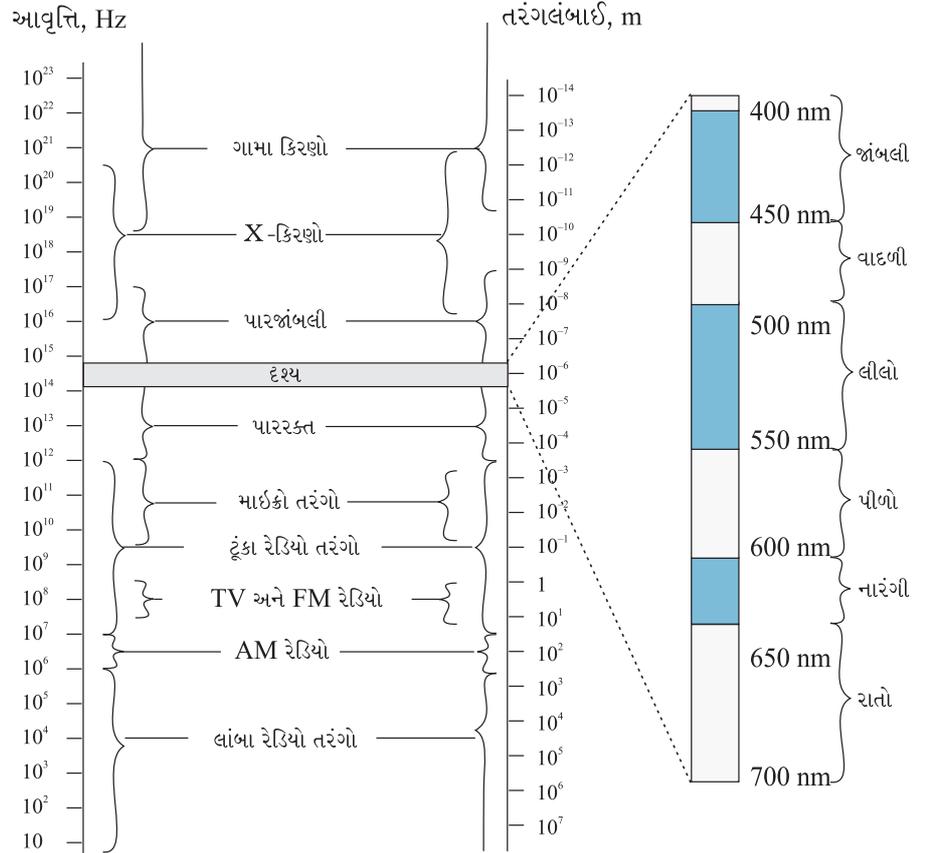
$$B_{\text{rms}} = \frac{E_{\text{rms}}}{c} = \frac{2.9 \text{Vm}^{-1}}{3 \times 10^8 \text{m/s}} = 9.6 \times 10^{-9} \text{T}$$

ફરીવાર, પ્રકાશકિરણમાં ક્ષેત્ર જ્યાવર્તી (સાઈન વિધેય, Sinusoidal) હોવાથી, ચુંબકીયક્ષેત્રનું મહત્તમ મૂલ્ય  $B_0 = \sqrt{2} B_{\text{rms}} = 1.4 \times 10^{-8} \text{T}$  હશે. ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે સંકળાયેલ ઊર્જા વિદ્યુતક્ષેત્ર સાથે સંકળાયેલ ઊર્જા જેટલી જ હોવા છતાં, ચુંબકીયક્ષેત્રની પ્રબળતા ખૂબ જ ઓછી હોય છે.

### 8.4 વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટ (ELECTROMAGNETIC SPECTRUM)

જે સમયગાળામાં મેક્સવેલે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના અસ્તિત્વની આગાહી કરી તે સમયગાળામાં ફક્ત દૃશ્ય પ્રકાશના તરંગો જ જાણીતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો હતા. પારજાંબલી અને પારરક્ત તરંગોના અસ્તિત્વ વિશેની માહિતી ખૂબ જ ઓછી હતી. 19મી સદીના અંત સુધીમાં X-કિરણો અને ગામા કિરણોની શોધ થઈ ચૂકી હતી. આપણને હવે તો ખબર છે કે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોમાં દૃશ્યપ્રકાશ તરંગો, X-કિરણો, ગામા કિરણો, રેડિયો તરંગો, માઈક્રો તરંગો, પારજાંબલી અને પારરક્ત તરંગોનો સમાવેશ થાય છે. આવૃત્તિને આધારે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોના વર્ગીકરણને વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટ (આકૃતિ 8.5) કહે છે. તેમાં એક પ્રકારના તરંગોનું અને પછીના પ્રકાર વચ્ચે તીક્ષ્ણ ભેદરેખા નથી. આ વર્ગીકરણ મહદ્અંશે કેવી રીતે તરંગો ઉત્પન્ન કરી શકાય અને/અથવા તેને પરખી શકાય તેના આધારે કરવામાં આવેલ છે.

Electromagnetic spectrum  
<http://www.fnal.gov/pub/inquiring/more/light>  
<http://imagine.gsfc.nasa.gov/docs/science/>  
**PHYSICS**



આકૃતિ 8.5 જુદા જુદા ભાગનાં પ્રચલિત નામ મુજબ વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટ. જુદા જુદા ભાગને તીક્ષ્ણ સીમાઓ નથી.

### 8.4.1 રેડિયો તરંગો (Radio waves)

રેડિયો તરંગો એક વાહકતારમાં વિદ્યુતભારની પ્રવેગિત ગતિ દ્વારા ઉત્પન્ન થાય છે. તેમનો રેડિયો અને ટેલિવિઝનના સંદેશાવ્યવહાર તંત્રોમાં ઉપયોગ થાય છે. તે સામાન્ય રીતે 500 kHz થી 1000 MHzના આવૃત્તિગાળામાં રહેલા હોય છે. AM (Amplitude Modulation) બેન્ડ 530 kHz થી 1710 kHzની વચ્ચે હોય છે. 54 MHz સુધીની ઊંચી આવૃત્તિઓ Short Wave (SW) Bands માટે વપરાય છે. TV તરંગો 54 MHz થી 890 MHzના ગાળામાં હોય છે. FM (Frequency Modulated Band) રેડિયો એ 88 MHz થી 108 MHz સુધી વિસ્તરેલ હોય છે. મોબાઇલ ફોન ધ્વનિ સંદેશાવ્યવહાર માટે ખૂબ ઊંચી આવૃત્તિ (Ultra High Frequency - UHF) Bandના રેડિયો તરંગોનો ઉપયોગ કરે છે.

### 8.4.2 માઇક્રોવેવ (Microwaves)

માઇક્રોવેવ (ટૂંકી તરંગલંબાઈ ધરાવતા રેડિયો તરંગો) કે જેની આવૃત્તિ ગીગાહર્ટ્ઝ (GHz)ના ક્રમની હોય છે, એ ચોક્કસ પ્રકારની વેક્યુમ ટ્યુબ (કે જે ક્લીસ્ટ્રોન, મેગ્નેટ્રોન અને ગન ડાયોડ તરીકે ઓળખાય છે) દ્વારા ઉત્પન્ન કરાય છે. તેમની ટૂંકી તરંગલંબાઈને કારણે તેનો ઉપયોગ એરોપ્લેનના દિશા નિયંત્રણમાં વપરાતા રડાર માટે સગવડભર્યો છે. આ રડાર, બોલની ઝડપ, ટેનિસમાં સર્વિસ માટે અને વાહનોની ઝડપ શોધવા માટેની સ્પીડ ગન (Speed Guns) માટેનો પણ આધાર પુરો પાડે છે. માઇક્રોવેવ ઓવન એ આ તરંગોનો ખૂબ જ રસપ્રદ ઘરેલું ઉપયોગ છે. આવા ઓવનમાં માઇક્રોવેવની આવૃત્તિ એ પાણીના અણુઓની અનુનાદીય આવૃત્તિ સાથે મેળવેલ હોવાથી તરંગમાંની ઊર્જા અસરકારક રીતે અણુઓની ગતિઊર્જા તરીકે રૂપાંતરિત કરી શકાય છે. આને લીધે પાણી ધરાવતા કોઈ પણ ખોરાકનું તાપમાન વધારી શકાય છે.



### માઇક્રોવેવ ઓવન (MICROWAVE OVEN)

વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણ વર્ણપટ એક માઇક્રોવેવ તરીકે ઓળખાતો ભાગ ધરાવે છે. આવા તરંગોની આવૃત્તિ અને ઊર્જા દૃશ્યપ્રકાશ કરતા ઓછી પરંતુ તરંગલંબાઈ તેના કરતા વધારે હોય છે. માઇક્રોવેવ ઓવનનો સિદ્ધાંત શું છે અને તે કેવી રીતે કાર્ય કરે છે ?

આપણો હેતુ ખોરાક રાંધવાનો કે ગરમ કરવાનો છે. ખોરાકની દરેક ચીજો જેવી કે ફળ, શાકભાજી, માંસ, એકદંઠીય અનાજ વગેરેમાં તેના ઘટક તરીકે પાણી હોય છે. હવે જ્યારે આપણે એમ કહીએ કે કોઈ પદાર્થ ગરમ થયો એટલે આપણે શું સમજીએ ? જ્યારે પદાર્થનું તાપમાન વધે છે ત્યારે અસ્તવ્યસ્ત ગતિ કરતા અણુ કે પરમાણુઓની ઊર્જા વધે છે અને આ અણુઓ ઊંચી ઊર્જા સાથે ગતિ કે દોલન કે ભ્રમણ કરે છે. પાણીના અણુઓની ભ્રમણની આવૃત્તિ લગભગ 2.45 ગીગાહર્ટ્ઝ (GHz) છે. જો પાણી આ આવૃત્તિ ધરાવતા માઇક્રોવેવને ગ્રહણ કરે તો તેના અણુઓ આ વિકિરણનું શોષણ કરશે કે જે પાણીને ગરમ કરવા બરાબર છે. આ અણુઓ તેમની ઊર્જા આસપાસ રહેલા ખોરાકના અણુઓને આપશે જેથી ખોરાક ગરમ થશે.

આના માટે આપણે પોર્સેલિન (Porcelain)ના વાસણોનો ઉપયોગ કરવો જોઈએ અને નહીં કે ધાતુના કારણ કે સંગ્રહિત વિદ્યુતભારને કારણે ઈલેક્ટ્રીક શોક (આંચકો) લાગવાનો ભય રહેલો છે. પોર્સેલિન વાસણો આનાથી સુરક્ષિત અને ઠંડા રહે છે, કારણ કે તેમના મોટા અણુઓ ખૂબ જ ઓછી આવૃત્તિથી દોલન અને ચાકગતિ કરે છે અને તેથી માઇક્રોવેવનું શોષણ કરતા નથી તેથી તેઓ ગરમ થતા નથી.

આમ, માઇક્રોવેવ ઓવનનો મૂળભૂત સિદ્ધાંત ઓવનના જે ભાગમાં ખોરાક મૂકવામાં આવે છે તે ભાગમાં યોગ્ય આવૃત્તિના માઇક્રોવેવ વિકિરણ ઉત્પન્ન કરવાનો છે. આમ કરવાથી, વાસણને ગરમ કરવા ઊર્જા વેડફાતી નથી. ગરમ કરવાની રુઢિગત રીતમાં બર્નર પરનું વાસણ પ્રથમ ગરમ થાય છે અને ત્યારબાદ વાસણમાંથી રૂપાંતરીત ઊર્જાને કારણે તેમાં રહેલ ખોરાક ગરમ થાય છે. માઇક્રોવેવ ઓવનમાં, આનાથી ઉલટું, ખોરાકમાં રહેલા પાણીના અણુઓને સીધી સીધી ઊર્જા મળે છે કે જે પછીથી સમગ્ર ખોરાકને પહોંચે છે.

### 8.4.3 પારરક્ત તરંગો (Infrared Waves)

પારરક્ત (Infrared) તરંગો ગરમ પદાર્થ અને અણુઓ દ્વારા ઉત્પન્ન થાય છે. આ Band દૃશ્યપ્રકાશ વર્ણપટની ઓછી આવૃત્તિ અથવા લાંબી તરંગલંબાઈના છેડાની નજીક આવેલ છે. પારરક્ત તરંગોને ઘણી વખતે ઉષ્મા તરંગો (Heat Waves) પણ કહેવામાં આવે છે. આમ, કહેવા પાછળનું મુખ્ય કારણ એ છે કે મોટાભાગના દ્રવ્યમાં રહેલા પાણીના અણુઓ સહેલાઈથી પારરક્ત તરંગોનું શોષણ કરે છે. (બીજા ઘણા અણુઓ જેવા કે CO<sub>2</sub>, NH<sub>3</sub> વગેરે પણ પારરક્ત તરંગોનું શોષણ કરે છે.) શોષણ બાદ તેમની ઉષ્મીય ગતિ વધે છે, એટલે કે તેઓ ગરમ થાય છે અને આસપાસના ભાગને પણ ગરમ કરે છે. પારરક્ત બલ્બ (Lamps)નો ઉપયોગ શારીરિક ઉપચાર (Physical Therapy)માં થાય છે. ગ્રીનહાઉસ અસર થકી પારરક્ત વિકિરણો પૃથ્વી પરનો ગરમાવો (હૂંફ) અથવા સરેરાશ તાપમાન જાળવવામાં અગત્યનો ભાગ ભજવે છે. આપાત દૃશ્ય પ્રકાશ (કે જે વાતાવરણમાંથી સહેલાઈથી પસાર થઈ જાય છે)નું પૃથ્વીની સપાટી દ્વારા શોષણ થાય છે અને ત્યારબાદ (લાંબી તરંગલંબાઈ ધરાવતા) પારરક્ત વિકિરણોમાં ફરીથી ઉત્સર્જન થાય છે. આ વિકિરણ ગ્રીનહાઉસ વાયુઓ જેવાંકે કાર્બન ડાયોક્સાઈડ અને પાણીના અણુઓ દ્વારા જકડાઈ (Trapped) જાય છે. પૃથ્વીના ઉપગ્રહોમાં પારરક્ત Detectors (પરખકર્તા)નો ઉપયોગ લશ્કરી હેતુઓ અને પાકનો વિકાસ (Growth) જોવા એમ બંનેમાં થાય છે. ઇલેક્ટ્રોનિક ઉપકરણો (દા.ત., અર્ધવાહકના બનેલા Light Emitting Diode – LED) પણ પારરક્ત વિકિરણનું ઉત્સર્જન કરે છે અને તેમનો ઘરવપરાશની ઇલેક્ટ્રોનિક વસ્તુઓ જેવી કે ટી.વી., વીડિયો રેકોર્ડર અને hi-fi તંત્રોમાં રીમોટ સ્વીચમાં બહોળા પ્રમાણમાં ઉપયોગ થાય છે.

### 8.4.4 દૃશ્ય કિરણો (Visible rays)

તે સૌથી જાણીતું વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું સ્વરૂપ છે. આ વર્ણપટનો એવો ભાગ છે કે જે મનુષ્યની આંખ દ્વારા પરખાય છે. તેની આવૃત્તિ  $4 \times 10^{14}$  Hzથી લગભગ  $7 \times 10^{14}$  Hz જેટલી અથવા તરંગલંબાઈ લગભગ 700-400 nmની વચ્ચે હોય છે. આપણી આસપાસમાં રહેલ વસ્તુઓ પરથી ઉત્સર્જિત અને પરાવર્તિત દૃશ્યપ્રકાશની મદદથી આપણને વિશ્વ અંગેની માહિતી મળે છે. આપણી આંખો આ તરંગલંબાઈઓના ગાળા માટે સંવેદનશીલ છે. જુદા-જુદા પ્રાણીઓ જુદી-જુદી તરંગલંબાઈઓ માટે સંવેદનશીલ હોય છે. દા.ત., સાપ પારરક્ત તરંગોને પરખી શકે છે અને ઘણા જંતુઓનો દૃશ્યગાળો પારજાંબલી વિભાગ સુધી વિસ્તરેલો હોય છે.

### 8.4.5 પારજાંબલી કિરણો (Ultraviolet rays)

આ વિભાગની તરંગલંબાઈ  $4 \times 10^{-7}$  m (400 nm) થી  $6 \times 10^{-10}$  m (0.6 nm) સુધી વિસ્તરેલી છે. પારજાંબલી (UV) વિકિરણ ચોક્કસ પ્રકારના બલ્બ (Lamps) અને ખૂબ જ ગરમ પદાર્થો દ્વારા ઉત્પન્ન થાય છે. સૂર્ય પારજાંબલી પ્રકાશનો અગત્યનો સ્રોત છે. પરંતુ, સારા નસીબે, તેમાંના મોટાભાગના વિકિરણનું વાતાવરણમાં લગભગ 40-50 km ઊંચાઈએ આવેલા ઓઝોનના સ્તર દ્વારા શોષણ થાય છે. વધારે પ્રમાણમાં UV પ્રકાશ માણસ પર નુકશાનકારક અસર કરે છે. UV પ્રકાશમાં વધારે પ્રમાણમાં રહેવાથી શરીરમાં મેલેનીન (Melanin) ઉત્પન્ન કરે છે કે જેનાથી ચામડી કાળી પડી જાય છે. UV વિકિરણનું સાદા કાચ વડે શોષણ થાય છે. તેથી, કાચની બારીમાંથી આવતા UV પ્રકાશથી ચામડી કાળી પડી જતી કે તતડી જતી (Sunburn, દાહ થતો) નથી.

વેલ્ડીંગ કામ કરતા લોકો વેલ્ડીંગ ચાપ (Arc) દ્વારા મોટા પ્રમાણમાં ઉદ્ભવતા UVથી આંખને બચાવવા માટે ચોક્કસ પ્રકારના કાચના ગોગલ્સ અથવા કાચની બારી ધરાવતા મહોરા (Face Mask) પહેરે છે. તેની ઓછી તરંગલંબાઈને કારણે UV વિકિરણોને ખૂબ પાતળા કિરણપૂંજ તરીકે કેન્દ્રિત કરી શકાય છે કે જેનો ઉપયોગ ખૂબ ચોક્કસાઈ ધરાવતા ઉપયોગો જેવા કે આંખના વાઢકાપ (Surgery) LASIK (Laser-Assisted in situ Keratomileusis)માં થાય છે. UV લેમ્પનો ઉપયોગ પાણી શુદ્ધ કરવાના ઉપકરણ (સાધન)માં જંતુ નાશ કરવા માટે થાય છે.

વાતાવરણમાંનું ઓઝોનનું સ્તર સુરક્ષા કવચનું (બચાવનું, Protective) કામ કરે છે અને તેથી તેની ક્લોરોફ્લોરો કાર્બન (CFCs) વાયુ (જેવાકે ફીઓન) દ્વારા સર્જાતી અછત (ઊણપ) એક આંતરરાષ્ટ્રીય ચિંતાનો વિષય છે.

#### 8.4.6 X-કિરણો (X-rays)

વિદ્યુત ચુંબકીય વર્ણપટના UV વિભાગ પછી આવતા ભાગ (વિભાગ)ને X-કિરણો કહે છે. તેનાં ઔષધીય/દાકતરી ઉપયોગને કારણે આપણે ક્ષ-કિરણોથી પરિચિત છીએ. તે લગભગ  $10^{-8}$  m (10nm)થી છેક  $10^{-13}$  m ( $10^{-4}$  nm) સુધીની તરંગલંબાઈ ધરાવે છે. X-કિરણો ઉત્પન્ન કરવાની એક સામાન્ય રીતમાં ખૂબ ઊંચી ઊર્જા ધરાવતા ઇલેક્ટ્રોનને ધાતુના લક્ષ્ય (Target) પર પ્રતાડિત (Bombard) કરી X-કિરણો ઉત્સર્જિત કરવામાં આવે છે. X-કિરણોનો ઉપયોગ ઔષધીય શાખામાં રોગના નિદાન માટેના એક સાધન તરીકે અને અમુક પ્રકારના કેન્સરના ઉપચારમાં થાય છે. X-કિરણો જીવિત માંસપેશીઓ (Tissue)ને નુકશાન કે નાશ કરી શકતા હોવાથી તેનો વધુ પડતો અને બિનજરૂરી ઉપયોગ ટાળવો જોઈએ.

#### 8.4.7 ગામા કિરણો (Gamma rays)

તેઓ વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટની સૌથી વધારે આવૃત્તિવાળા ભાગમાં આવેલા છે અને તેમની તરંગલંબાઈ લગભગ  $10^{-10}$  m થી  $10^{-14}$  m કરતાંય નાની હોય છે. આવા ઉચ્ચ આવૃત્તિ ધરાવતા વિકિરણો ન્યુક્લિયર પ્રક્રિયાઓમાં અને રેડિયો એક્ટિવ ન્યુક્લિયસોમાંથી ઉત્સર્જિત થાય છે. તેમનો ઉપયોગ ઔષધીય શાખામાં કેન્સરના કોષોને નાબુદ કરવામાં થાય છે.

કોષ્ટક 8.1 જુદા જુદા પ્રકારના વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો તેમનું ઉત્સર્જન અને પરખ (Detection) અંગેનો સારાંશ આપે છે. અગાઉ જણાવ્યું તે મુજબ જુદા-જુદા બે વિભાગો વચ્ચે ખૂબ જ ચોક્કસ ભેદરેખા તીક્ષ્ણ નથી અને તેઓ એકબીજા ઉપર સંપાત થયેલા છે.

કોષ્ટક 8.1 જુદા જુદા પ્રકારના વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો

પ્રકાર	તરંગલંબાઈ ગાળો	ઉત્પાદન	પરખ (Detection)
રેડિયો	>0.1 m	એરીયલમાં ખૂબ જ ઝડપથી પ્રવેગિત અને પ્રતિપ્રવેગિત ઇલેક્ટ્રોનની ગતિ	રીસીવરનું એરિયલ
માઈક્રોવેવ	0.1 m થી 1 mm	ક્લીસ્ટ્રોન વાલ્વ અથવા મેગ્નેટ્રોન વાલ્વ	Point contact diodes
પારરક્ત	1 mm થી 700 nm	અણુ અને પરમાણુઓનાં કંપનો	થર્મોપાઈલ, બોલોમીટર, પારરક્ત ફોટોગ્રાફિક ફિલ્મ
દૃશ્યપ્રકાશ	700 nm થી 400 nm	પરમાણુમાં એક સ્તરમાંથી નીચેના ઊર્જાસ્તરમાં થતી સંક્રાંતિ દરમિયાન ઇલેક્ટ્રોન પ્રકાશ ઉત્સર્જિત કરે છે.	આંખ, ફોટોસેલ, ફોટોગ્રાફિક ફિલ્મ
પારજાંબલી	400 nm થી 1 nm	પરમાણુમાં અંદરની કવચમાં રહેલા ઇલેક્ટ્રોનની એક ઊર્જા કક્ષામાંથી નીચી ઊર્જા કક્ષામાં થતી સંક્રાંતિ દરમિયાન	ફોટોસેલ, ફોટોગ્રાફિક ફિલ્મ
X-કિરણો	1 nm થી $10^{-3}$ nm	X-કિરણ ટ્યુબ અથવા અંદરની કવચના ઇલેક્ટ્રોન	ફોટોગ્રાફિક ફિલ્મ, ગાઈગર ટ્યુબ, આયોનાઈઝેશન ચેમ્બર
ગામા કિરણો	$< 10^{-3}$ nm	ન્યુક્લિયસનો રેડિયો એક્ટિવ ક્ષય	ઉપર મુજબ

### સારાંશ

1. મેક્સવેલે એમ્પિયરના નિયમમાં એક અસાતત્યતા નોંધી અને આ અસાતત્યતા દૂર કરવા માટે એક વધારાના પ્રવાહ, સ્થાનાંતર પ્રવાહની જરૂરિયાત સૂચવી. આ સ્થાનાંતર પ્રવાહ એ સમય સાથે બદલાતાં વિદ્યુતક્ષેત્રને કારણે છે કે જે નીચે મુજબ આપી શકાય છે.

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

અને આ પ્રવાહ Conduction પ્રવાહ (વહનપ્રવાહ)ની જેમ જ ચુંબકીયક્ષેત્રના ઉદ્ભવ તરીકે વર્તે છે.

2. પ્રવેગિત વિદ્યુતભાર વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉત્પન્ન કરે છે.  $v$  આવૃત્તિથી આવર્ત (હાર્મોનિક) દોલનો કરતો વિદ્યુતભાર,  $v$  જેટલી જ આવૃત્તિ ધરાવતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો ઉત્પન્ન કરે છે. વિદ્યુત દ્વિ-ધ્રુવી એ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો માટેનો મૂળભૂત સ્ત્રોત છે.
3. 1887માં હર્ટ્ઝે લેબોરેટરીમાં અમુક મીટરના કમની તરંગલંબાઈ ધરાવતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું ઉત્પાદન અને પરખ (Detection) કરી. આમ, તેણે મેક્સવેલના સમીકરણની મૂળભૂત આગાહીની ચકાસણી કરી.

4. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગમાં વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો જ્યાવર્તી (Sinusoidally) રીતે અવકાશમાં સમય સાથે દોલન કરે છે. આવા દોલનો કરતા વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો **E** અને **B** એકબીજાને લંબરૂપે અને વિદ્યુતચુંબકીય તરંગની પ્રસરણ દિશાને પણ લંબરૂપે હોય છે.  $v$  આવૃત્તિ,  $\lambda$  તરંગલંબાઈ ધરાવતા અને  $z$ -દિશામાં પ્રસરણ પામતા તરંગ માટે,

$$E = E_x(t) = E_0 \sin(kz - \omega t)$$

$$= E_0 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{z}{\lambda} - vt \right) \right] = E_0 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

$$B = B_y(t) = B_0 \sin(kz - \omega t)$$

$$= B_0 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{z}{\lambda} - vt \right) \right] = B_0 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

તેઓ  $E_0/B_0 = c$  સંબંધથી સંકળાયેલા છે.

5. શૂન્યાવકાશમાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગની ઝડપ  $c$  એ  $\mu_0$  અને  $\epsilon_0$  (મુક્ત અવકાશના પરમીએબિલિટી અને પરમીટીવિટી અચળાંકો) સાથે નીચે મુજબ સંબંધિત છે.

$$c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}. \quad c \text{નું મૂલ્ય પ્રકાશીય માપનોથી મળેલ મૂલ્ય જેટલું જ છે.}$$

પ્રકાશ એક વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ છે, તેથી  $c$  એ પ્રકાશની ઝડપ છે. પ્રકાશ સિવાયના વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની ઝડપ પણ મુક્તાવકાશમાં  $c$  જેટલી જ હોય છે.

દ્રવ્ય માધ્યમમાં પ્રકાશની કે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની ઝડપ  $v = 1/\sqrt{\mu \epsilon}$  વડે અપાય છે. જ્યાં,  $\mu$  એ માધ્યમની પરમીએબિલિટી અને  $\epsilon$  એ પરમીટિવિટી છે.

6. જ્યારે વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો અવકાશમાંથી પસાર થાય છે ત્યારે ઊર્જાનું વહન કરે છે અને આ ઊર્જા વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો વચ્ચે સરખે ભાગે વહેંચાયેલી હોય છે. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો વેગમાનનું પણ વહન કરે છે. જ્યારે આ તરંગો સપાટી પર અથડાય (સંપાત થાય) છે ત્યારે સપાટી પર દબાણ ઉત્પન્ન કરે છે. જો  $t$  સમયમાં સપાટી પર આપાત થતી કુલ ઊર્જા  $U$  હોય તો આ સપાટીને અપાતું કુલ વેગમાન  $p = U/c$  છે.

7. સૈદ્ધાંતિક રીતે, વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનો વર્ણપટ તરંગ લંબાઈઓના અનંત ગાળા પર વિસ્તરેલો છે. તેના જુદા જુદા ભાગ જુદા જુદા નામથી આ મુજબ ઓળખાય છે.  $10^{-2} \text{ \AA}$  અથવા  $10^{-12} \text{ m}$  થી

$10^6$  m સુધીના તરંગલંબાઈના ચઢતા ક્રમમાં  $\gamma$ -કિરણો, X-કિરણો, પારજાંબલી કિરણો, દૃશ્ય કિરણો, પારરક્ત કિરણો, માઈકોવેવ અને રેડિયો તરંગો.

તેઓ તેમનાં વિદ્યુત અને ચુંબકીયક્ષેત્રો કે જેઓ બધા દ્રવ્યમાં હાજર રહેલા વિદ્યુતભારોને દોલન કરાવે છે તેમના દ્વારા દ્રવ્ય સાથે આંતરક્રિયા કરે છે. આવી શોષણ, પ્રકિર્ણન વગેરેની વિસ્તૃત આંતરક્રિયા અને તેથી કાર્યપ્રણાલી/કાર્યવાહી એ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગની તરંગલંબાઈ અને માધ્યમમાં રહેલ અણુ અને પરમાણુના પ્રકાર પર આધાર રાખે છે.

### ગહન વિચારણાના મુદ્દાઓ

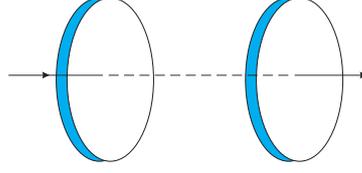
1. જુદા જુદા પ્રકારના વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો વચ્ચેનો મૂળભૂત તફાવત એ તેમની તરંગલંબાઈ કે આવૃત્તિમાં રહેલો છે કારણ કે તેઓ બધા જ શૂન્યાવકાશમાં સમાન ઝડપથી ગતિ કરે છે. પરિણામ સ્વરૂપ, આ તરંગો દ્રવ્ય સાથેની આંતરક્રિયાની રીતમાં એકબીજાથી ખૂબ જ જુદા પડે છે.
2. પ્રવેગિત વિદ્યુતભારિત કણો વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોનું ઉત્સર્જન કરે છે. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગની તરંગલંબાઈ ઘણીવખત તેને ઉત્સર્જિત કરતા તંત્રના લાક્ષણિક પરિમાણ સાથે સાંકળવામાં આવે છે. આમ  $10^{-14}$  m થી  $10^{-15}$  m તરંગલંબાઈ ધરાવતા ગામા વિકિરણ લાક્ષણિક રીતે ન્યુક્લિયસમાંથી ઉદ્ભવે છે. X-કિરણો ભારે પરમાણુઓ દ્વારા ઉત્સર્જિત થાય છે. રેડિયોતરંગો એ પરિપથમાં પ્રવેગિત ઇલેક્ટ્રોન દ્વારા ઉત્પન્ન થાય છે. (સિગ્નલ) પ્રસારિત કરતું ટ્રાન્સમીટીંગ એન્ટેનાનું પરિમાણ જે તરંગોની તરંગલંબાઈ જેટલું જ હોય તેમને સૌથી વધુ કાર્યક્ષમ રીતે પ્રસારિત કરે છે. દૃશ્યપ્રકાશ કે જે પરમાણુઓ દ્વારા ઉત્સર્જિત થાય છે તેની તરંગલંબાઈ પરમાણુઓના પરિમાણ કરતાં અલભત ઘણી વધારે હોય છે.
3. વિદ્યુતચુંબકીય તરંગના દોલિત ક્ષેત્રો વિદ્યુતભારને પ્રવેગિત કરી શકે છે અને દોલન કરતો પ્રવાહ ઉત્પન્ન કરાવી શકે છે. તેથી વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની પરખ કરવાના સાધનોની રચના આ હકીકત પર આધારિત છે. હટર્ઝનું મૂળ રીસીવર આ જ સિદ્ધાંત પર કાર્ય કરતું હતું. આ સમાન મૂળભૂત સિદ્ધાંત જ લગભગ બધા જ નવા રીસીવર (ગ્રહણ-ઉપકરણો)માં પણ વપરાય છે. ઉચ્ચ આવૃત્તિ ધરાવતા વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની પરખ જુદી રીતે તેઓની દ્રવ્ય સાથેની આંતરક્રિયા દરમિયાન ઉત્પન્ન ભૌતિક અસરને આધારે કરવામાં આવે છે.
4. દૃશ્ય પ્રકાશ કરતાં જેની આવૃત્તિ ઓછી હોય તેવા પારરક્ત તરંગો ફક્ત ઇલેક્ટ્રોનને જ નહીં પરંતુ દ્રવ્યના આખા અણુ અને પરમાણુને દોલન કરાવે છે. આ દોલનો પદાર્થની આંતરિક ઊર્જા અને પરિણામે તાપમાન વધારે છે. આ કારણથી પારરક્ત તરંગોને ઘણીવખત ઉષ્મા તરંગો પણ કહેવામાં આવે છે.
5. આપણી આંખની સંવેદનાનું કેન્દ્ર એ સૂર્યમાંથી નીકળતા વિકિરણના તરંગલંબાઈ વિતરણના કેન્દ્ર સાથે સંપાત થાય છે. આનું કારણ એ છે કે સૂર્યમાંથી ઉત્સર્જિત સૌથી પ્રબળ તરંગલંબાઈ પ્રત્યે સૌથી સંવેદી દૃષ્ટિ સાથે મનુષ્યની ઉત્ક્રાંતિ થયેલ છે.

### સ્વાધ્યાય

- 8.1** આકૃતિ 8.6માં દરેકની ત્રિજ્યા 12 cm હોય તેવી બે વર્તુળાકાર પ્લેટથી બનેલું એક કેપેસિટર દર્શાવેલ છે. બે પ્લેટો વચ્ચેનું અંતર 0.5 cm છે. બાહ્ય ઉદ્દગમ (આકૃતિમાં દર્શાવેલ નથી) વડે આ કેપેસિટરને (સંધારકને) વિદ્યુતભારિત કરવામાં આવે છે. તેને વિદ્યુતભારિત કરતો પ્રવાહ 0.15 A જેટલો અચળ રહે છે.

- (a) કેપેસિટન્સ અને બે પ્લેટો વચ્ચેનો વિદ્યુતસ્થિતિમાનના તફાવતનો દર ગણો.
- (b) પ્લેટો વચ્ચે સ્થાનાંતર પ્રવાહ ગણો.

(c) શું કિર્યોફનો પ્રથમ નિયમ (જંકશન માટેનો નિયમ) સંધારકની દરેક પ્લેટ માટે સાચો છે ? સમજાવો.



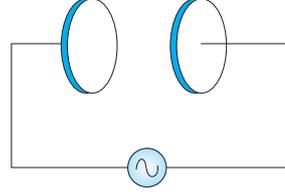
આકૃતિ 8.6

8.2 દરેકની ત્રિજ્યા  $R = 6.0 \text{ cm}$  હોય તેવી વર્તુળાકાર પ્લેટનું બનેલું એક સમાંતર પ્લેટ કેપેસિટર (આકૃતિ 8.7)નું કેપેસિટન્સ  $C = 100 \text{ pF}$  છે. આ સંધારક  $230 \text{ V ac}$  ઉદ્ગમ સાથે સંકળાયેલ છે કે જેની (કોષીય) આવૃત્તિ  $300 \text{ rad s}^{-1}$  છે.

(a) વહનપ્રવાહ (Conduction Current)નું rms મૂલ્ય કેટલું હશે ?

(b) શું વહનપ્રવાહ અને સ્થાનાંતર પ્રવાહ સમાન હશે ?

(c) પ્લેટોની વચ્ચે અક્ષથી  $3.0 \text{ cm}$  અંતરે આવેલા બિંદુ આગળ  $\mathbf{B}$ નો કંપવિસ્તાર શોધો.



આકૃતિ 8.7

8.3  $10^{-10} \text{ m}$  તરંગલંબાઈ ધરાવતા X-કિરણો,  $6800 \text{ \AA}$  તરંગલંબાઈ ધરાવતા રાતા પ્રકાશ અને  $500 \text{ m}$  તરંગલંબાઈ ધરાવતા રેડિયો તરંગો માટે કઈ ભૌતિકરાશિ સમાન છે ?

8.4 એક સમતલ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગ  $z$ -દિશામાં શૂન્યાવકાશમાં ગતિ કરે છે. તેમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર અને ચુંબકીયક્ષેત્ર સદિશો માટે તમે શું કહી શકો ? જો તરંગની આવૃત્તિ  $30 \text{ MHz}$  હોય તો તેની તરંગલંબાઈ કેટલી હશે ?

8.5 એક રેડિયો  $7.5 \text{ MHz}$  થી  $12 \text{ MHz}$ ની વચ્ચે કોઈ રેડિયો સ્ટેશનને Tune (સુમેળ) કરી શકે છે. આને અનુરૂપ તરંગલંબાઈનો ગાળો કેટલો હશે ?

8.6 એક વિદ્યુતભાર તેના સરેરાશ સમતોલન સ્થાનની આસપાસ  $10^9 \text{ Hz}$ ની આવૃત્તિથી દોલન કરે છે. આ દોલક દ્વારા ઉત્પન્ન વિદ્યુતચુંબકીય તરંગોની આવૃત્તિ કેટલી હશે ?

8.7 શૂન્યાવકાશમાં રહેલ હાર્મોનિક વિદ્યુતચુંબકીય તરંગનો ભાગ હોય તેવા ચુંબકીયક્ષેત્રનો કંપવિસ્તાર  $B_0 = 510 \text{ nT}$  છે. તરંગનો ભાગ હોય તેવા વિદ્યુતક્ષેત્રનો કંપવિસ્તાર કેટલો હશે ?

8.8 ધારોકે એક વિદ્યુતચુંબકીય તરંગના વિદ્યુતક્ષેત્રનો કંપવિસ્તાર  $E_0 = 120 \text{ N/C}$  અને તેની આવૃત્તિ  $\nu = 50.0 \text{ MHz}$  છે.

(a)  $B_0$ ,  $\omega$ ,  $k$  અને  $\lambda$  શોધો. (b)  $\mathbf{E}$  અને  $\mathbf{B}$  માટેના સૂત્રો શોધો.

8.9 પુસ્તકમાં વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટના જુદા જુદા ભાગની શબ્દાવલિ (Terminology) આપેલ છે.  $E = h\nu$  (વિકિરણનો ઊર્જા-જથ્થો : ફોટોન માટે)નો ઉપયોગ કરી વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટના જુદા જુદા ભાગની ફોટોન ઊર્જા  $eV$  એકમમાં મેળવો. તમે જે આ જુદા જુદા ક્રમની ફોટોન-ઊર્જા મેળવો છો તે કેવી રીતે વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણના જુદા-જુદા સ્રોત સાથે સંબંધ ધરાવે છે ?

8.10 એક સમતલ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગમાં વિદ્યુતક્ષેત્રના જ્યાવર્તી દોલનની આવૃત્તિ  $2.0 \times 10^{10} \text{ Hz}$  અને કંપવિસ્તાર  $48 \text{ V m}^{-1}$  છે.

- (a) તરંગની તરંગલંબાઈ કેટલી છે ?  
 (b) દોલન કરતા ચુંબકીયક્ષેત્રનો કંપવિસ્તાર કેટલો છે ?  
 (c) દર્શાવો કે વિદ્યુતક્ષેત્ર **E**ની સરેરાશ ઊર્જા ઘનતા, ચુંબકીયક્ષેત્ર **B**ની સરેરાશ ઊર્જા ઘનતા જેટલી છે. ( $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ )

### વધારાના સ્વાધ્યાય

- 8.11** ધારોકે શૂન્યાવકાશમાં રહેલ વિદ્યુતચુંબકીય તરંગનું વિદ્યુતક્ષેત્ર,  
 $E = \{(3.1 \text{ N/C}) \cos [(1.8 \text{ rad/m})y + (5.4 \times 10^6 \text{ rad/s})t]\} \hat{i}$  છે.  
 (a) પ્રસરણ દિશા કઈ છે ?  
 (b) તરંગલંબાઈ  $\lambda$  કેટલી છે ?  
 (c) આવૃત્તિ  $\nu$  કેટલી છે ?  
 (d) તરંગના ચુંબકીયક્ષેત્રનો કંપવિસ્તાર કેટલો છે ?  
 (e) તરંગના ચુંબકીયક્ષેત્ર માટેનું સમીકરણ લખો.
- 8.12** એક 100 Wના પ્રકાશ બલ્બની લગભગ 5 % કાર્યક્ષમતાનું દૃશ્ય વિકિરણમાં રૂપાંતરણ થાય છે. દૃશ્ય વિકિરણની સરેરાશ તીવ્રતા નીચેના કિસ્સાઓ માટે કેટલી હશે ?  
 (a) બલ્બથી 1 m અંતરે (b) બલ્બથી 10 m અંતરે  
 એવું ધારોકે દરેક વિકિરણ બધી જ દિશામાં સમાન રીતે ઉત્સર્જિત થાય છે અને પરાવર્તન અવગણો.
- 8.13**  $\lambda_m T = 0.29 \text{ cmK}$  સૂત્રનો ઉપયોગ કરી વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટના જુદા જુદા ભાગના લાક્ષણિક તાપમાનગાળા મેળવો. આ માટે મળેલી સંખ્યા શું જણાવે છે ?
- 8.14** ભૌતિકશાસ્ત્રમાં જુદા-જુદા પરિપ્રેક્ષ્યમાં વિદ્યુતચુંબકીય વિકિરણો સાથે સંકળાયેલી કેટલીક પ્રચલિત સંખ્યાઓ નીચે દર્શાવેલ છે. તે વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટના કયા ભાગમાં આવેલા છે તે જણાવો.  
 (a) 21 cm (આંતર તારાકીય અવકાશ (Interstellar Space)માં પરમાણ્વિક હાઈડ્રોજન દ્વારા ઉત્સર્જિત તરંગલંબાઈ)  
 (b) 1057 MHz (લેમ્બ શિફ્ટ (Lamb Shift)થી ઓળખાતી ઘટના કે જેમાં હાઈડ્રોજનમાં ખૂબ જ નજીક આવેલાં બે ઊર્જા સ્તરોમાંથી ઉત્સર્જિત વિકિરણની આવૃત્તિ)  
 (c) 2.7 K (એક વિચાર મુજબ, યુનિવર્સના Big-bangના ઉદ્ભવ બાદ અવકાશને સંપૂર્ણ ભરી દેતા સમાન રીતે ફેલાયેલા વિકિરણ સાથે સંકળાયેલ તાપમાન).  
 (d)  $5890\text{\AA} - 5896\text{\AA}$  (સોડિયમની Double Lines-દ્વિ-રેખાઓ)  
 (e) 14.4 keV (ખૂબ પ્રચલિત ઉચ્ચ વિભેદનશક્તિ ધરાવતી સ્પેક્ટ્રોસ્કોપિક પદ્ધતિ (Mössbauer Spectroscopy)માં  $^{57}\text{Fe}$  ન્યુક્લિયસની એક ચોક્કસ સંક્રાંતિ સાથે સંકળાયેલ ઊર્જા)
- 8.15** નીચેનાં પ્રશ્નોનાં જવાબ આપો :  
 (a) દૂર અંતરના રેડિયો પ્રસારણ માટે short-wave band વપરાય છે, શા માટે ?  
 (b) દૂર અંતરના TV-પ્રસારણ માટે ઉપગ્રહનો ઉપયોગ કરવો જરૂરી છે, શા માટે ?  
 (c) પ્રકાશીય અને રેડિયો ટેલિસ્કોપ પૃથ્વીની સપાટી પર રચવામાં આવે છે જ્યારે X-કિરણ ખગોળવિજ્ઞાન (Astronomy) એ પૃથ્વીને પરિક્રમણ (Orbiting) કરતાં ઉપગ્રહ પરથી જ થઈ શકે છે, શા માટે ?  
 (d) વાતાવરણનાં ઉપરના ભાગમાં રહેલ ઓઝોનનું નાનું સ્તર મનુષ્ય જાતિનાં અસ્તિત્વ માટે ખૂબ જ અગત્યનું છે, શા માટે ?  
 (e) જો પૃથ્વીને વાતાવરણ ના હોય તો તેની સપાટીનું સરારેશ તાપમાન અત્યારે છે તેના કરતા વધારે કે ઓછું હોત ?  
 (f) અમુક વૈજ્ઞાનિકોનું માનવું છે કે પૃથ્વી પર ગ્લોબલ (વૈશ્વિક) ન્યુક્લિયર યુદ્ધ પછી ‘ન્યુક્લિયર-શિયાળા’ (Nuclear-winter)ની તીવ્ર અસર દેખાશે કે જેથી પૃથ્વી પરના જીવન પર ખૂબ જ વિનાશકારી અસર હશે. આવી આગાહી માટે કયો આધાર હોઈ શકે ?

## જવાબો (ANSWERS)

### પ્રકરણ 1

- 1.1  $6 \times 10^{-3} \text{ N}$  (અપાકર્ષક)
- 1.2 (a) 12 cm (b) 0.2 N (આકર્ષક)
- 1.3  $2.4 \times 10^{39}$ . આ ઇલેક્ટ્રોન અને પ્રોટોન વચ્ચેના (સમાન અંતર માટે) વિદ્યુતબળ અને ગુરુત્વબળનો ગુણોત્તર છે.
- 1.5 વિદ્યુતભાર ઉત્પન્ન થતો નથી કે નાશ પામતો નથી. તે ફક્ત એક પદાર્થથી બીજા પદાર્થ પર સ્થાનાંતરિત થાય છે.
- 1.6 શૂન્ય N
- 1.8 (a)  $5.4 \times 10^6 \text{ NC}^{-1}$  OB તરફ  
(b)  $8.1 \times 10^{-3} \text{ N}$  OA તરફ
- 1.9 કુલ વિદ્યુતભાર શૂન્ય છે. ડાયપોલ ચાકમાત્રા  $= 7.5 \times 10^{-8} \text{ C m}$  z-અક્ષની દિશામાં
- 1.10  $10^{-4} \text{ Nm}$
- 1.11 (a)  $2 \times 10^{12}$ , ઊંચી પોલીથીન તરફ  
(b) હા, પરંતુ અવગણ્ય જથ્થાનું (દાખલામાં  $2 \times 10^{-18} \text{ kg}$ )
- 1.12 (a)  $1.5 \times 10^{-2} \text{ N}$  (b) 0.24 N
- 1.13  $5.7 \times 10^{-3} \text{ N}$
- 1.14 વિદ્યુતભારો 1 અને 2 ઋણ છે, વિદ્યુતભાર 3 ધન છે. કણ 3 માટે વિદ્યુતભાર અને દળનો ગુણોત્તર મહત્તમ છે.
- 1.15 (a)  $30 \text{ Nm}^2/\text{C}$  (b)  $15 \text{ Nm}^2/\text{C}$
- 1.16 શૂન્ય. ધનમાં દાખલ થતી રેખાઓની સંખ્યા ધનમાંથી બહાર જતી રેખાઓની સંખ્યા જેટલી જ છે.
- 1.17 (a)  $0.07 \mu\text{C}$  (b) ના, ફક્ત અંદરનો કુલ (net) વિદ્યુતભાર શૂન્ય છે.
- 1.18  $1.9 \times 10^5 \text{ Nm}^2/\text{C}$
- 1.19  $2.2 \times 10^5 \text{ Nm}^2/\text{C}$
- 1.20 (a)  $-10^3 \text{ Nm}^2/\text{C}$ , કારણ કે બંને કિસ્સામાં ઘેરાયેલો વિદ્યુતભાર એકસમાન જ છે.  
(b)  $-8.8 \text{ nC}$
- 1.21  $-6.67 \text{ nC}$
- 1.22 (a)  $1.45 \times 10^{-3} \text{ C}$  (b)  $1.6 \times 10^8 \text{ Nm}^2/\text{C}$
- 1.23  $0.1 \mu\text{C/m}$
- 1.24 (a) શૂન્ય (b) શૂન્ય (c)  $1.9 \times 10^{-10} \text{ N/C}$

- 1.25  $9.81 \times 10^{-4} \text{ mm}$
- 1.26 ફક્ત (c) સાચું છે, બાકીના સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્રરેખાઓ રજૂ કરી શકે નહિ. (a) ખોટું છે, કારણ કે ક્ષેત્રરેખાઓ સુવાહકને લંબરૂપે જ હોય. (b) ખોટું છે, કારણ કે ક્ષેત્રરેખાઓ ઋણ વિદ્યુતભારથી શરૂ થઈ શકે નહિ. (d) ખોટું છે, કારણ કે ક્ષેત્રરેખાઓ એકબીજાને છેદી શકે નહિ. (e) ખોટું છે, કારણ કે સ્થિતવિદ્યુત ક્ષેત્રરેખાઓ બંધ ગાળો રચી શકે નહિ.
- 1.27 બળ  $10^{-2} \text{ N}$  ઋણ  $z$ -દિશામાં એટલે કે ઘટતા વિદ્યુતક્ષેત્રની દિશામાં છે. તમે ચકાસી શકો છો કે આ દિશા ડાયપોલની ઘટતી સ્થિતિઊર્જાની દિશા પણ છે; ટોર્ક શૂન્ય છે.
- 1.28 (a) સૂચન : પૂરેપૂરી સુવાહકની અંદર હોય અને બખોલ (Cavity)ને ઘેરતી હોય તેવી સપાટીને ગોસિયન સપાટી તરીકે પસંદ કરો.  
 (b) (a)ના જેવી જ સપાટી પર ગોસનો નિયમ દર્શાવે છે કે  $q$ , સુવાહકની અંદરની સપાટી પર  $-q$  પ્રેરિત કરે છે.  
 (c) ઉપકરણને સંપૂર્ણપણે ધાત્વિક સપાટીથી ઘેરી લો.
- 1.29 સૂચન : પુરાયેલા છિદ્રવાળા સુવાહકનો વિચાર કરો. તેમાં તરત બહારના ભાગમાં ક્ષેત્ર  $(\sigma/\epsilon_0) \hat{n}$  છે અને અંદર શૂન્ય છે. આ ક્ષેત્રને, પુરાયેલા છિદ્રને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્ર અને બાકીના વિદ્યુતભારિત સુવાહકને લીધે વિદ્યુતક્ષેત્રના સંપાતપણા સ્વરૂપે જુઓ. સુવાહકની અંદરના ભાગમાં આ ક્ષેત્રો સમાન અને વિરુદ્ધ છે. બહારના ભાગમાં તેઓ મૂલ્યમાં અને દિશામાં સમાન છે. આથી, સુવાહકના બાકીના ભાગ વડે ક્ષેત્ર  $(\frac{\sigma}{2\epsilon_0}) \hat{n}$  છે.
- 1.31 p; uud; n; udd
- 1.32 (a) સૂચન : વિરોધાભાસથી તે સાબિત કરો. ધારોકે સંતુલન સ્થાયી હોય તો, પરિક્ષણ વિદ્યુતભારને ગમે તે દિશામાં સ્લેજ સ્થાનાંતરિત કરતાં, તટસ્થબિંદુ તરફ પુનઃ સ્થાપક બળ અનુભવશે. એટલે કે તટસ્થબિંદુ નજીક બધી ક્ષેત્રરેખાઓ અંદર તરફ તટસ્થબિંદુ તરફની દિશામાં હોવી જોઈએ. એટલે કે તટસ્થબિંદુની આસપાસની બંધ સપાટીમાંથી અંદર તરફ વિદ્યુતક્ષેત્રનું કંઈક કુલ ફ્લક્સ છે. પરંતુ ગોસના નિયમ મુજબ કોઈ વિદ્યુતભારને ઘેરતી ન હોય તેવી સપાટીમાંથી વિદ્યુતક્ષેત્રનું ફ્લક્સ શૂન્ય હોય છે. આથી, સંતુલન સ્થાયી ન હોઈ શકે.  
 (b) બે વિદ્યુતભારોને જોડતી રેખાનું મધ્યબિંદુ તટસ્થ બિંદુ છે. પરિક્ષણ વિદ્યુતભારને તટસ્થ બિંદુએથી તે જ રેખા પર સ્લેજ ખસેડો. તમે જોશો કે કુલ બળ તેને તટસ્થબિંદુથી દૂર તરફ લઈ જાય છે. યાદ રાખો કે, સંતુલનના સ્થાયીપણા માટે બધી દિશામાં પુનઃસ્થાપક બળ જરૂરી છે.
- 1.34 1.6 cm

## પ્રકરણ 2

- 2.1 ધન વિદ્યુતભારથી ઋણ વિદ્યુતભારની બાજુએ 10 cm, 40 cm દૂર
- 2.2  $2.7 \times 10^6 \text{ V}$
- 2.3 (a) ABને લંબ અને તેના મધ્યબિંદુમાંથી પસાર થતા સમતલ પર દરેક સ્થાને શૂન્ય સ્થિતિમાન છે.  
 (b) સમતલને લંબ અને AB દિશામાં
- 2.4 (a) શૂન્ય  
 (b)  $10^5 \text{ NC}^{-1}$   
 (c)  $4.4 \times 10^4 \text{ NC}^{-1}$

- 2.5 96 pF
- 2.6 (a) 3 pF (b) 40 V
- 2.7 (a) 9 pF (b)  $2 \times 10^{-10}$  C,  $3 \times 10^{-10}$  C,  $4 \times 10^{-10}$  C
- 2.8 18 pF,  $1.8 \times 10^{-9}$  C
- 2.9 (a)  $V = 100$  V,  $C = 108$  pF,  $Q = 1.08 \times 10^{-8}$  C  
(b)  $Q = 1.8 \times 10^{-9}$  C,  $C = 108$  pF,  $V = 16.6$  V
- 2.10  $1.5 \times 10^{-8}$  J
- 2.11  $6 \times 10^{-6}$  J
- 2.12 1.2 J, R બિંદુને જવાબ સાથે કોઈ સંબંધ નથી.
- 2.13 સ્થિતિમાન =  $4q/(\sqrt{3} \pi \epsilon_0 b)$ ; સંમિતિ પરથી અપેક્ષા મુજબ ક્ષેત્ર શૂન્ય છે.
- 2.14 (a)  $2.4 \times 10^5$  V,  $2.5 \mu\text{C}$  વિદ્યુતભારથી  $1.5 \mu\text{C}$  વિદ્યુતભાર તરફ  $4.0 \times 10^5$  V m<sup>-1</sup>.  
(b)  $2.0 \times 10^5$  V,  $2.5 \mu\text{C}$  અને  $1.5 \mu\text{C}$  વિદ્યુતભારોને જોડતી રેખા સાથે લગભગ 69° નો કોણ બનાવતી દિશામાં  $6.6 \times 10^5$  V m<sup>-1</sup>.
- 2.15 (a)  $-q/(4\pi r_1^2)$ ,  $(Q+q)/(4\pi r_2^2)$   
(b) ગૌસના નિયમ પરથી, બખોલ (જેમાં કોઈ વિદ્યુતભાર નથી)ને ઘેરતી અંદરની સપાટી પર, કુલ (net) વિદ્યુતભાર શૂન્ય હોવો જોઈએ. યાદચ્છિક આકારની બખોલ માટે, અંદરના ભાગમાં વિદ્યુતક્ષેત્ર શૂન્ય હોવું જોઈએ એમ કહેવું પૂરતું નથી. બખોલમાં ધન અને ઋણ વિદ્યુતભારો હોઈ શકે છે, જેમનો કુલ વિદ્યુતભાર શૂન્ય થાય. આ શક્યતાનો નિકાલ કરવા માટે, એક બંધ ગાળો લો, જેનો એક ભાગ બખોલની અંદર ક્ષેત્રરેખા પર હોય અને બાકીનો વાહકની અંદર હોય. વાહકની અંદર ક્ષેત્ર શૂન્ય હોવાથી આ ક્ષેત્ર વડે પરિક્ષણ વિદ્યુતભારને બંધ ગાળા પર લઈ જવામાં થતું કંઈક પરિણામી કાર્ય આપે છે. આપણે જાણીએ છીએ કે સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર માટે આ અશક્ય છે. આમ, ગમે તેવા આકાર માટે બખોલની અંદર કોઈ ક્ષેત્રરેખા હોતી નથી (એટલે કે ક્ષેત્ર નથી) અને વાહકની અંદરની સપાટી પર કોઈ વિદ્યુતભાર હોતો નથી.
- 2.17  $\lambda/(2\pi\epsilon_0 r)$ , જ્યાં  $r$  એ નળાકારોની સામાન્ય અક્ષથી બિંદુનું અંતર છે. ક્ષેત્ર ત્રિજ્યાવર્તી અને અક્ષને લંબરૂપે છે.
- 2.18 (a) -27.2 eV  
(b) 13.6 eV  
(c) -13.6 eV, 13.6 eV. એ નોંધો કે બીજી પસંદગીમાં હાઈડ્રોજન પરમાણુની કુલ ઊર્જા શૂન્ય છે.
- 2.19 -19.2 eV, સ્થિતિઊર્જાનું શૂન્ય અનંત અંતરે લીધેલ છે.
- 2.20 પ્રથમના વિદ્યુતક્ષેત્ર અને બીજાના વિદ્યુતક્ષેત્રનો ગુણોત્તર (b/a) છે. સપાટ વિભાગને મોટી ત્રિજ્યાની ગોળાકાર સપાટી અને અણીદાર વિભાગને નાની ત્રિજ્યાની ગોળાકાર સપાટી સાથે સરખાવી શકાય.
- 2.21 (a) ડાયપોલની અક્ષ પર સ્થિતિમાન  $(\pm 1/4\pi\epsilon_0) p/(x^2 - a^2)$  છે, જ્યાં  $p = 2qa$  ડાયપોલ ચાકમાત્રાનું માન છે. જ્યારે બિંદુ  $+q$ ની નજીક હોય ત્યારે + ચિહ્ન અને જ્યારે  $-q$ ની નજીક હોય ત્યારે - ચિહ્ન અક્ષને લંબરૂપે  $(x, y, 0)$  બિંદુઓએ સ્થિતિમાન શૂન્ય છે.  
(b)  $1/r^2$  પ્રકારે  $r$  પર આધારિત છે.  
(c) શૂન્ય. ના, કારણ કે સ્થિત વિદ્યુતક્ષેત્ર વડે બે બિંદુઓ વચ્ચે થતું કાર્ય, તે બે બિંદુઓને જોડતા માર્ગ પર આધારિત નથી.

- 2.22  $r$ ના મોટા મૂલ્ય માટે ચતુર્ધ્રુવીનું સ્થિતિમાન  $1/r^3$  મુજબ બદલાય છે, ડાયપોલનું સ્થિતિમાન  $1/r^2$  મુજબ બદલાય છે અને એક ધ્રુવીનું સ્થિતિમાન  $1/r$  મુજબ બદલાય છે.
- 2.23 1  $\mu\text{F}$ ના અઢાર કેપેસિટરો, દરેક હરોળમાં ત્રણ કેપેસિટરો શ્રેણીમાં હોય તેવી 6 હરોળોને સમાંતરમાં જોડવી.
- 2.24  $1130 \text{ km}^2$
- 2.25 સમતુલ્ય કેપેસિટન્સ =  $(200/3) \text{ pF}$ ,  $Q_1 = 10^{-8} \text{ C}$ ,  $V_1 = 100 \text{ V}$ ,  $Q_2 = Q_3 = 10^{-8} \text{ C}$ ,  
 $V_2 = V_3 = 50 \text{ V}$ ,  
 $Q_4 = 2 \times 10^{-8} \text{ C}$ ,  $V_4 = 200 \text{ V}$
- 2.26 (a)  $2.55 \times 10^{-6} \text{ J}$   
 (b)  $u = 0.113 \text{ J m}^{-3}$ ,  $u = (1/2)\epsilon_0 E^2$
- 2.27  $2.67 \times 10^{-2} \text{ J}$
- 2.28 સૂચના : ધારોકે આપણે બે પ્લેટ વચ્ચેનું અંતર  $\Delta x$  જેટલું વધારીએ છીએ. (બાહ્ય પરિબળે) કરેલું કાર્ય =  $F\Delta x$ . આનાથી કેપેસિટરની સ્થિતિઊર્જા  $ua\Delta x$  જેટલી વધે છે. જ્યાં  $u$  ઊર્જા ઘનતા છે. આથી,  $F = ua$ . જે  $u = (1/2)\epsilon_0 E^2$ નો ઉપયોગ કરતાં  $(1/2)QE$  જેટલું હોવાનું જોઈ શકાય છે. બળના સૂત્રમાં  $(1/2)$  અવયવ આવવાનું ભૌતિક કારણ એ છે કે સુવાહકની તરત બહાર ક્ષેત્ર  $E$  છે અને અંદર ક્ષેત્ર શૂન્ય છે. આથી, સરેરાશ મૂલ્ય  $(E/2)$  બળમાં ફાળો આપે છે.
- 2.30 (a)  $5.5 \times 10^{-9} \text{ F}$   
 (b)  $4.5 \times 10^2 \text{ V}$   
 (c)  $1.3 \times 10^{-11} \text{ F}$
- 2.31 (a) ના, કારણ કે ગોળાઓ પર વિદ્યુતભારનાં વિતરણો નિયમિત (Uniform) નહિ હોય.  
 (b) ના.  
 (c) આવું હંમેશા જરૂરી નથી. (જો ક્ષેત્રરેખા સુરેખા હોય તો જ સત્ય છે). ક્ષેત્રરેખા પ્રવેગની દિશા આપે છે, પણ વ્યાપકરૂપે, વેગની દિશા નહિ.  
 (d) શૂન્ય, પૂર્ણ કક્ષાનો આકાર કોઈ પણ હોય તો પણ ફેર પડતો નથી.  
 (e) ના, સ્થિતિમાન સતત છે.  
 (f) એક જ સુવાહક પણ કેપેસિટર છે, જેની બીજી પ્લેટ અનંત અંતરે છે.  
 (g) પાણીના અણુને કાયમી ડાયપોલ ચાકમાત્રા હોય છે. આમ છતાં, ડાયઇલેક્ટ્રીક અચળાંકના મૂલ્યની વિગતવાર સમજૂતિ માટે માર્કોસ્કોપીક સિદ્ધાંતની જરૂર પડે છે અને તે આ પુસ્તકની મર્યાદાની બહાર છે.
- 2.32  $1.2 \times 10^{-10} \text{ F}$ ,  $2.9 \times 10^4 \text{ V}$
- 2.33  $19 \text{ cm}^2$
- 2.34 (a)  $x$ - $y$  સમતલને સમાંતર સમતલો  
 (b) (a)ની જેમજ, સિવાય કે જેમ ક્ષેત્ર વધે છે તેમ નિશ્ચિત સ્થિતિમાનનો તફાવત ધરાવતાં સમતલો એકબીજાની નજીક આવે છે.  
 (c) જેમનું કેન્દ્ર ઉગમબિંદુ પર હોય તેવા સમકેન્દ્રિય ગોળાઓ.  
 (d) ગ્રીડની નજીકમાં આવર્ત રીતે બદલાતા આકારો જે દૂરના અંતરોએ ધીરે ધીરે ગ્રીડને સમાંતર સમતલ આકારો બને છે.
- 2.35 સૂચના : ગોસના નિયમ મુજબ, ગોળા અને કવચ વચ્ચેનું ક્ષેત્ર માત્ર  $q_1$  વડે નિર્ધારિત થાય છે. આથી, ગોળા અને કવચ વચ્ચેનો સ્થિતિમાનનો તફાવત  $q_2$  પર આધારિત નથી. જો  $q_1$  ધન હોય તો સ્થિતિમાનનો આ તફાવત હંમેશાં ધન હોય છે.
- 2.36 (a) આપણું શરીર અને પૃથ્વી સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠ રચે છે. જ્યારે આપણે ખુલ્લામાં પગ મૂકીએ છીએ ત્યારે ખુલ્લી હવાનાં મૂળ સમસ્થિતિમાન પૃષ્ઠો એવી રીતે બદલાય છે, જેમાં આપણું માથું અને પૃથ્વી એક જ સ્થિતિમાને રહે છે.

- (b) હા, વાતાવરણમાં વિદ્યુતવિભાર (Discharging)નો સ્થિર પ્રવાહ એલ્યુમિનિયમના પતરાને ધીરે ધીરે વિદ્યુતભારિત કરે છે અને (પતરું, ચોસલું (Slab) અને પૃથ્વી)થી રચાતા કેપેસિટરના કેપેસિટન્સ પર આધાર રાખે તેવી માત્રા સુધી તેનું સ્થિતિમાન વધારે છે.
- (c) સમગ્ર પૃથ્વી પર મેઘગર્જનાઓ અને વીજળીઓ થવાથી વાતાવરણ સતત વિદ્યુતભારિત થતું રહે છે અને સામાન્ય હવામાનના વિભાગોમાં થઈ વિદ્યુતવિભારિત (Discharge) થતું રહે છે. આ બે વિરોધી પ્રવાહો, સરેરાશ રીતે સંતુલનમાં હોય છે.
- (d) વીજળી થવા દરમિયાન પ્રકાશઊર્જા અને તેની સાથે થતી ગર્જનાઓમાં ઉષ્મા અને ધ્વનિઊર્જા.

### પ્રકરણ 3

- 3.1 30 A
- 3.2  $17 \Omega, 8.5 V$
- 3.3 (a)  $6 \Omega$ , (b)  $2V, 4V, 6V$
- 3.4 (a)  $(20/19)\Omega$   
(b)  $10 A, 5 A, 4 A, 19 A$
- 3.5  $1027 ^\circ C$
- 3.6  $2.0 \times 10^{-7} \Omega m$
- 3.7  $0.0039 ^\circ C^{-1}$
- 3.8  $867 ^\circ C$
- 3.9 AB ભુજામાં પ્રવાહ =  $(4/17) A$ , BC ભુજામાં =  $(6/17) A$ , CD ભુજામાં =  $(-4/17) A$ , ADમાં =  $(6/17) A$ , BDમાં =  $(-2/17) A$ , કુલ પ્રવાહ =  $(10/17) A$
- 3.10 (a)  $X = 8.2 \Omega$ , બ્રીજ-સૂત્રમાં જેમની ગણના થતી ના હોય તેવા જોડાણ અવરોધોને લઘુત્તમ કરવા માટે  
(b) A થી  $60.5 cm$   
(c) ગેલ્વેનોમીટર શૂન્ય પ્રવાહ દર્શાવશે.
- 3.11  $11.5 V$ , શ્રેણી અવરોધ એ બાહ્ય ઉદ્દગમમાંથી ખેંચાતા (મળતા) પ્રવાહને સીમીત કરે છે. તેની ગેરહાજરીમાં, પ્રવાહ ભયજનક વધારે હશે.
- 3.12  $2.25 V$
- 3.13  $2.7 \times 10^4 s (7.5 h)$
- 3.14 પૃથ્વીની ત્રિજ્યા  $6.37 \times 10^6 m$  જેટલી હો અને (પૃથ્વીના) ગોળા પરનો કુલ વિદ્યુતભાર ગણો. તેને પ્રવાહથી ભાગો જેથી સમય =  $283 s$  મળે છે. આ રીત પણ તમને અંદાજિત કિંમત જ આપશે, તે તદ્દન સાચી નથી. શા માટે ?
- 3.15 (a)  $1.4 A, 11.9 V$   
(b)  $0.005 A$ , તે શક્ય નથી, કારણ કે સ્ટાર્ટર (Starter) મોટરને અમુક સેકન્ડ માટે મોટો પ્રવાહ ( $\sim 100 A$ ) જોઈએ છે.
- 3.16 કોપર અને એલ્યુમિનિયમ તારના દળ (કે વજન)નો ગુણોત્તર  $(1.72/2.63) \times (8.9/2.7) \cong 2.2$  છે. એલ્યુમિનિયમ હલકો હોવાને કારણે કેબલના લાંબા Suspension માટે તેનો ઉપયોગ થાય છે.
- 3.17 વધુ ચોકસાઈ સુધી ઓહ્મનો નિયમ સાચો છે, મિશ્રધાતુ મેન્ગેનીનની અવરોધકતા તાપમાનથી લગભગ સ્વતંત્ર છે.

- 3.18 (a) ફક્ત પ્રવાહ (કારણ કે તે સ્થાયી હોવાનું આપેલ છે !) બાકીનું બધું આડછેદના ક્ષેત્રફળના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.  
 (b) ના, ઓહ્મના નિયમનું પાલન ના કરતા હોય તેવા ઉદાહરણો : નિર્વાત ડાયોડ (Vacuum Diode), અર્ધવાહક ડાયોડ.  
 (c) કારણ કે ઉદ્ગમમાંથી ખેંચાતો મહત્તમ પ્રવાહ  $= \varepsilon/r$ .  
 (d) કારણ કે જો પરિપથ (આકસ્મિક રીતે) લઘુપથિત (Short Circuit) કરવામાં આવે તો ખેંચાતો પ્રવાહ જો આંતરિક અવરોધ મોટો ના હોય તો સુરક્ષા-સીમા (Limits)થી વધી જશે.
- 3.19 (a) વધારે,  
 (b) નાના,  
 (c) લગભગ સ્વતંત્ર,  
 (d)  $10^{22}$
- 3.20 (a) (i) શ્રેણીમાં,  
 (ii) બધાં જ સમાંતરમાં,  $n^2$   
 (b) (i)  $1\ \Omega$  અને  $2\ \Omega$ ને સમાંતરમાં અને આ સંયોજનને  $3\ \Omega$  સાથે શ્રેણીમાં જોડો,  
 (ii)  $2\ \Omega$  અને  $3\ \Omega$ નું સમાંતર જોડાણ  $1\ \Omega$  અવરોધ સાથે શ્રેણીમાં,  
 (iii) બધાં જ શ્રેણીમાં, (iv) બધા જ સમાંતરમાં.  
 (c) (i)  $(16/3)\ \Omega$ ,  
 (ii)  $5R$
- 3.21 સૂચન : ધારોકે અનંત નેટવર્કનો સમતુલ્ય અવરોધ  $X$  છે. સ્પષ્ટ છે કે  $2 + X/(X+1) = X$  કે જે  $X = (1 + \sqrt{3})\ \Omega$  આપે છે, તેથી પ્રવાહ  $3.7\ A$  છે.
- 3.22 (a)  $\varepsilon = 1.25\ V$   
 (b) જ્યારે ખસેડી શકાય તેવો સંપર્ક સમતોલન બિંદુથી દૂર હોય તે સંજોગોમાં ગેલ્વેનોમીટરમાંથી પસાર થતા પ્રવાહમાં ઘટાડો કરવા.  
 (c) ના.  
 (d) ના. જો  $\varepsilon$  એ પોટેન્શીયોમીટરના ચાલક વિદ્યુત કોષના  $emf$  કરતા વધારે હોય તો તાર AB પર સમતોલન બિંદુ મળશે નહીં.  
 (e) આ જ સ્થિતિમાં પરિપથ અનુકૂળ નહીં બને કારણ કે (જ્યારે  $\varepsilon$  એ અમુક  $mV$ ના ક્રમનો હશે ત્યારે) સમતોલન બિંદુ છેડા Aની ખૂબ જ નજીક આવેલું હશે અને અવલોકનમાં પ્રતિશત ત્રુટિ ખૂબ જ મોટી હશે. યોગ્ય અવરોધ  $R$ ને તાર ABના શ્રેણીમાં મૂકી આ પરિપથમાં ફેરફાર કરી શકાય કે જેથી ABને સમાંતર વોલ્ટેજ તફાવત એ જે  $emf$  માપવાનું છે, તેના કરતા સ્હેજ જ વધારે હોય પછી, સમતોલન બિંદુ તારની મોટી લંબાઈ માટે મળશે અને પ્રતિશત ત્રુટિ ઘણી નાની થશે.

3.23  $1.7\ \Omega$

#### પ્રકરણ 4

- 4.1  $\pi \times 10^{-4}\ T$   $3.1 \times 10^{-4}\ T$   
 4.2  $3.5 \times 10^{-5}\ T$   
 4.3  $4 \times 10^{-6}\ T$ , શિરોલંબ ઉપર (ઉર્ધ્વ) તરફ  
 4.4  $1.2 \times 10^{-5}\ T$ , દક્ષિણ તરફ  
 4.5  $0.6\ N\ m^{-1}$   
 4.6  $8.1 \times 10^{-2}\ N$ , બળની દિશા ફ્લેમિંગના ડાબા હાથના નિયમ મુજબ અપાય છે.  
 4.7  $2 \times 10^{-5}\ N$ , Aને લંબરૂપે B તરફ આકર્ષી બળ

4.8  $8\pi \times 10^{-3} \text{ T} = 2.5 \times 10^{-2} \text{ T}$

4.9 0.96 Nm

- 4.10 (a) 1.4,  
(b) 1

4.11 4.2 cm

4.12 18 MHz

4.13 (a) 3.1 Nm,

(b) ના. જવાબ બદલાતો નથી, કારણ કે કોઈપણ આકારના સમતલ ગુંચળા (Loop) માટે સૂત્ર  $\tau = NIA \times B$  સાચું છે.

4.14  $5\pi \times 10^{-4} \text{ T} = 1.6 \times 10^{-3} \text{ T}$  પશ્ચિમ તરફ

4.15 લંબાઈ આશરે 50 cm, ત્રિજ્યા આશરે 4 cm, આંટાની સંખ્યા આશરે 400, વિદ્યુતપ્રવાહ આશરે 10 A. આ વિગતો અનન્ય નથી. અમુક મર્યાદામાં થોડાક ફેરફાર શક્ય છે.

4.16 (b) ગુંચળાઓ વચ્ચેના મધ્યબિંદુ પાસે 2d જેટલી લંબાઈના નાના વિસ્તાર માટે

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 IR^2 N}{2} \times \left[ \left\{ \left( \frac{R}{2} + d \right)^2 + R^2 \right\}^{-3/2} + \left\{ \left( \frac{R}{2} - d \right)^2 + R^2 \right\}^{-3/2} \right] \\ &= \frac{\mu_0 IR^2 N}{2} \times \left( \frac{5R^2}{4} \right)^{-3/2} \times \left[ \left( 1 + \frac{4d}{5R} \right)^{-3/2} + \left( 1 - \frac{4d}{5R} \right)^{-3/2} \right] \\ &= \frac{\mu_0 IR^2 N}{2} \times \left( \frac{4}{5} \right)^{3/2} \times \left[ 1 - \frac{6d}{5R} + 1 + \frac{6d}{5R} \right] \end{aligned}$$

જ્યાં, ઉપરના બીજા અને ત્રીજા પદનાં,  $d^2/R^2$  તથા  $d/R$ ના મોટા ઘાત ધરાવતા પદો અવગણ્યા છે. કારણ કે,  $d/R \ll 1$ .  $d/R$  ધરાવતા રેખીય પદો એકબીજાને નાબૂદ કરે છે અને નાના વિસ્તારમાં નિયમિત ચુંબકીય ક્ષેત્ર B આપે છે.

$$B = \left( \frac{4}{5} \right)^{3/2} \frac{\mu_0 IN}{R} = 0.72 \frac{\mu_0 IN}{R}$$

4.17 સૂચન : ટોરોઇડ માટે Bનું સૂત્ર સોલેનોઇડ માટેનું સૂત્ર જ છે :  $B = \mu_0 nI$ , જ્યાં આપણા

કિસ્સામાં  $n = \frac{N}{2\pi r}$ . આંટાઓની વચ્ચે રહેલા ગર્ભ (core)માં ક્ષેત્ર શૂન્ય નથી.

(a) શૂન્ય, (b)  $3.0 \times 10^{-2} \text{ T}$ , (c) શૂન્ય. નોંધો કે, ટોરોઇડમાં જેમ  $r$ નું મૂલ્ય અંદરથી બહારની ત્રિજ્યા તરફ બદલાય તેમ તેના આડછેદમાં ક્ષેત્ર થોડુંક બદલાય છે. જવાબ (b) સરેરાશ ત્રિજ્યા  $r = 25.5 \text{ cm}$ ને અનુરૂપ છે.

4.18 (a) પ્રારંભિક  $\mathbf{v}$  કાં તો  $\mathbf{B}$ ને સમાંતર અથવા પ્રતિસમાંતર (વિરુદ્ધ) છે.

(b) હા, કારણ કે ચુંબકીય બળ  $\mathbf{v}$ ની દિશા બદલી શકે, પરંતુ તેનું માન નહીં.

(c)  $\mathbf{B}$ ની દિશા શિરોલંબ નીચે (નિમ્ન) તરફ હોવી જોઈએ.

4.19 (a)  $\mathbf{B}$ ને લંબ 1.0 mm ત્રિજ્યાનો વર્તુળાકાર ગતિપથ.

(b) 0.5 mm ત્રિજ્યાનો સર્પિલ (helical) ગતિપથ જેનો  $\mathbf{B}$ ની દિશામાં વેગ ઘટક  $2.3 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}$  છે.

4.20 ડ્યુટેરીયમ આયનો કે ડ્યુટેરોન, જવાબ અનન્ય નથી, કારણ કે ફક્ત વિદ્યુતભાર અને દ્રવ્યમાનનો ગુણોત્તર ગણવામાં આવ્યો છે. બીજા શક્ય જવાબો  $\text{He}^{++}$ ,  $\text{Li}^{+++}$  વગેરે છે.

- 4.21 (a) વાહકને લંબરૂપે  $0.26 \text{ T}$ નું સમક્ષિતિજ ચુંબકીયક્ષેત્ર એવી દિશામાં કે જેથી ફલેમિંગના ડાબા હાથના નિયમ મુજબ ચુંબકીય બળ ઉપર તરફ મળે.  
 (b)  $1.176 \text{ N}$
- 4.22  $1.2 \text{ N m}^{-1}$ , અપાર્કર્ષી, નોંધ, તાર પર લાગતું કુલ બળ  $1.2 \times 0.7 = 0.84 \text{ N}$  મેળવવું એ લગભગ સાચું છે, કારણ કે એકમ લંબાઈ દીઠ લાગતા બળ માટેનું સૂત્ર  $F = \frac{\mu_0}{2\pi r} I_1 I_2$ , ફક્ત અનંત લંબાઈના તાર માટે સાચું છે.
- 4.23 (a)  $2.1 \text{ N}$  શિરોલંબ ઉપર તરફ  
 (b)  $2.1 \text{ N}$  શિરોલંબ નીચે તરફ (વિદ્યુત પ્રવાહની દિશા અને  $\mathbf{B}$  વચ્ચેના કોઈ પણ ખૂણા માટે સાચું છે કારણ કે  $l \sin \theta$ ,  $20 \text{ cm}$  જેટલું અચળ રહે છે).  
 (c)  $1.68 \text{ N}$  શિરોલંબ નીચે તરફ.
- 4.24  $\boldsymbol{\tau} = I\mathbf{A} \times \mathbf{B}$  અને  $\mathbf{F} = I\mathbf{l} \times \mathbf{B}$ નો ઉપયોગ કરો.  
 (a)  $1.8 \times 10^{-2} \text{ Nm}$ ,  $-y$  દિશામાં  
 (b) (a) મુજબ  
 (c)  $1.8 \times 10^{-2} \text{ Nm}$ ,  $-x$  દિશામાં  
 (d)  $1.8 \times 10^{-2} \text{ Nm}$ ,  $+x$  દિશા સાથે  $240^\circ$ ના કોણે.  
 (e) શૂન્ય  
 (f) શૂન્ય  
 દરેક કિસ્સામાં બળ શૂન્ય છે. કિસ્સો  
 (e) સ્થાયી સંતુલન અને કિસ્સો  
 (f) અસ્થાયી સંતુલન ને અનુરૂપ છે.
- 4.25 (a) શૂન્ય,  
 (b) શૂન્ય,  
 (c) દરેક ઇલેક્ટ્રોન પરનું બળ  $e\mathbf{v} \times \mathbf{B} = IB/(nA) = 5 \times 10^{-25} \text{ N}$  છે.  
**નોંધ:** જવાબ (c) ફક્ત ચુંબકીય બળ દર્શાવે છે.
- 4.26  $108 \text{ A}$   
 4.27 શ્રેણી અવરોધ  $= 5988 \Omega$   
 4.28 શન્ટ અવરોધ  $= 10 \text{ m}\Omega$

### પ્રકરણ 5

- 5.1 (a) મેગ્નેટિક ડેકલીનેશન, ડીપ (નમન) કોણ, પૃથ્વીના ચુંબકીયક્ષેત્રનો સમક્ષિતિજ ઘટક.  
 (b) બ્રિટનમાં વધુ (લગભગ  $70^\circ$  જેટલું), કારણ કે બ્રિટન ચુંબકીય ઉત્તર ધ્રુવથી વધુ નજીક છે.  
 (c) પૃથ્વીના ચુંબકત્વના કારણે  $\mathbf{B}$ ની ક્ષેત્રરેખાઓ જમીનમાંથી બહાર નીકળતી દેખાશે.  
 (d) ચુંબકીય કંપાસ સમક્ષિતિજ સમતલમાં ફરવા માટે મુક્ત છે, જ્યારે ચુંબકીય ધ્રુવો પાસે પૃથ્વીનું ક્ષેત્ર બરાબર શિરોલંબ છે. આથી, ત્યાં કંપાસ કોઈ પણ દિશા દર્શાવશે.  
 (e) ડાઈપોલ મોમેન્ટ  $\mathbf{m}$  વાળા ડાયપોલના લંબદ્વિભાજક (વિષુવરેખા) પર ક્ષેત્ર  $\mathbf{B}$  માટેના સૂત્રનો ઉપયોગ કરો,  

$$B_E = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{m}}{r^3}$$

$$m = 8 \times 10^{22} \text{ J T}^{-1}, r = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$
 લો. જેથી,  $B = 0.3 \text{ G}$  મળશે, જેનો માનનો ક્રમ પૃથ્વી પરના ચુંબકીયક્ષેત્ર સાથે મળતો આવે છે.  
 (f) શા માટે નહીં? પૃથ્વીનું ચુંબકીયક્ષેત્ર ફક્ત સંનિકટ રીતે જ ડાઈપોલનું ક્ષેત્ર છે. સ્થાનિક  $\text{N-S}$  ધ્રુવો કદાચ ચુંબકીય ખનિજ જથ્થાને કારણે ઉદ્ભવી શકે છે.

- 5.2 (a) હા, તે સમય સાથે બદલાય છે જ. માપી શકાય તેવા ફેરફાર માટે સમયગાળો લગભગ અમુક સેકન્ડો વર્ષનો છે. પરંતુ તેનાથી ઘણા નાના એવા થોડાંક જ વર્ષોના ગાળા માટે તેના ફેરફારો સંપૂર્ણપણે અવગણી શકાય તેવા નથી.
- (b) કારણ કે પિગળેલું લોખંડ (જે પૃથ્વીના ગર્ભમાં ખૂબ ઊંચા તાપમાને લોખંડની એક અવસ્થા છે તે) ફેરોમેગ્નેટીક નથી.
- (c) એક શક્યતા, પૃથ્વીની અંદરના ભાગમાંની રેડિયો એક્ટિવીટી છે. પરંતુ હકીકત કોઈ જાણતું નથી. આ સવાલના સાચા જવાબ માટે તમારે ભૂ-યુંબકત્વ (Geomagnetism) માટેના કોઈ સારા પુસ્તકનો અભ્યાસ કરવો જોઈએ.
- (d) ઘનીકરણ (ઠારણ) પ્રક્રિયા દરમિયાન પૃથ્વીનું યુંબકીયક્ષેત્ર ખૂબ નબળા પ્રમાણમાં ખડકોમાં સંગ્રહિત થઈ જાય છે. ખડકોના આ યુંબકત્વનું વિશ્લેષણ કરતાં ભૂ-યુંબકીય ઇતિહાસ વિશે માહિતી મળે છે.
- (e) મોટા અંતરો એ આ ક્ષેત્રમાં (પૃથ્વીના આયનોસ્ફીયરમાંના) ગતિમાન આયનોના ક્ષેત્રને કારણે ફેરફાર થાય છે, જે (આયનોસ્ફીયર) પૃથ્વીની બહાર ઉદ્ભવતા તોફાનો, જેવા કે સૌર પવનો પ્રત્યે સંવેદી છે (તેમનાથી બદલાતું રહે છે).
- (f) સમીકરણ  $R = \frac{mv}{eB}$  પરથી, ખૂબ ઓછું ક્ષેત્ર પણ વિદ્યુતભારિત કણોને ખૂબ મોટી ત્રિજ્યાના વર્તુળાકાર માર્ગ પર વાળે છે. નાના અંતર માટે, ખૂબ મોટી ત્રિજ્યા Rના કારણે મળતું કોણાવર્તન કદાચ નોંધનીય ન હોય, પરંતુ તારાઓ વચ્ચેના અવકાશમાં અતિશય મોટા અંતરો માટે, આ કોણાવર્તન પસાર થતા વિદ્યુતભારીત કણો દા. ત., કોસ્મિક કિરણોની ગતિ પર નોંધનીય અસર કરી શકે.

5.3  $0.36 \text{ JT}^{-1}$

5.4 (a) **B**ને સમાંતર  $m, U = -mB = -4.8 \times 10^{-2} \text{ J}$  સ્થાયી સંતુલન

(b) **B**ને પ્રતિસમાંતર  $m, U = +mB = +4.8 \times 10^{-2} \text{ J}$ , અસ્થાયી સંતુલન

5.5 સોલેનોઇડની અક્ષ પર  $0.60 \text{ JT}^{-1}$ , જે વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા દ્વારા નિર્ધારિત થાય છે.

5.6  $7.5 \times 10^{-2} \text{ J}$

5.7 (a) (i) 0.33 J, (ii) 0.66 J

(b) (i) 0.33 J જેટલો ટોર્ક લાગશે જે મેગ્નેટીક મોમેન્ટ સદિશને **B**ની દિશા સાથે એક રેખસ્થ કરવા પ્રયત્ન કરશે.

(ii) શૂન્ય.

5.8 (a) અક્ષ પર  $1.28 \text{ A m}^2$ , જેની દિશા જમણા હાથના સ્કૂના નિયમ મુજબ વિદ્યુતપ્રવાહની દિશા પરથી મળશે.

(b) નિયમિત ક્ષેત્રમાં બળ શૂન્ય છે, ટોર્ક =  $0.048 \text{ Nm}$  જે સોલેનોઇડની અક્ષને (એટલે કે તેના મેગ્નેટીક મોમેન્ટ સદિશને) **B** સાથે એક રેખસ્થ કરવાનો પ્રયત્ન કરે તે દિશામાં લાગશે.

5.9  $I = mB/(4\pi^2 v^2)$  અને  $m = NIA$  નો ઉપયોગ કરો, તે પરથી  $\mathcal{G} = 1.2 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$  મળશે.

5.10  $B = 0.35 \text{ sec } 22^\circ = 0.38 \text{ G}$

5.11 પૃથ્વીનું ક્ષેત્ર ભૌગોલિક મેરીડિયનથી પશ્ચિમ તરફ  $12^\circ$  એ શિરોલંબ સમતલમાં હશે, જે સમક્ષિતિજ (યુંબકીય દક્ષિણથી યુંબકીય ઉત્તર તરફની) દિશા સાથે (ઉપરની તરફ)  $60^\circ$  કોણ બનાવશે. માન =  $0.32 \text{ G}$

5.12 (a) S-N દિશામાં  $0.96 \text{ G}$

(b) N-S દિશામાં  $0.48 \text{ G}$

5.13 પૃથ્વીના ક્ષેત્રની દિશામાં  $0.54 \text{ G}$

5.14 લંબદ્વિભાજક પર  $14 \times 2^{-1/3} = 11.1 \text{ cm}$  અંતરે

5.15 (a)  $(\mu_0 m)/(4\pi r^3) = 0.42 \times 10^{-4}$  જે પરથી  $r = 5.0 \text{ cm}$  મળશે.

(b)  $(2\mu_0 m)/(4\pi r_1^3) = 0.42 \times 10^{-4}$  એટલે કે  $r_1 = 2^{1/3} r = 6.3 \text{ cm}$

- 5.16** (a) (ચુંબકન (magnetising) ક્ષેત્રની સાથે) એક રેખસ્થ થતા ડાયપોલોની ગોઠવણીમાં અનિયમિત તાપીય ગતિ દ્વારા છિન્નભિન્ન કરવાનું ભંગાણ સર્જવાનું વલણ નીચા તાપમાનોએ ઘટે છે.
- (b) ડાયમેગ્નેટીક પદાર્થમાં પ્રેરિત ડાયપોલ મોમેન્ટ હંમેશા ચુંબકન (magnetising) ક્ષેત્રથી વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે, પછી ભલેને પરમાણુઓની આંતરીક ગતિ ગમે તે હોય.
- (c) બિસ્મથ ડાયમેગ્નેટીક હોવાથી, થોડુંક ઓછું.
- (d) ના, મેગ્નેટાઇઝેશન વક્ર પરથી દેખીતું છે. મેગ્નેટાઇઝેશન વક્રના ઢાળ પરથી એ સ્પષ્ટ છે કે નાના ક્ષેત્રો માટે  $m$  મોટી હોય છે.
- (e) આ અગત્યની હકીકતની સાબિતી (જે ઘણી પ્રાયોગિક અગત્યતા ધરાવે છે) બે માધ્યમોને જોડતી સપાટી પાસે ચુંબકીય ક્ષેત્રો ( $\mathbf{B}$  અને  $\mathbf{H}$ )ની સીમા શરતો પર આધારિત છે. (જ્યારે એક માધ્યમ માટે  $\mu \gg 1$  હોય ત્યારે, ક્ષેત્રરેખાઓ આ માધ્યમને લગભગ લંબરૂપે મળે છે.) વધુ માહિતી આ પુસ્તકની મયાદા બહાર છે.
- (f) હા. બે જુદા જુદા દ્રવ્યોના પરમાણ્વિક ડાયપોલની પ્રબળતામાં થોડોક જ તફાવત હોવા ઉપરાંત સંતૃપ્ત મેગ્નેટાઇઝેશન ધરાવતા પેરામેગ્નેટીક પદાર્થનું મેગ્નેટાઇઝેશન સમાન ક્રમનું હશે. પરંતુ, સંતૃપ્ત થવા માટે પ્રાયોગિક રીતે અશક્ય એવા ઊંચા ચુંબકીયક્ષેત્રોની જરૂર પડે છે.
- 5.17** (b) કાર્બન સ્ટીલનો ટુકડો, કારણ કે એક ચક્ર દરમિયાન ઉષ્માનો વ્યય હીસ્ટરીસીસ લૂપ (ગાળા)ના ક્ષેત્રફળના સમપ્રમાણમાં હોય છે.
- (c) ફેરોમેગ્નેટનું મેગ્નેટાઇઝેશન, ચુંબકીય (Magnetising) ક્ષેત્રનું એક મૂલ્ય વિધેય નથી. આપેલ ક્ષેત્ર માટે તેનું મૂલ્ય, ક્ષેત્ર અને તેના મેગ્નેટાઇઝેશનના ઇતિહાસ બંને પર આધાર રાખે છે (એટલે કે મેગ્નેટાઇઝેશનના કેટલા ચક્રમાંથી તે પસાર થયો છે, વગેરે). બીજા શબ્દોમાં, મેગ્નેટાઇઝેશનનું મૂલ્ય એ મેગ્નેટાઇઝેશન ચક્રોનો સંગ્રહ (સ્મૃતિ) કે રેકોર્ડ છે. જો માહિતીના વિભાગો (bits) આ ચક્રોને અનુરૂપ કરવામાં આવે, તો હીસ્ટરીસીસ લૂપ દર્શાવતું આવું તંત્ર માહિતી સંગ્રહ કરવાના સાધન તરીકે કાર્ય કરી શકે.
- (d) સિરામીક્સ (વિશિષ્ટ રીતે પ્રક્રિયા કરેલ બેરીયમ આયર્ન એક્સાઇડ) જે ફેરાઇટ પણ કહેવાય છે.
- (e) આ વિસ્તારની આસપાસ નરમ લોખંડની રીંગો રાખો. ચુંબકીય ક્ષેત્ર રેખાઓ આ રીંગોમાંથી પસાર થશે અને આ રીંગો વડે ઘેરાયેલો વિસ્તાર ચુંબકીયક્ષેત્રથી મુક્ત રહેશે. પરંતુ આ શિલ્ડીંગ, બાહ્ય વિદ્યુતક્ષેત્રમાં મૂકેલ વાહકમાંની બખોલમાં બનતા સંપૂર્ણ વિદ્યુતક્ષેત્રના શિલ્ડીંગ જેવું સંપૂર્ણ નથી માત્ર આશરા પડતું છે.

**5.18** તાર (cable)ને સમાંતર અને તેની ઉપર 1.5 cm અંતરે.

**5.19** તાર (cable)ની નીચે,

$$R_h = 0.39 \cos 35^\circ - 0.2 = 0.12 \text{ G}$$

$$R_v = 0.39 \sin 35^\circ = 0.22 \text{ G}$$

$$R = \sqrt{R_h^2 + R_v^2} = 0.25 \text{ G}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{R_v}{R_h} = 62^\circ$$

તારની ઉપર

$$R_h = 0.39 \cos 35^\circ + 0.2 = 0.52 \text{ G}$$

$$R_v = 0.224 \text{ G}$$

$$R = 0.57 \text{ G}, \theta = 23^\circ$$

- 5.20 (a)  $B_h = (\mu_0 IN/2r)\cos 45^\circ = 0.39 \text{ G}$   
 (b) પૂર્વથી પશ્ચિમ (એટલે કે, ચુંબકીય સોય તેની મૂળ દિશા ઉલટાવશે.)

5.21 બીજા ક્ષેત્રનું માન  

$$= \frac{1.2 \times 10^{-2} \times \sin 15^\circ}{\sin 45^\circ}$$

$$= 4.4 \times 10^{-3} \text{ T}$$
  
 5.22 
$$R = \frac{meV}{eB}$$
  

$$= \frac{\sqrt{2m_e \times \text{ગતિઊર્જા}}}{eB}$$
  

$$= 11.3 \text{ m}$$

ઉપર કે નીચે આવર્તન  $= R(1 - \cos\theta)$ . જ્યાં,  $\sin\theta = (0.3/11.3)$   
 આથી, મળતું આવર્તન  $\approx 4 \text{ mm}$

5.23 શરૂઆતમાં, કુલ ડાયપોલ મોમેન્ટ  $= 0.15 \times 1.5 \times 10^{-23} \times 2.0 \times 10^{24}$   
 $= 4.5 \text{ JT}^{-1}$

ક્યુરીના નિયમનો ઉપયોગ કરો  $m \propto B/T$

જેના પરથી અંતિ મ ડાયપોલ મોમેન્ટ  $= 4.5 \times (0.98/0.84) \times (4.2/2.8)$   
 $= 7.9 \text{ JT}^{-1}$

5.24  $B = \frac{\mu_r \mu_0 NI}{2\pi R}$  સમીકરણનો ઉપયોગ કરો, જ્યાં  $\mu_r$  સાપેક્ષ પરમિએબિલિટી, જેના પરથી  
 $B = 4.48 \text{ T}$

5.25 બંનેમાંથી સમીકરણ  $\mu_l = -(e/2m)l$  એ પ્રચલિત ભૌતિકશાસ્ત્ર મુજબ છે.  $\mu_l$  અને  $l$ ની વ્યાખ્યાઓ પરથી એ સ્પષ્ટ છે કે,

$$\mu_l = IA = (e/T)\pi r^2$$
  

$$l = mvr = m \frac{2\pi r^2}{T}$$

જ્યાં,  $r$  એ વર્તુળાકાર કક્ષાની ત્રિજ્યા છે. જેમાં,  $m$  દ્રવ્યમાન અને  $(-e)$  વિદ્યુતભારવાળો ઇલેક્ટ્રોન  $T$  સમયમાં એક પરિભ્રમણ કરે છે. આથી,  $\mu_l/l = e/2m$ . ઇલેક્ટ્રોનનો વિદ્યુતભાર  $(= -e)$  ઋણ હોવાથી, એ જોઈ શકાય કે  $\mu$  અને  $l$  વિરુદ્ધ દિશામાં છે અને બંને ભ્રમણ કક્ષાના સમતલને લંબ છે. આથી,  $\mu_l = -(e/2m)l$ . નોંધો કે  $\mu_s/S$ નું મૂલ્ય  $\mu_l/l$  થી વિપરિત  $e/m$  છે, એટલે કે, પ્રચલિત રીતે અપેક્ષિત મૂલ્ય કરતાં બમણું. આ પરિણામ (પ્રાયોગિક રીતે પણ ચકાસાયેલ છે) એ આધુનિક ક્વોન્ટમ સિદ્ધાંતનું અગત્યનું પરિણામ છે, જે પ્રચલિત ભૌતિકશાસ્ત્ર વડે મેળવી શકાતું નથી.

### પ્રકરણ 6

- 6.1 (a)  $qrpq$  માર્ગ,  
 (b)  $prq$  માર્ગ,  $yzx$  માર્ગ,  
 (c)  $yzx$  માર્ગ,  
 (d)  $zyx$  માર્ગ,  
 (e)  $xry$  માર્ગ,  
 (f) ગાળા (લૂપ)ના સમતલમાં ક્ષેત્ર રેખાઓ આવેલ હોવાથી પ્રવાહ પ્રેરિત થતો નથી.

- 6.2 (a) adcb માર્ગે (આકાર પરિવર્તન દરમિયાન સપાટીમાંથી ફ્લક્સ વધે છે. તેથી પ્રેરિત પ્રવાહ વિરોધ કરતું ફ્લક્સ ઉત્પન્ન કરે છે.)  
 (b) a'b'c'd' માર્ગે (પ્રક્રિયા દરમિયાન ફ્લક્સ ઘટે છે.)
- 6.3  $7.5 \times 10^{-6} \text{ V}$
- 6.4 (a)  $2.4 \times 10^{-4} \text{ V}$ , 2 s સુધી રહેશે  
 (b)  $0.6 \times 10^{-4} \text{ V}$ , 8 s સુધી રહેશે.
- 6.5 100 V
- 6.6 ગાળા (લૂપ)ના દરેક આંટામાંથી ફ્લક્સ  $= \pi r^2 B \cos(\omega t)$   
 $\mathcal{E} = -N\omega\pi r^2 B \sin(\omega t)$   
 $\mathcal{E}_{\max} = -N\omega\pi r^2 B$   
 $= 20 \times 50 \times \pi \times 64 \times 10^{-4} \times 3.0 \times 10^{-2} = 0.603 \text{ V}$   
 એક ચક્ર પરનું  $\mathcal{E}_{\text{avg}}$  શૂન્ય છે.  
 $I_{\max} = 0.0603 \text{ A}$   
 $P_{\text{average}} = \frac{1}{2} \mathcal{E}_{\max} I_{\max} = 0.018 \text{ W}$   
 પ્રેરિત પ્રવાહ કોઈલ (ગૂંચળા) ના પરિભ્રમણનો વિરોધ કરતું ટોર્ક ઉત્પન્ન કરે છે. આ કોઈલને નિયમિત રીતે ફેરવવા માટે એક બાહ્ય એજન્ટ (રોટર) દ્વારા આ ટોર્કનો સામનો કરતું ટોર્ક પુરું પાડવું જ જોઈએ. (કાર્ય થવું જોઈએ). આમ, ગૂંચળામાં ગરમી (ઉષ્મા) તરીકે વ્યય પામતી ઊર્જાનો સ્રોત બાહ્ય રોટર છે.
- 6.7 (a)  $1.5 \times 10^{-3} \text{ V}$ ,  
 (b) પશ્ચિમથી પૂર્વ  
 (c) પશ્ચિમ છેડો
- 6.8 4H
- 6.9 30 Wb
- 6.10 **B**નો ઉર્ધ્વ ઘટક  
 $= 5.0 \times 10^{-4} \sin 30^\circ$   
 $= 2.5 \times 10^{-4} \text{ T}$   
 $\mathcal{E} = B/v$   
 $\mathcal{E} = 2.5 \times 10^{-4} \times 25 \times 500$   
 $= 3.125 \text{ V}$   
 પ્રેરિત  $emf$  3.1 V છે (સાર્થક અંકોનો ઉપયોગ કરીને)  
 આ જવાબ માટે પાંખની દિશા અગત્યની નથી (જ્યાં સુધી તે સમક્ષિતિજ છે).
- 6.11 પ્રેરિત  $emf = 8 \times 2 \times 10^{-4} \times 0.02 = 3.2 \times 10^{-5} \text{ V}$   
 પ્રેરિત પ્રવાહ  $= 2 \times 10^{-5} \text{ A}$   
 પાવર વ્યય  $= 6.4 \times 10^{-10} \text{ W}$   
 આ પાવરનો સ્રોત સમય સાથે ચુંબકીયક્ષેત્રને બદલવા માટે જવાબદાર એવો બાહ્ય એજન્ટ છે.
- 6.12 Bમાં સમય સાથેના સ્પષ્ટ ફેરફારને કારણે ફ્લક્સના ફેરફારનો દર  
 $= 144 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \times 10^{-3} \text{ T s}^{-1}$   
 $= 1.44 \times 10^{-5} \text{ Wb s}^{-1}$   
 અનિયમિત Bમાં લૂપની ગતિને લીધે ફ્લક્સમાં ફેરફારનો દર  
 $= 144 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \times 10^{-3} \text{ T cm}^{-1} \times 8 \text{ cms}^{-1}$   
 $= 11.52 \times 10^{-5} \text{ Wb s}^{-1}$

આ બંને અસરો ધન z-દિશામાં ફ્લક્સમાં ઘટાડો કરતી હોવાથી ઉમેરાય છે. તેથી, પ્રેરિત  $emf = 12.96 \times 10^{-5} \text{ V}$ , પ્રેરિત પ્રવાહ  $= 2.88 \times 10^{-2} \text{ A}$ . પ્રેરિત પ્રવાહની દિશા એવી છે કે, જે ધન z-દિશામાં લૂપમાં ફ્લક્સમાં વધારો કરે છે. જો નિરીક્ષક માટે લૂપ જમણી બાજુ ગતિ કરે, તો પ્રવાહ ઘડિયાળના કાંટાની ગતિની દિશાની વિરુદ્ધમાં દેખાતી હશે. ઉપરોક્ત પ્રક્રિયાની યોગ્ય સાબિતી નીચે પ્રમાણે છે :

$$\begin{aligned}\Phi(t) &= \int_0^a aB(x, t) dx \\ \frac{d\Phi}{dt} &= a \int_0^a dx \frac{dB(x, t)}{dt} \\ \frac{dB}{dt} &= \frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} \\ &= \left[ \frac{\partial B}{\partial t} + v \frac{\partial B}{\partial x} \right] \text{ નો ઉપયોગ કરતાં, આપણને} \\ \frac{d\Phi}{dt} &= a \int_0^a dx \left[ \frac{\partial B(x, t)}{\partial t} + v \frac{\partial B(x, t)}{\partial x} \right] \\ &= A \left[ \frac{\partial B}{\partial t} + v \frac{\partial B}{\partial x} \right]\end{aligned}$$

મળે, જ્યાં,  $A = a^2$

$\left(\frac{\partial B}{\partial t}\right)$ ,  $\left(\frac{\partial B}{\partial x}\right)$  અને  $v$  આ કોયડામાં અચળ આપવામાં આવેલ હોવાથી છેલ્લું પદ મળેલ છે.

જો તમે આ ઔપચારિક પુરાવા (જ્યાં, કલનશાસ્ત્રનું સારું જ્ઞાન જરૂરી છે)ને સમજી શકતા ન હોવ તો પણ તમે હજુ પણ તે માની શકો છો કે ચુંબકીયક્ષેત્રમાં સમયના બદલાવને કારણે તેમજ લૂપની ગતિને કારણે એમ બંનેને લીધે ફ્લક્સમાં ફેરફાર થઈ શકે છે.

$$\begin{aligned}6.13 \quad Q &= \int_{t_i}^{t_f} I dt \\ &= \frac{1}{R} \int_{t_i}^{t_f} \varepsilon dt \\ &= -\frac{N}{R} \int_{\Phi_i}^{\Phi_f} d\Phi \\ &= \frac{N}{R} (\Phi_i - \Phi_f)\end{aligned}$$

$$N = 25, R = 0.50 \Omega, Q = 7.5 \times 10^{-3} \text{ C}$$

$$\Phi_f = 0, A = 2.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ માટે } \Phi_i = 1.5 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$B = \Phi_i / A = 0.75 \text{ T}$$

- 6.14 (a)  $|\mathcal{E}| = vBl = 0.12 \times 0.50 \times 0.15 = 9.0 \text{ mV}$ ; P ધન છેડો અને Q ઋણ છેડો.  
 (b) હા. જ્યારે K બંધ હોય, ત્યારે પ્રવાહના સતત વહન દ્વારા વધારાના વિદ્યુતભારને જાળવવામાં આવે છે.  
 (c) સળિયાના છેડામાં વિરુદ્ધ ચિહ્નોવાળા વધારાના વિદ્યુતભારને કારણે સ્થાતા વિદ્યુત બળ દ્વારા ચુંબકીય બળને નાબૂદ કરવામાં આવે છે.  
 (d) ગતિ વિરોધક બળ  $= IBl$   

$$= \frac{9 \text{ mV}}{9 \text{ m}\Omega} \times 0.5 \text{ T} \times 0.15 \text{ m}$$

$$= 75 \times 10^{-3} \text{ N}$$
  
 (e) સળિયાને  $12 \text{ cm s}^{-1}$  ની નિયમિત ગતિમાં ચાલુ રાખવા માટે ઉપરના ગતિ વિરોધક બળ સામે બાહ્ય એજન્ટ દ્વારા ખર્ચાતો પાવર  $= 75 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^{-2}$   
 $= 9.0 \times 10^{-3} \text{ W}$  છે. જ્યારે K ખુલ્લું છે, ત્યારે કોઈ પાવર ખર્ચાતો નથી.  
 (f)  $I^2 R = 1 \times 1 \times 9 \times 10^{-3} = 9.0 \times 10^{-3} \text{ W}$   
 આ પાવરનો સ્રોત ઉપરોક્ત ગણતરી મુજબ બાહ્ય એજન્ટ દ્વારા પ્રદાન કરેલો પાવર છે.  
 (g) શૂન્ય, સળિયાની ગતિ ક્ષેત્ર રેખાઓને કાપતી નથી. (નોંધ : PQની લંબાઈ રેલ વચ્ચેના અંતર જેટલી હોવાનું માનેલ છે.)

6.15  $B = \frac{\mu_0 NI}{l}$

(સોલેનાઈડની અંદર છેડાઓથી દૂર)

$$\Phi = \frac{\mu_0 NI}{l} A$$

$$\text{સંકળાયેલ કુલ ફ્લક્સ} = N\Phi$$

$$= \frac{\mu_0 N^2 A}{l} I$$

(છેડા પાસે  $B$  ના ફેરફારને અવગણતાં)

$$|\mathcal{E}| = \frac{d}{dt} (N\Phi)$$

$$|\mathcal{E}|_{av} = \frac{\text{ફ્લક્સમાં કુલ ફેરફાર}}{\text{કુલ સમય}}$$

$$|\mathcal{E}|_a = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 25 \times 10^{-4}}{0.3 \times 10^{-3}} \times (500)^2 \times 2.5$$

$$= 6.5 \text{ V}$$

6.16  $M = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln \left( 1 + \frac{a}{x} \right)$

$$\mathcal{E} = 1.7 \times 10^{-5} \text{ V}$$

6.17  $-\frac{B\pi a^2 \lambda}{MR} \hat{k}$

પ્રકરણ 7

- 7.1 (a) 2.20 A  
(b) 484 W

- 7.2 (a)  $\frac{300}{\sqrt{2}} = 212.1$  V  
(b)  $10\sqrt{2} = 14.1$  A

7.3 15.9 A

7.4 2.49 A

7.5 દરેક કિસ્સામાં શૂન્ય

7.6  $125 \text{ s}^{-1}$ , 25

7.7  $1.1 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$

7.8 0.6 J, પછીના સમયે પણ એટલું જ (સમાન)

7.9 2000 W

7.10  $v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$ , એટલે કે  $C = \frac{1}{4\pi^2 v^2 L}$

$L = 200 \mu\text{H}$ ,  $v = 1200 \text{ kHz}$  માટે  $C = 87.9 \text{ pF}$ .

$L = 200 \mu\text{H}$ ,  $v = 800 \text{ kHz}$  માટે  $C = 197.8 \text{ pF}$ .

ચલ કેપિસિટરની રેન્જ 88 pF થી 198 pF રાખવી જોઈએ.

- 7.11 (a)  $50 \text{ rad s}^{-1}$   
(b)  $40 \Omega$ , 8.1 A  
(c)  $V_{Lrms} = 1437.5 \text{ V}$ ,  $V_{Crms} = 1437.5 \text{ V}$ ,  $V_{Rrms} = 230 \text{ V}$

$$V_{LCrms} = I_{rms} \left( \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} \right) = 0$$

7.12 (a) 1.0 J, જો  $R = 0$  હોય તો L અને Cમાં સંગ્રહિત ઊર્જાના સરવાળાનું સંરક્ષણ થશે.

(b)  $\omega = 10^3 \text{ rad s}^{-1}$ ,  $v = 159 \text{ Hz}$

(c)  $q = q_0 \cos \omega t$

(i)  $t = 0, \frac{T}{2}, T, \frac{3T}{2}, \dots$  સમયે ઊર્જા સંપૂર્ણ વિદ્યુતઊર્જા સ્વરૂપે સંગ્રહિત છે.

(ii)  $t = \frac{T}{4}, \frac{3T}{4}, \frac{5T}{4}, \dots$  જ્યાં,  $T = \frac{1}{v} = 6.3 \text{ ms}$ , સમયે ઊર્જા સંપૂર્ણ ચુંબકીયઊર્જા સ્વરૂપે સંગ્રહિત છે. (એટલે કે વિદ્યુતઊર્જા શૂન્ય છે.)

(d)  $t = \frac{T}{8}, \frac{3T}{8}, \frac{5T}{8}, \dots$  સમયે, કારણ કે  $q = q_0 \cos \frac{\omega T}{8} = q_0 \cos \frac{\pi}{4} = \frac{q_0}{\sqrt{2}}$ .

તેથી વિદ્યુતઊર્જા  $\frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} \left( \frac{q_0^2}{2C} \right)$  જે કુલ ઊર્જાનું અડધું મૂલ્ય છે.

(e) છેવટે LC દોલનો Rને કારણે મંદ પડી નાબુદ થશે. તમામ પ્રારંભિક ઊર્જા (= 1.0 J) છેવટે ઉષ્મા સ્વરૂપે વ્યય થશે.

7.13 LR પરિપથ માટે, જો  $V = V_0 \sin \omega t$  હોય તો

$$I = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t - \phi). \text{ જ્યાં, } \tan \phi = (\omega L / R)$$

(a)  $I_0 = 1.82 \text{ A}$

(b)  $t = 0$  સમયે,  $V$  મહત્તમ છે.  $t = (\phi / \omega)$  સમયે  $I$  મહત્તમ છે.

$$\text{હવે, } \tan \phi = \frac{2\pi \nu L}{R} = 1.571 \text{ અથવા } \phi \approx 57.5^\circ$$

$$\text{તેથી, સમય તફાવત} = \frac{57.5\pi}{180} \times \frac{1}{2\pi \times 50} = 3.2 \text{ ms}$$

7.14 (a)  $I_0 = 1.1 \times 10^{-2} \text{ A}$

(b)  $\tan \phi = 100\pi$ .  $\phi$ , એ  $\pi/2$ ની નજીક છે.

નીચી આવૃત્તિના કિસ્સામાં  $I_0$  એ (સ્વાધ્યાય 7.13)માં હોય તે કરતાં ખૂબ જ નાનો છે અને તે દ્વારા એમ દર્શાવે છે કે ઊંચી આવૃત્તિઓએ  $L$  લગભગ ઓપન સર્કીટ છે. dc પરિપથમાં (સ્થિર અવસ્થા પછી)  $\omega = 0$  તેથી અહીં  $L$  શુદ્ધ વાહક તરીકે વર્તે છે.

7.15 RC પરિપથ માટે, જો  $V = V_0 \sin \omega t$  હોય તો,

$$I = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}} \sin(\omega t + \phi), \text{ જ્યાં, } \tan \phi = \frac{1}{\omega CR}$$

(a)  $I_0 = 3.23 \text{ A}$

(b)  $\phi = 33.5^\circ$

$$\text{સમય તફાવત} = \frac{\phi}{\omega} = 1.55 \text{ ms}$$

7.16 (a)  $I_0 = 3.88 \text{ A}$

(b)  $\phi \approx 0.2$  અને ઊંચી આવૃત્તિએ લગભગ શૂન્ય છે. આમ, ઊંચી આવૃત્તિએ  $C$  સુવાહક તરીકે વર્તે છે. dc પરિપથ માટે સ્થિર અવસ્થા પછી  $\omega = 0$  અને  $C$  ઓપન સર્કીટ તરીકે વર્તે છે.

7.17 સમાંતર LCR પરિપથ માટે અસરકારક ઈમ્પિડન્સ નીચે મુજબ અપાય છે.

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

$$\text{જે } \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ માટે લઘુત્તમ છે.}$$

આથી,  $|Z|$ ,  $\omega = \omega_0$  એ મહત્તમ થશે અને કુલ પ્રવાહ કંપવિસ્તાર લઘુત્તમ થશે.

$$R \text{ શાખામાં, } I_{R_{rms}} = 5.75 \text{ A}$$

$$L \text{ શાખામાં, } I_{L_{rms}} = 0.92 \text{ A}$$

$$C \text{ શાખામાં, } I_{C_{rms}} = 0.92 \text{ A}$$

નોંધ : કુલ પ્રવાહ  $I_{rms} = 5.75 \text{ A}$ , કારણ કે  $L$  અને  $C$  શાખામાં પ્રવાહ  $180^\circ$ ના કળા તફાવતે છે અને ચક્રની દરેક ક્ષણે તેમનો સરવાળો શૂન્ય થાય છે.

7.18 (a)  $V = V_0 \sin \omega t$  માટે

$$I = \frac{V_0}{\left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|} \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right); \text{ જો } R = 0$$

જો  $\omega L > 1/\omega C$  હોય તો - નિશાની આવશે અને જો  $\omega L < 1/\omega C$  હોય તો + નિશાની આવશે.

$$I_0 = 11.6 \text{ A}, I_{rms} = 8.23 \text{ A}$$

(b)  $V_{Lrms} = 207 \text{ V}, V_{Crms} = 437 \text{ V}$

(નોંધ :  $437 \text{ V} - 207 \text{ V} = 230 \text{ V}$  લાગુ પાડેલ rms વોલ્ટેજ બરાબર છે અને એમ જ હોવું જોઈએ. L અને Cના બે છેડા વચ્ચેના વોલ્ટેજની બાદબાકી થાય છે. કારણ કે તેમની વચ્ચેનો કળા તફાવત  $180^\circ$  છે.)

(c) Lમાં કોઈ પણ પ્રવાહ I હોય, પણ ખરેખરો વોલ્ટેજ પ્રવાહ કરતાં  $\pi/2$  જેટલો આગળ છે માટે L દ્વારા ખર્ચાતો સરેરાશ પાવર શૂન્ય છે.

(d) કેપેસિટરમાં વોલ્ટેજ  $\pi/2$  જેટલો પાછળ છે, તેથી C દ્વારા ખર્ચાતો સરેરાશ પાવર શૂન્ય છે.

(e) શોષાતો કુલ સરેરાશ પાવર શૂન્ય છે.

7.19  $I_{rms} = 7.26 \text{ A}$

Rને સરેરાશ પાવર =  $I_{rms}^2 R = 791 \text{ W}$

L ને સરેરાશ પાવર = C ને સરેરાશ પાવર = 0

શોષાતો કુલ પાવર = 791 W

7.20 (a)  $\omega_0 = 4167 \text{ rad s}^{-1}, v_0 = 663 \text{ Hz}$

$$I_{0max} = 14.1 \text{ A}$$

(b)  $\bar{P} = (1/2) I_0^2 R$ ,  $I_0$  જે આવૃત્તિ (663 Hz) માટે મહત્તમ છે, તે જ આવૃત્તિએ  $\bar{P}$  પણ મહત્તમ છે.

$$\bar{P}_{max} = (1/2)(I_{max})^2 R = 2300 \text{ W}$$

(c)  $\omega = \omega_0 \pm \Delta\omega$  [જો  $(R/2L) \ll \omega_0$  હોય તો સંનિકટતા વધુ સારી છે.]

$$\Delta\omega = R/2L = 95.8 \text{ rad s}^{-1}; \Delta\nu = \Delta\omega/2\pi = 15.2 \text{ Hz}$$

$\nu = 648 \text{ Hz}$  અને  $678 \text{ Hz}$  માટે શોષાતો પાવર મહત્તમ પાવર કરતાં અડધો છે. આ આવૃત્તિઓ એ પ્રવાહ કંપવિસ્તાર  $I_0^{max}$  કરતાં  $(1/\sqrt{2})$  ગણું થશે. એટલે કે, પ્રવાહ કંપવિસ્તાર (મહત્તમ પાવર કરતાં અડધો પાવર થાય તે બિંદુઓએ) 10 A છે.

(d)  $Q = 21.7$

7.21  $\omega_0 = 111 \text{ rad s}^{-1}, Q = 45$

$\omega_0$ માં ફેરફાર કર્યા વગર Q બમણો કરવા માટે Rનું મૂલ્ય ઘટાડીને  $3.7 \Omega$  કરો.

7.22 (a) હા. આવું જ પરિણામ rms વોલ્ટેજ માટે સાચું નથી. કારણ કે, જુદા જુદા ઘટકોમાં બે છેડા વચ્ચેના વોલ્ટેજ સમાન કળામાં ન પણ હોય. ઉદાહરણ માટે સ્વાધ્યાય 7.18નો જવાબ જુઓ.

(b) પરિપથમાં જોડાણ તૂટે છે ત્યારે પ્રેરિત થતો ઊંચો વોલ્ટેજ કેપિસિટરને વિદ્યુતભારિત કરવામાં (Chargingમાં) વપરાય છે અને આમ સ્પાર્કને (Sparks) નિવારી શકાય છે.

(c) dc માટે Lનો ઈમ્પિડન્સ (અસરકારક અવરોધ) અવગણ્ય હોય છે અને Cનો ખૂબ જ મોટો (અનંત) હોય છે. તેથી Cના બે છેડા વચ્ચે dc સિગ્નલ મળે છે. ઊંચી આવૃત્તિવાળા ac વોલ્ટેજ માટે Lનો અસરકારક અવરોધ વધુ અને Cનો ખૂબ જ ઓછો હોય છે. તેથી Lનાં બે છેડા વચ્ચે ac સિગ્નલ મળે છે.

(d) dcની સ્થાયી સ્થિતિ માટે, Lની કોઈ જ અસર હોતી નથી. પછી ભલે તેમાં આયર્ન ગર્ભ (Core) દ્વારા વધારો થાય. ac માટે ચોકના વધારાના ઈમ્પિડન્સને કારણે બલ્બ ઓછો પ્રકાશિત (જાંબો) થશે. જ્યારે આયર્ન ગર્ભ (Core) દાખલ કરવામાં આવે છે ત્યારે ચોકના ઈમ્પિડન્સમાં વધારો થાય છે. જેથી બલ્બ હજી વધુ જાંબો થશે.

(e) ચોક કોઈલ ઊર્જાનો વ્યય કર્યા વગર ટ્યુબ બે છેડા વચ્ચે વોલ્ટેજ ઘટાડે છે જ્યારે અવરોધ ઉષ્મા સ્વરૂપે ઊર્જાનો વ્યય કરે છે.

7.23 400

7.24 હાઈડ્રો ઇલેક્ટ્રીક પાવર =  $h\rho g \times A \times v = h\rho g\beta$

જ્યાં,  $\beta = Av$  પ્રવાહ (આડછેદમાંથી પ્રતિ સેકન્ડે વહેતા પાણીનું કદ) છે.

$$\begin{aligned} \text{મળતો ઇલેક્ટ્રીક પાવર} &= 0.6 \times 300 \times 10^3 \times 9.8 \times 100 \text{ W} \\ &\cong 176 \text{ MW} \end{aligned}$$

7.25 પાવર લાઈનનો અવરોધ =  $30 \times 0.5 = 15 \Omega$

$$\text{પાવર લાઈનમાં પ્રવાહનું rms મૂલ્ય} = \frac{800 \times 1000 \text{ W}}{4000 \text{ V}} = 200 \text{ A}$$

(a) લાઈન પાવર વ્યય =  $(200 \text{ A})^2 \times 15 \Omega = 600 \text{ kW}$

(b) પ્લાન્ટ દ્વારા પુરો પડતો પાવર =  $800 \text{ kW} + 600 \text{ kW} = 1400 \text{ kW}$

(c) પાવર લાઈન પર થતો વોલ્ટેજ ડ્રોપ =  $200 \text{ A} \times 15 \Omega = 3000 \text{ V}$   
પાવર પ્લાન્ટ માટે સ્ટેપઅપ ટ્રાન્સફોર્મર 440 V – 7000 V છે.

7.26 પ્રવાહ =  $\frac{800 \times 1000 \text{ W}}{40,000 \text{ V}} = 20 \text{ A}$

(a) લાઈનમાં પાવર વ્યય =  $(20 \text{ A})^2 \times (15 \Omega) = 6 \text{ kW}$

(b) પ્લાન્ટ દ્વારા પુરો પડતો પાવર =  $800 \text{ kW} + 6 \text{ kW} = 806 \text{ kW}$

(c) પાવર લાઈન પર થતો વોલ્ટેજ ડ્રોપ =  $20 \text{ A} \times 15 \Omega = 300 \text{ V}$

સ્ટેપઅપ ટ્રાન્સફોર્મર 440V – 40,300 V છે. અહીં, સ્પષ્ટ છે કે હાઈ વોલ્ટેજ ટ્રાન્સમિશન દ્વારા પાવર વ્યયની ટકાવારી ખૂબ મોટા પ્રમાણમાં થતી જાય છે.

સ્વાધ્યાય (7.25)માં આ પાવર વ્યય  $(600/1400) \times 100 = 43\%$  છે.

આ સ્વાધ્યાયમાં તે ફક્ત  $(6/806) \times 100 = 0.74\%$  છે.

### પ્રકરણ 8

8.1 (a)  $C = \epsilon_0 A/d = 80.1 \text{ pF}$

$$\frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt}$$

$$= \frac{0.15}{80.1 \times 10^{-12}} = 1.87 \times 10^9 \text{ V s}^{-1}$$

(b)  $i_d = \epsilon_0 \frac{d}{dt} \Phi_E$ . હવે, કેપેસિટરને સમાંતર  $\Phi_E = EA$ ,

અંત્ય સુધારાને અવગણતાં,

$$\text{તેથી, } i_d = \epsilon_0 A \frac{d\Phi_E}{dt}$$

હવે,  $E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$  તેથી,  $\frac{dE}{dt} = \frac{i}{\epsilon_0 A}$ , જે દર્શાવે છે કે,  $i_d = i = 0.15 \text{ A}$ .

(c) હા, જો 'પ્રવાહ'નો અર્થ વહન (Conduction) પ્રવાહ અને સ્થાનાંતર (Displacement) પ્રવાહનો સરવાળો એમ કરીએ તો.

- 8.2 (a)  $I_{\text{rms}} = V_{\text{rms}} \omega C = 6.9 \mu\text{A}$   
 (b) હા. સ્વાધ્યાય 8.1(b)માં દર્શાવેલ તારવણી જો પ્રવાહ સમય સાથે દોલન કરતો હોય તો પણ સાચી છે.  
 (c) સૂત્ર  $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{r}{R^2} i_d$ , જો  $i_d$  (અને તેથી B) સમય સાથે દોલન કરતો હોય તો પણ સાચું છે. સૂત્ર દર્શાવે છે કે, તેઓ એકબીજા સાથે કળામાં દોલન કરે છે.  
 $i_d = i$  હોવાથી આપણને  $B_0 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{r}{R^2} i_0$  મળે છે. જ્યાં,  $B_0$  અને  $i_0$  અનુક્રમે દોલિત થતા ચુંબકીયક્ષેત્ર અને પ્રવાહના કંપવિસ્તાર છે.  $i_0 = \sqrt{2} I_{\text{rms}} = 9.76 \mu\text{A}$ .  
 $r = 3 \text{ cm}$ ,  $R = 6 \text{ cm}$  માટે  $B_0 = 1.63 \times 10^{-11} \text{ T}$ .

8.3 શૂન્યાવકાશમાં બંધાની ઝડપ સમાન :  $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$  છે.

8.4 **E** અને **B** એ XY-સમતલમાં અને એકબીજાને લંબ છે, 10 m.

8.5 તરંગલંબાઈ ગાળો : 40 m – 25 m

8.6  $10^9 \text{ Hz}$

8.7 153 N/C

8.8 (a) 400 nT,  $3.14 \times 10^8 \text{ rad/s}$ , 1.05 rad/m, 6.00 m

$$(b) \mathbf{E} = \{(120 \text{ N/C}) \sin[(1.05 \text{ rad/m})x - (3.14 \times 10^8 \text{ rad/s})t]\} \hat{\mathbf{j}}$$

$$\mathbf{B} = \{(400 \text{ nT}) \sin[(1.05 \text{ rad/m})x - (3.14 \times 10^8 \text{ rad/s})t]\} \hat{\mathbf{k}}.$$

8.9 ફોટોનની ઊર્જા ( $\lambda = 1 \text{ m}$  માટે)

$$= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19}} \text{ eV} = 1.24 \times 10^{-6} \text{ eV}$$

વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટની આકૃતિમાં દર્શાવેલી બીજી તરંગલંબાઈઓ માટે ફોટોન ઊર્જા, દસના સન્નિકટ ઘાતાંક વડે ગુણી મેળવી શકાય. ફોટોનની ઊર્જા તેને ઉત્પન્ન કરતા ઉદ્ગમના સંબંધિત ઊર્જા સ્તરો વચ્ચેનો તફાવત (Spacings) દર્શાવે છે. ઉદાહરણ તરીકે,  $\lambda = 10^{-12} \text{ m}$  એ ફોટોન ઊર્જા  $= 1.24 \times 10^6 \text{ eV} = 1.24 \text{ MeV}$ ને અનુરૂપ છે. આ ન્યુક્લિયર ઊર્જા સ્તરો (કે જેમની વચ્ચેની સંક્રાંતિ  $\gamma$ -કિરણ ઉત્સર્જિત કરે છે) વચ્ચેનો લાક્ષણિક તફાવત 1 MeV અથવા તેની નજીકનો છે. તે જ રીતે, દૃશ્ય તરંગલંબાઈ  $\lambda = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$  એ ફોટોન ઊર્જા  $= 2.5 \text{ eV}$ ને અનુરૂપ છે. આનો અર્થ એ કે ઊર્જા સ્તરો (કે જેમની વચ્ચેની સંક્રાંતિ દૃશ્ય વિકિરણ આપે છે) એ અમુક eV જેટલો તફાવત ધરાવે છે.

8.10 (a)  $\lambda = (c/v) = 1.5 \times 10^{-2} \text{ m}$

(b)  $B_0 = (E_0/c) = 1.6 \times 10^{-7} \text{ T}$

(c) **E** ક્ષેત્રમાં ઊર્જા ઘનતા :  $u_E = (1/2)\epsilon_0 E^2$   
**B** ક્ષેત્રમાં ઊર્જા ઘનતા :  $u_B = (1/2\mu_0)B^2$

$$E = cB \text{ નો અને } c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \text{ નો ઉપયોગ કરતાં } u_E = u_B.$$

8.11 (a)  $-\hat{\mathbf{j}}$ , (b) 3.5 m, (c) 0.86 MHz, (d) 10.3 nT,

(e)  $\{(10.3 \text{ nT}) \cos[(1.8 \text{ rad/m})y + (5.4 \times 10^6 \text{ rad/s})t]\} \hat{\mathbf{k}}$

8.12 (a)  $0.4 \text{ W/m}^2$ , (b)  $0.004 \text{ W/m}^2$

- 8.13** T તાપમાને રહેલ પદાર્થ તરંગલંબાઈઓનો સતત વર્ણપટ આપે છે. કાળા પદાર્થ માટે મહત્તમ તીવ્રતા ધરાવતા વિકિરણને અનુરૂપ તરંગલંબાઈ પ્લાન્કના સૂત્ર  $\lambda_m = 0.29 \text{ cm K/T}$  વડે અપાય છે.  $\lambda_m = 10^{-6} \text{ m}$ , માટે  $T = 2900 \text{ K}$ . બીજી તરંગલંબાઈઓ માટે તાપમાન શોધી શકાય. આ રીતે મળેલ સંખ્યાઓ વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટના જુદા-જુદા ભાગમાંના વિકિરણો મેળવવા જરૂરી તાપમાનનો ગાળો દર્શાવે છે. આમ, દૃશ્ય વિકિરણ (ધારોકે  $\lambda = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$ ) મેળવવા માટે ઉદ્ગમનું તાપમાન લગભગ 6000 K જેટલું હોવું જોઈએ.  
(નોંધ : આનાથી નીચું તાપમાન પણ આ તરંગલંબાઈને ઉત્પન્ન કરશે પણ તે મહત્તમ તીવ્રતા ધરાવતી નહિ હોય.)
- 8.14** (a) રેડિયો (ટૂંકી તરંગલંબાઈના છેડા તરફ)  
(b) રેડિયો (ટૂંકી તરંગલંબાઈના છેડા તરફ)  
(c) માઈક્રોવેવ  
(d) દૃશ્યપ્રકાશ (પીળો)  
(e) X-કિરણો (અથવા મૃદુ (soft)  $\gamma$ -કિરણો)નો વિભાગ.
- 8.15** (a) આયનોસ્ફિયર આ ગાળાઓમાંનાં તરંગોનું પરાવર્તન કરે છે.  
(b) ટેલિવિઝન સિગ્નલોનું આયનોસ્ફિયર દ્વારા યોગ્ય રીતે પરાવર્તન થતું નથી (પાઠ્યમાંનું લખાણ જુઓ). તેથી પરાવર્તન ઉપગ્રહ (સેટેલાઈટ)ની મદદથી કરાય છે.  
(c) વાતાવરણ X-કિરણોનું શોષણ કરે છે, જ્યારે દૃશ્યપ્રકાશ અને રેડિયોતરંગો તેને ભેદીને પસાર થાય છે.  
(d) તે સૂર્યમાંથી ઉત્સર્જિત પારજાંબલી વિકિરણોનું શોષણ કરે છે અને તેને પૃથ્વીની સપાટી સુધી પહોંચતા અને (પૃથ્વી પરના) જીવનને નુકશાન થતું અટકાવે છે.  
(e) પૃથ્વીનું તાપમાન નીચું હોત, કારણ કે વાતાવરણની ગ્રીનહાઉસ અસર ગેરહાજર હોત.  
(f) વૈશ્વિક ન્યુક્લિયર યુદ્ધ (War)થી ઉત્પન્ન થયેલ વાદળો કદાચ આકાશના ઘણાં મોટાભાગને ઢાંકી દેત, કે જે સૂર્યપ્રકાશને પૃથ્વીના ગોળા પરના ઘણાં ભાગ સુધી પહોંચતો અટકાવત. આ એક 'શિયાળા'માં પરિણમત.